

СВЧ ЦЕПИ

**Анализ
и автоматизированное
проектирование**

MICROWAVE CIRCUITS

Analysis and Computer-aided Design

VINCENT F. FUSCO

The Queen's University of Belfast



Prentice-Hall International

Englewood Cliffs, NJ London Mexico
New Delhi Rio de Janeiro Singapore
Sydney Tokyo Toronto

В. ФУСКО

СВЧ ЦЕПИ

**Анализ
и автоматизированное
проектирование**

Перевод с английского

А.А. Вольман, А. Д. Муравцова

**Под редакцией
В.И. Вольмана**



Москва „Радио и связь“

1990

ББК 34.845

Ф94

УДК 621.3.049.77.029.64.001.63:681.3

Редакция переводной литературы

Фуско В.

Ф94 СВЧ цепи. Анализ и автоматизированное проектирование:
Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1990. – 288 с.: ил.
ISBN 5-256-00663-0.

В книге ирландского автора, посвященной вопросам анализа СВЧ цепей, использован подход, опирающийся на теорию длинных линий и представление СВЧ устройств с помощью эквивалентных схем на элементах с сосредоточенными параметрами. Большим достоинством книги является наличие 30 программ на языке Бейсик, работающих в интерактивном режиме и позволяющих проводить не только анализ, но и параметрический синтез достаточно сложных СВЧ цепей.

Для инженерно-технических работников, специализирующихся в области разработки пассивных элементов приемных и передающих трактов СВЧ диапазона; может быть полезна студентам старших курсов соответствующих специальностей.

Ф 2302020000-175 55-90
046(01)-90

ББК 34.845

Производственное издание

ФУСКО ВИНСЕНТ

СВЧ ЦЕПИ. АНАЛИЗ И АВТОМАТИЗИРОВАННОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ

Заведующий редакцией Ю. Г. Иевшов

Редактор Н. И. Гормакова

Художественный редактор А. С. Широков

Переплет художника Н. И. Терехова

Технический редактор З. Н. Ратникова

Корректор О.Б. Иевницикая

ИБ № 1988

Подписано в печать с оригинал-макета 19.06.90. Формат 70 x 100 1/16 Бумага офсетная Гарнитура "Пресс-роман"
Печать офсетная Усл. печ.л. 23,4 Усл. кр.-отт. 23,4 Уч. изд.л. 19,9 Тираж 11000 экз. Изд. № 22658 Зак. № 523
Цена 1р. 60к.

Издательство "Радио и связь", 101000 Москва, Почтамт, а/я 693

Отпечатано в московской типографии № 4 Государственного комитета СССР по печати. Москва, И – 41, Б. Переяславская, 46

ISBN 5-256-00663-0 (рус.).

© 1987 Prentice-Hall International (UK) Ltd.

ISBN 0-13-581562-2 (англ.)

© Перевод на русский язык, примечания. Вольман А.А.,
Муравцов А.Л., Вольман В.И., 1990

ПРЕДИСЛОВИЕ К РУССКОМУ ИЗДАНИЮ

Предлагаемая книга по технике СВЧ относится к числу традиционных. С одной стороны, достаточно элементарный уровень изложения позволяет даже неискушенному читателю быстро освоить эту далеко непростую область техники. С другой стороны, профессионал, используя информацию, содержащуюся в книге, и 30 программ для персональной ЭВМ, получает в свое распоряжение почти готовую систему автоматизированного проектирования СВЧ полосковых устройств. Появление подобной книги тем более актуально, что техника СВЧ в настоящее время выходит к массовому потребителю. Это связано не только с развитием телевизионного вещания в дециметровом диапазоне, но и с появлением на рынке систем для индивидуального приема телевизионных сигналов в диапазоне 11 – 12 ГГц со спутников, расположенных на геостационарной орбите. Если учесть, что уже в настоящее время с одного такого спутника может передаваться до десяти телевизионных программ, то легко себе представить возможности спутникового телевизионного вещания и его эффективность, особенно если учесть огромные просторы нашей страны.

Кроме того, эта книга – хороший учебник, опираясь на который можно не только изучить обычный курс техники СВЧ, но и ознакомиться с основами машинного проектирования. А на базе 30 приведенных в книге программ легко организовать эффективную самостоятельную работу студентов. Большинство предлагаемых программ просты по структуре, легко читаются и реализуются на персональных ЭВМ. Определенные трудности могут встретиться при запуске программ с использованием машинной графики. Тексты этих программ, а их всего две, сохранены в том виде, в каком они представлены в английском издании. Для адаптации каждой из этих программ достаточно минимального знания графических возможностей конкретной реализации Бейсика на конкретной ЭВМ, доступной читателю. В остальных программах, носящих вычислительный характер, переведены комментарии, включенные в текст программ, и те сообщения, которые выдаются на экран дисплея в процессе счета. Все эти программы были отлажены и проверены, что позволило устраниć некоторые опечатки. Наибольшие изменения внесены в программу 3.2 "Монте-Карло", где реализованный программно генератор случайных чисел заменен на стандартный для Бейсика, и в программу 4.3 "Шлейф". Во всех программах оператор HOME, характерный для Бейсика на ЭВМ типа Apple II, заменен на эквивалентный ему CLS. Не прошел тест в программах 3.3 и 3.4, что, вероятно, связано с особенностями программной реализации генератора случайных чисел. Поэтому они приведены по тексту оригинала. Все остальные программы работают хорошо. При затруднениях с запуском программ можно обратиться на кафедру Технической электродинамики и антенн Московского института связи.

Поскольку большинство книг и статей из оригинального списка литературы доступно лишь весьма узкому кругу специалистов, прокомментируем кратко содержание каждой из глав книги с указанием издания на русском языке, к которому может обратиться читатель.

В гл. 1 изложены основные свойства линий передачи. Для ознакомления с более строгим и полным подходом, основанным на методах теории цепей, можно рекомендовать учебники [1, 6] либо монографию [2]. Необходимую информацию о линиях передачи, описанных в гл. 2, можно почерпнуть из [1, 3, 4]. Численным методам решения уравнения Лапласа, рассматриваемым в гл. 3, посвящена весьма обширная литература. Советуем обратиться к [3, 5]. Дополнительные сведения о круговой диаграмме полных сопротивлений и связанных с ней задачах согласования (см. гл. 4) можно найти в [1, 2, 6, 7]. Углубить свои знания об СВЧ цепях и устройствах, рассмотренных в гл. 5 можно, обратившись к [1, 3, 6 – 9].

В процессе редактирования исправлены ряд ошибок и опечаток.

© Вольман В.И., 1990

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ К ПРЕДИСЛОВИЮ

1. Сазонов Д. М. Антенны и устройства СВЧ. — М.: Высшая школа, 1988. — 432 с.
2. Сушкиевич В. И. Нерегулярные линейные волноводные системы. — М.: Сов. радио, 1967. — 296 с.
3. Справочник по расчету и конструированию СВЧ полосковых устройств/С. И. Бахарев, В. И. Вольман, Ю. Н. Либ и др.; Под ред. В. И. Вольмана. — М.: Радио и связь, 1982. — 328 с.
4. Полосковые системы сверхвысоких частот: Сб. статей/Под ред. В. И. Сушкиевича. — М.: ИЛ, 1959. — 208 с.
5. Говорков В. А. Электрические и магнитные поля. — М.; Л.: ГЭИ, 1960. — 463 с.
6. Вольман В. И., Пименов Ю. В. Техническая электродинамика. — М.: Связь, 1972. — 488 с.
7. Силаев М. А., Врянцев С.Ф. Приложение матриц и графов к анализу СВЧ устройств. — М.: Сов. радио, 1970. — 248 с.
8. Альтман Дж. Устройство СВЧ. — М.: Мир, 1968. — 488 с.
9. Микролитронные устройства СВЧ/Г. И. Веселов, Е. Н. Егоров, Ю. Н. Алехин и др.; Под ред. Г. И. Веселова. — М.: Высшая школа, 1988. — 280 с.

СПИСОК РАБОТ ПЕРЕВЕДЕНИХ НА РУССКИЙ ЯЗЫК

- 1.1 Слэтер Дж. Передача ультракоротких волн: Пер. с англ./Под ред. С. Д. Гвоздовера. — М.; Л.: ОГИЗ, 1946. — 344 с.
- 2.6. Вал И. Дж., Гарг Р. Простые и точные формулы для несимметричной полосковой линии с конической толщиной полоски//ТИИЭР. — 1977. Т. 65, № 11. — С. 104, 105.
- 3.3. Бивенси. Применение теории вероятностных потенциалов к электрическим задачам//ТИИЭР. — 1973. Т. 61, № 4. — С. 27 – 45.
- 4.1. Смит Ф. Круговые диаграммы в радиоэлектронике: Пер. с англ. М. Н. Бергера, Б. Ю. Капилевича. — М.: Связь, 1976. — 144 с.
- 5.3. Справочник по волноводам: Пер. с англ./Под ред. Я. Н. Фельда. — М.: Сов. радио, 1952. — 432 с.
- 5.4. Мэттей Д. П., Янг Л., Джонс Б. М. Т. Фильтры СВЧ. Согласующие цепи и цепи связи: Пер. с англ./Под ред. Л. В. Алексеева и Ф. В. Кушнира. — М.: Связь, 1972. — 1024 с.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Книга представляет собой введение в технику диапазонов УВЧ и СВЧ, где широко используются цепи с распределенными и сосредоточенными параметрами. Опираясь на достаточно подробное изложение материала, читатель сможет выполнить не только анализ, но и синтез как простых, так и сложных СВЧ цепей. Предпочтение отдавалось цепям и устройствам, которые нашли применение в реальной аппаратуре. Подбор материала и стиль его изложения максимально облегчают самостоятельное изучение. В книгу включено множество практических задач с близкими к реальным значениям исходных величин. Их решение иллюстрирует использование основных расчетных формул. Большинство задач допускает решение "вручную", т. е. без ЭВМ. Однако возможности проектирования существенно расширяются при использовании 30 программ для ЭВМ, приводимых в книге.

Книга состоит из пяти глав; последовательно знакомящих читателя с основами СВЧ схемотехники и проектирования устройств, являющихся элементами не только уже существующей, но и вновь разрабатываемой аппаратуры. Надеюсь, что принятая форма изложения позволит каждому читателю легко найти необходимую информацию. Объем теоретического материала достаточен для изучения основ техники СВЧ, а также курса машинного проектирования СВЧ устройств. Книга может быть полезна и аспирантам. Необходимую информацию получат радиолюбители и начинающие инженеры, специализирующиеся в данной области. Более глубоко ознакомиться с интересующей читателя частной проблемой, а также найти вывод соотношений, приведенных в тексте без доказательства, позволяет литература, список которой дан в конце книги.

Для более тщательного выявления сущности рассматриваемых проблем изложение базируется в основном на безмашинном подходе, т. е. не отдается предпочтение машинным методам анализа и синтеза. Однако, как известно, ЭВМ необходимы для расчета сложных алгебраических выражений и реализации итерационных процедур. Поэтому в текст включены программы для ЭВМ, написанные на языке Бейсик, элементарная структура которых не вызовет затруднений при их освоении. Каждая программа завершается тестом, представляющим собой расчет с конкретными исходными данными. Программы могут быть включены в систему автоматизированного проектирования, которая реализуется на большинстве персональных ЭВМ. Весьма незначительные изменения в этих программах позволяют объединять их в единый пакет, что обеспечивает решение широкого круга задач, связанных с проектированием реальных устройств.

В. Фуско

Глава 1

ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ЛИНИЙ ПЕРЕДАЧИ

Линия передачи может рассматриваться как элемент цепи, с помощью которого энергия в виде электромагнитной волны переносится из одной области пространства в другую. Можно разбить линии передачи на два класса: симметричные и несимметричные. К симметричным относятся линии с потенциалом двух проводников, вдоль которых распространяется электромагнитная волна, отличающимся по величине от некоторого потенциала, обычно равного потенциалу земли. В несимметричных линиях один из двух проводников заземлен. Например, двухпроводная линия относится к симметричным, а коаксиальная – к несимметричным. Обе эти линии и ряд других рассмотрены в гл. 2.

Линии передачи применяются в разнообразных устройствах на частотах от нуля до соответствующих оптическому диапазону. Конструкция линии определяется как рабочим диапазоном частот, так и областью ее применения. Двухпроводная линия используется на относительно низких частотах, сложные комбинации из медных проводников и диэлектрика – в диапазонах ОВЧ, УВЧ и СВЧ, твердые диэлектрики типа пластика или стекла – в оптическом диапазоне. Умело используя те или иные особенности конкретной линии передачи, можно спроектировать и практически реализовать разнообразные устройства, такие, например, как фильтры, согласующие цепи и др.

Создание подобных устройств усложняется тем, что линия передачи – система с распределенными параметрами. На частоте 10 МГц и ниже длина волны велика: от 30 м и более. При этом размеры стандартных электронных компонентов, конденсаторов, индуктивностей и других элементов обычно не превышают нескольких сантиметров, т. е. малы по сравнению с длиной волны. Такие элементы могут рассматриваться как сосредоточенные. Точнее, это элементы с размерами, пренебрежимо малыми по сравнению с длиной волны, на которой они работают. По мере повышения частоты длина волны уменьшается и в конце концов становится соизмеримой с размерами элементов. Естественным становится переход на элементы с распределенными параметрами, существенно отличающимися от элементов с сосредоточенными параметрами. Соответственно необходимо разработать теоретические основы цепей с распределенными параметрами. В первом приближении элемент цепи можно отнести к сосредоточенным, если его размеры меньше $1/12$ длины волны, и к распределенным, если больше этой величины.

1.1. ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ЛИНИИ НА СОСРЕДОТОЧЕННЫХ ЭЛЕМЕНТАХ

Простейшая линия передачи состоит из пары проводников, каждый из которых обладает определенным сопротивлением и вносит некоторое затухание. Один из элементарных подходов, с помощью которого можно описать свойства такой линии, основан на представлении ее в виде искусственной длинной линии, состоящей из сосредоточенных элементов (рис. 1.1).

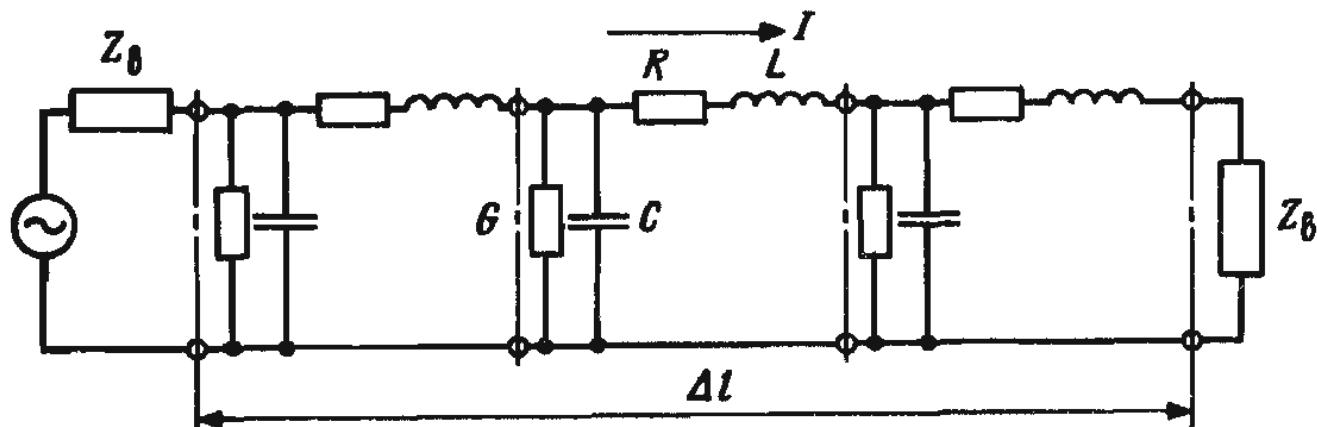


Рис. 1.1. Эквивалентная схема отрезка линии передачи на сосредоточенных элементах

На этом рисунке достаточно короткий отрезок линии длиной Δl заменен тремя секциями из сосредоточенных элементов. В каждый из этих элементов входит либо последовательно включенное активное сопротивление R , учитывающее возможные тепловые потери в меди, либо параллельно включенная активная проводимость G , учитывающая потери в диэлектрическом заполнении. Кроме того, в них входят включенные последовательно индуктивность L и параллельно емкость C , учитывающие запасенную в линии энергию. Величины всех элементов определяются на единицу длины линии, поэтому, например, сопротивление R , учитывающее потери, имеет размерность Ом/м. Предположим, что сопротивление нижнего проводника на рис. 1.1 для тока, текущего по нему, равно нулю и линия на обоих концах нагружена на сопротивление Z_B .

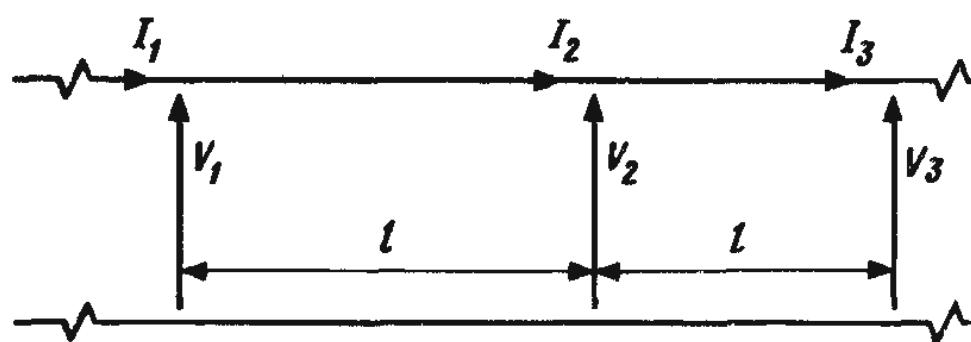


Рис. 1.2. Однородная линия передачи

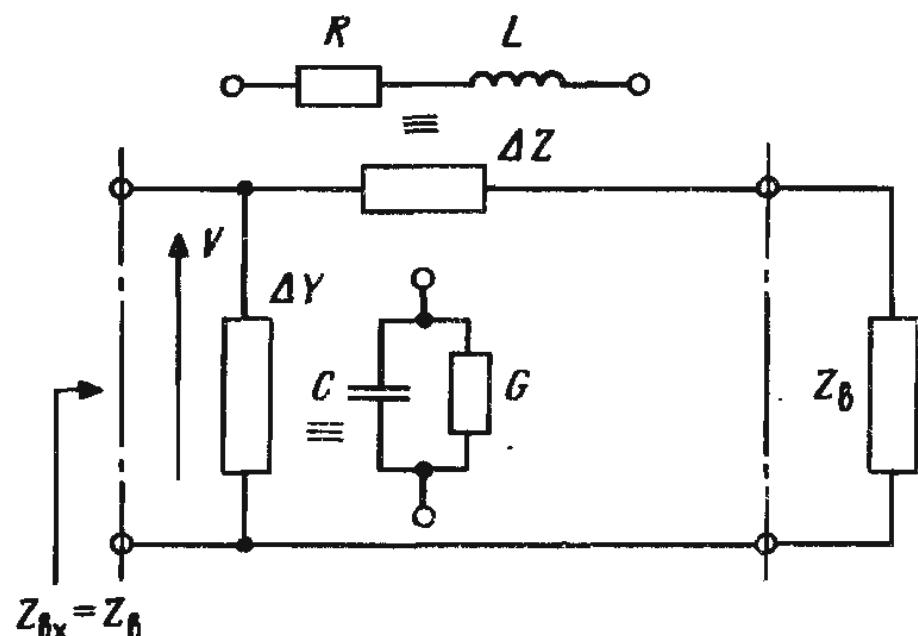


Рис. 1.3. Определение волнового сопротивления линии передачи

Если линия состоит из двух параллельных бесконечно длинных проводов, то напряжение и ток в произвольных ее сечениях (рис. 1.2) связаны соотношением

$$V_1/I_1 = V_2/I_2 = \dots = V_k/I_k = \text{const} = Z_B,$$

где Z_B – волновое сопротивление линии, Ом. В бесконечно длинной линии отношение V/I везде равно Z_B . В общем случае величина Z_B комплексна и может зависеть от частоты. Эквивалентная схема элемента линии, изображенного на рис. 1.1, в виде Г-образной цепи показана на рис. 1.3; она содержит эквивалентные комплексные последовательное сопротивление ΔZ и параллельную проводимость ΔY .

Входное сопротивление Z_{Bx} Г-образной цепи на рис. 1.3 определяется элементарно:

$$Z_{Bx} = Z_B = \frac{(Z_B + \Delta Z) \cdot 1/\Delta Y}{Z_B + \Delta Z + 1/\Delta Y} \approx \frac{Z_B + \Delta Z}{1 + Z_B \Delta Y} \text{ при } \Delta Z, \Delta Y \rightarrow 0.$$

Из этого равенства находим

$$Z_B = (\Delta Z / \Delta Y)^{1/2},$$

где $\Delta Z = R + j\omega L$ и $\Delta Y = G + j\omega C$, т. е.

$$Z_B = \left(\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C} \right)^{1/2} [\Omega]. \quad (1.1)$$

Последнее соотношение является фундаментальным, так как устанавливает связь между сосредоточенными параметрами эквивалентной схемы отрезка линии передачи и одним из первичных ее параметров – волновым сопротивлением.

На низких частотах, когда ω стремится к нулю, из (1.1) следует

$$Z_B = (R/G)^{1/2} [\Omega], \quad (1.2)$$

а на высоких частотах, когда $\omega L \gg R$ и $\omega C \gg G$,

$$Z_B = (L/C)^{1/2} [\Omega]. \quad (1.3)$$

Поскольку большинство цепей, содержащих отрезки линий передачи, работает на достаточно высоких частотах, вполне можно пользоваться приближенным равенством (1.3) вместо (1.1). В тех случаях, когда потери в линии малы, ими просто пренебрегают. Такие линии будем называть линиями без потерь. В остальных случаях следует учитывать влияние потерь.

Пример 1.1. В линии передачи без потерь с волновым сопротивлением 50 Ом погонная индуктивность равна 0,08 мкГн/м. Определите величину емкости линии длиной 4м.

Решение

Так как линия без потерь, то

$$R = 0; G = \infty,$$

и поэтому из равенства

$$Z_B = (L/C)^{1/2}$$

находим

$$C = \frac{L}{Z_B^2} = \frac{0,08 \cdot 10^{-6}}{50 \cdot 50} = 32 \text{ пФ/м.}$$

Тогда полная емкость отрезка линии длиной 4 м

$$C_{\text{пол}} = 4 \cdot 32 \cdot 10^{-12} = 128 \text{ пФ.}$$

Столь значительная погоная емкость приведет к снижению коэффициента передачи на высоких частотах.

1.2. ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ЛИНИЙ ПЕРЕДАЧИ

В предыдущем разделе было введено понятие о волновом сопротивлении и получено выражение, в которое вошли значения сопротивлений из эквивалента однородной линии бесконечно малой длины на сосредоточенных элементах (рис. 1.1). Обратимся снова к рис. 1.1, чтобы определить еще ряд основных параметров линий. Начнем с коэффициента (постоянной) распространения γ .

Из рис. 1.1 следует, что падение напряжения на одной секции из сосредоточенных элементов

$$\Delta V = -I(R + j\omega L)\Delta x,$$

где Δx – достаточно малый отрезок линии, по своим свойствам эквивалентный секции из сосредоточенных элементов. Напомним, что R и L определены на единицу длины линии. Разделив обе части равенства на Δx , получим

$$\frac{\Delta V}{\Delta x} = -(R + j\omega L)I. \quad (1.4)$$

При $\Delta x \rightarrow 0$

$$\frac{dV}{dx} = -(R + j\omega L)I. \quad (1.5)$$

Аналогично в параллельной ветви

$$\Delta I = -(G + j\omega C)V\Delta x,$$

так что при $\Delta x \rightarrow 0$

$$\frac{dI}{dx} = -(G + j\omega C)V. \quad (1.6)$$

Дифференцируя обе части равенства (1.5) и подставляя полученное выражение в (1.6), получаем дифференциальное уравнение

$$\frac{d^2 V}{dx^2} = (R + j\omega L)(G + j\omega C)V,$$

которое удобно записать в виде

$$\frac{d^2 V}{dx^2} = \gamma^2 V, \quad (1.7)$$

где $\gamma = [(R + j\omega L)(G + j\omega C)]^{1/2}$ – постоянная или коэффициент распространения. Этот параметр обычно комплексный, т. е.

$$\gamma = \alpha + j\beta, \quad (1.8)$$

где α – коэффициент затухания, т. е. величина потерь, вносимых отрезком линии единичной длины; β – коэффициент фазы, т. е. фазовый сдвиг на той же длине. Более детально эти величины рассмотрены ниже.

Вернемся снова к уравнению (1.7). Это дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами, и его решение имеет вид

$$V(x) = A \exp(-\gamma x) + B \exp(+\gamma x). \quad (1.9)$$

Согласно (1.9) по линии могут распространяться две волны: одна в направлении положительных значений координаты x , и ей соответствует слагаемое* $\exp(-\gamma x)$, а другая – в направлении отрицательных значений x , и ей соответствует слагаемое $\exp(+\gamma x)$. Константы A и B несут информацию о начальных значениях амплитуды и

* Предполагается, что зависимость от времени описывается множителем $\exp(j\omega t)$. – Прим. ред.

фазы прямой и обратной волн в сечении $x = 0$. Чтобы пояснить смысл величин A и B , рассмотрим, что происходит на конце бесконечно длинной линии, когда она возбуждается падающей синусоидальной волной с амплитудой $V_{\text{вх}}$ в сечении $x = 0$. Полагая, что величина резистивных элементов отлична от нуля, можно утверждать, что в сечении $x = \infty$ разность потенциалов уменьшается до нуля*. В этом случае из (1.9) следует, что

$$0 = A \exp(-\gamma \cdot \infty) + B \exp(+\gamma \cdot \infty) = A \cdot 0 + B \cdot (\text{бесконечно большая величина}).$$

Подобное равенство возможно только при $B = 0$. Теперь вернемся к началу линии (сечение $x = 0$), где действует напряжение $V_{\text{вх}}$. Из (1.9) находим

$$V_{\text{вх}} = A \exp(-\gamma \cdot 0) + 0 = A.$$

Объединяя всю информацию о постоянных A и B , из (1.9) получаем

$$V(x) = V_{\text{вх}} \exp(-\gamma x).$$

Более детально рассмотрим смысл понятия коэффициента распространения. Так как согласно (1.8) $\gamma = \alpha + j\beta$,

$$V(x) = V_{\text{вх}} \exp(-\alpha x) \exp(-j\beta x). \quad (1.10)$$

В первый из экспоненциальных множителей входит коэффициент затухания α . Полагая, что потери на единицу длины линии на рис. 1.2 постоянны, можно записать

$$V_2 = aV_1, V_3 = aV_2, \dots, V_{n+1} = aV_n,$$

где величина a меньше единицы и характеризует затухание в линии с потерями. В линии без потерь $a = 1$. Ввиду постоянства волнового сопротивления линии

$$V_n/I_n = V_{n+1}/I_{n+1}.$$

При наличии потерь $V_{n+1} = aV_n$, поэтому

$$V_n/I_n = aV_n/I_{n+1} \rightarrow I_{n+1} = aI_n.$$

Это означает, что в линии с потерями

$$V_1/I_1 = V_2/aI_1 = V_3/a^2I_1 = \dots = V_{n+1}/I_1 a^n = Z_{\text{в}},$$

т. е.

$$V_{n+1} = V_1 a^n. \quad (1.11)$$

Выражение (1.11) обычно записывают в более удобном виде, логарифмируя обе части равенства:

$$\ln(V_{n+1}/V_1) = n \ln a.$$

Полагая в (1.11) согласно (1.10) $a = \exp(-\alpha x)$, приходим к следующему результату:

$$\ln(V_{n+1}/V_1) = -n \alpha x.$$

Слагаемое $n \alpha x$ характеризует общее затухание в линии длиной x и измеряется в неперах (Нп). Чтобы перейти от неперов к общепринятым единицам децибелам (дБ),

* При R и G , отличных от нуля, амплитуда волны из-за наличия потерь убывает по мере ее продвижения вдоль линии. — Прим. ред.

проведем дополнительное рассмотрение. Обозначим мощность, поступающую из линии в нагрузку, через $P_{\text{н}}$, а мощность, вводимую в начале линии, – через $P_{\text{вх}}$. Тогда

$$\text{Затухание [дБ]} = 10 \lg(P_{\text{н}}/P_{\text{вх}}).$$

Выражая мощность через ток и напряжение, получаем

$$P_{\text{н}} = I_{\text{н}} V_{\text{н}} \text{ и } P_{\text{вх}} = V_{\text{вх}} I_{\text{вх}},$$

так что

$$\frac{P_{\text{н}}}{P_{\text{вх}}} = \frac{V_{\text{н}} I_{\text{н}}}{V_{\text{вх}} I_{\text{вх}}}.$$

Запишем еще раз соотношение между затуханием, выраженным в неперах, и параметром a :

$$\exp(-\alpha x) = a^n = V_{n+1}/V_1 = V_{\text{н}}/V_{\text{вх}}$$

Предполагается, что $(n + 1)$ -я секция искусственной линии подключена к нагрузке, а первая является входной. Аналогично для тока

$$\exp(-\alpha x) = a^n = I_{n+1}/I_1 = I_{\text{н}}/I_{\text{вх}}.$$

Перемножая эти выражения, находим

$$P_{\text{н}}/P_{\text{вх}} = V_{\text{н}} I_{\text{н}}/V_{\text{вх}} I_{\text{вх}} = \exp(-2\alpha x),$$

следовательно,

$$\text{Затухание [дБ]} = 10 \lg[\exp(-2\alpha x)] = -20\alpha x \lg[\exp(1)] = -8,686\alpha x.$$

Это выражение устанавливает искомую связь между затуханием, выраженным в неперах и децибелах. Очевидно, что

$$1 \text{ Нп} = 8,686 \text{ дБ.}$$

Снова обратимся к равенству (1.10), переписав его в виде

$$V(x) = V_{\text{вх}} \cdot (\text{затухание как функция длины}) \cdot \exp(-j\beta x).$$

Выясним физический смысл множителя $\exp(-j\beta x)$. Пусть потерями в отрезке линии, которому соответствует эквивалентная схема на рис. 1.1, можно пренебречь. Полагая известным ток I , можем записать падение напряжения на индуктивности L бесконечно малого отрезка линии в виде $j\omega L I \Delta x$, а на сопротивлении Z_B в виде $I Z_B$. Эти два напряжения сдвинуты по фазе на величину $\Delta\psi$, которая в соответствии с рис. 1.4 определяется как

$$\Delta\psi = \arctg(\omega L I \Delta x / I Z_B).$$

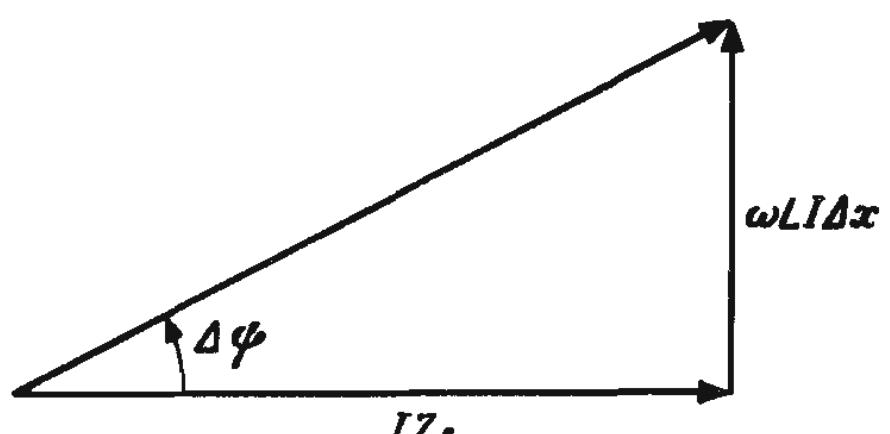


Рис. 1.4. Фазовая диаграмма для отрезка линии передачи на сосредоточенных элементах

При малых углах $\operatorname{tg} \theta = \theta$, поэтому в отрезке линии достаточно малой длины

$$\Delta\psi = \omega L \Delta x / Z_B. \quad (1.12)$$

Поскольку потерями пренебрегли, в (1.12) можно подставить (1.3), что дает

$$\Delta\psi = \omega L \Delta x / (L/C)^{1/2} = \omega (LC)^{1/2} \Delta x.$$

Отношение $\Delta\psi/\Delta x$, называемое фазовой постоянной (коэффициентом), численно равно сдвигу по фазе в отрезке линии единичной длины и обычно обозначается буквой β :

$$\beta = \omega (LC)^{1/2}. \quad (1.13)$$

Учитывая, что частота колебаний в линии равна ω , и переходя от комплексных величин к мгновенным значениям, можно записать

$$V(x) = V_{\text{вх}} \cdot (\text{затухание как функция длины}) \cdot \sin(\omega t - \beta x)$$

и последний множитель представить в виде

$$\sin(\omega t - \beta x) = \sin \omega \left(t - \frac{\beta x}{\omega} \right).$$

Из этих выражений следует, что в линии с потерями напряжение не только уменьшается по амплитуде (рис. 1.5), но и запаздывает во времени на величину, равную $\beta x/\omega$ [с].

Выпишем соотношения, которые характеризуют свойства однородной линии передачи и понадобятся в дальнейшем. Скорость перемещения фронта волны может быть выражена через произведение длины волны λ и частоты f :

$$v_\phi = f\lambda \text{ или } v_\phi = \lambda\omega/2\pi,$$

где $\omega = 2\pi f$; λ – путь, который должна пройти волна, чтобы получить фазовый сдвиг, равный 2π рад (360°). С другой стороны, величина β равна фазовому сдвигу, получаемому на единице длины линии. Поэтому

$$\lambda = 2\pi/\beta \text{ или } \beta = 2\pi/\lambda, \quad (1.14)$$

т. е.

$$v_\phi = \omega/\beta \text{ [м/с].}$$

Подставляя в эту формулу выражение для β из (1.13) получаем

$$v_\phi = 1/(LC)^{1/2} \text{ [м/с].} \quad (1.15)$$

Из равенства (1.15) вытекает ряд полезных соотношений для волнового сопротивления. Обратимся к (1.3)

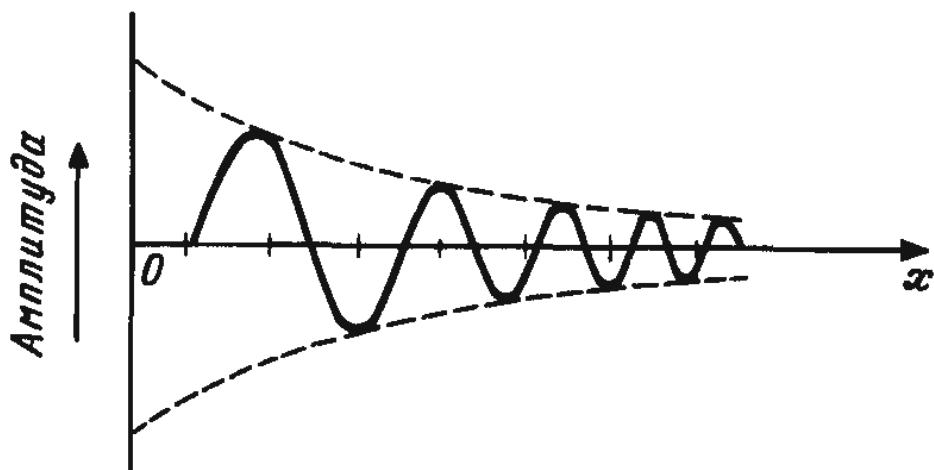


Рис. 1.5. Распределение тока или напряжения в линии передачи с потерями

$$Z_B = (L/C)^{1/2}.$$

Сопоставление этого равенства с (1.15) показывает, что

$$Z_B = v_F L \quad (1.16)$$

или

$$Z_B = 1/(v_F C). \quad (1.17)$$

Выражения (1.16) и (1.17) особенно полезны при расчете различных устройств, выполняемых из отрезков линий передачи. Подробнее это обсуждается в гл. 3.

Пример 1.2. Отрезок линии передачи с малыми потерями имеет волновое сопротивление 50 Ом и погонную емкость 100 пФ/м. Определить время задержки и фазовый сдвиг для сигнала частотой 100 МГц, прошедшего со входа линии длиной 25 м на ее выход. Как показали измерения, амплитуда входного сигнала уменьшается до 80% от начального значения на длине линии 15 м. Определить затухание на единицу длины и общее затухание при полной длине линии 25 м.

Решение

$$\beta = \omega(LC)^{1/2} \text{ и } Z_B = (L/C)^{1/2},$$

откуда

$$L \approx Z_B^2 C = 50 \cdot 50 \cdot 100 \cdot 10^{-12} = 250 \text{ нГн/м},$$

$$\beta = 2\pi 100 \cdot 10^6 (250 \cdot 100 \cdot 10^{-21})^{1/2} = 3,14159 \text{ рад/м.}$$

На расстоянии 25 м

$$\beta l = 78,54 \text{ рад} = 4500^\circ = 12 \cdot 360^\circ + 180^\circ,$$

т. е. напряжения на выходе и входе сдвинуты по фазе на 180° . Сигнал на выходе запаздывает относительно входного на время

$$t = \frac{\beta l}{\omega} = \frac{3,14159 \cdot 25}{2\pi 100 \cdot 10^6} = 0,125 \text{ мкс.}$$

Так как амплитуда выходного напряжения через 15 м составляет 0,8 от входного, то

$$20 \lg(V_{Bx}/0,8 V_{Bx}) = 1,94 \text{ дБ, или } 0,22 \text{ Нп.}$$

Следовательно, погонное затухание равно

$$1,94/15 = 0,13 \text{ дБ/м, или } 0,015 \text{ Нп/м.}$$

При общей длине линии 25 м затухание b равно

$$20 \lg(b V_{Bx} / V_{Bx}) = -0,13 \cdot 25, b = 10^{-0,13 \cdot 25} = 0,687.$$

Следовательно, после прохождения 25 м амплитуда волны уменьшается до 69 % от исходной.

Разнообразные расчеты, подобные описанным в этих примерах, можно выполнить на ЭВМ по программе 1.1 LUMPT. Программа снабжена примером, так что пользователь имеет возможность самостоятельно поработать с ней, пока не освоит.

3C FORMATTED LISTING
FILE: PROGRAM 1.1 LUMPT
PAGE-1

```
10 REM
20 REM **** ЛИНИЯ ****
30 REM
40 REM ЭТА ПРОГРАММА ВЫЧИСЛЯЕТ
```

```

50 REM ВОЛНОВОЕ СОПР., ВОЛНОВОЕ ЧИСЛО,
60 REM ВРЕМЯ ЗАДЕРЖКИ, ФАЗОВУЮ СКОРОСТЬ
70 REM ПРИ ЗАДАННЫХ ЧАСТОТЕ, Л И С
80 REM НА ЕДИНИЦУ ДЛИНЫ
90 REM ВЫЧИСЛЯЕТ ТАКЖЕ ПОГОННОЕ
100 REM ЗАТУХАНИЕ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ
110 REM ИЗМЕРЕНИЙ
120 REM
130 REM Z0 = ВОЛНОВОЕ СОПР. (ОМЫ)
140 REM B = ВОЛНОВОЕ ЧИСЛО
150 REM T = ВРЕМЯ ЗАДЕРЖКИ / МЕТР
160 REM VP = ФАЗОВАЯ СКОРОСТЬ (М/С)
170 REM AL = ЗАТУХАНИЕ (ДБ/М)
180 REM L = ИНДУКТИВНОСТЬ / МЕТР
190 REM C = ЕМКОСТЬ / МЕТР
200 REM F = ЧАСТОТА (ГГЦ)
210 REM
220 CLS
230 PRINT
240 PRINT "ХОТИТЕ ВЫЧИСЛИТЬ ЗАТУХАНИЕ?"
250 PRINT "ВВЕДИТЕ 1, ЕСЛИ ДА"
260 INPUT I
270 IF I = 1 THEN
      540
280 PRINT
290 PRINT "ВВЕДИТЕ ИНДУКТИВНОСТЬ В НГН/М"
300 INPUT L
310 PRINT "ВВЕДИТЕ ЕМКОСТЬ В ПФ/М"
320 INPUT C
330 LET L = L * 1E - 9
340 LET C = C * 1E-12
350 PRINT "ВВЕДИТЕ ЧАСТОТУ В ГГЦ"
360 INPUT F
365 LET F = F * 1E9
370 LET Z0 = SQR (L / C)
380 LET T = SQR (L * C)
390 LET B = 2 * 3.1415927 * F * T
400 LET VP = 1 / T
410 PRINT
420 PRINT "*****"
430 PRINT
440 PRINT "ПОГОННАЯ ЕМКОСТЬ = "C/1E-12" ПФ/М"
450 PRINT "ПОГОННАЯ ИНДУКТИВНОСТЬ = "L/1E-9" НГН/М"
460 PRINT "ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ = "Z0" ОМ"
470 PRINT "ВОЛНОВОЕ ЧИСЛО = "B" РАД/М"
480 PRINT "ВРЕМЯ ЗАДЕРЖКИ НА МЕТР = "T*1E12" ПС/М"
490 PRINT "ФАЗОВАЯ СКОРОСТЬ = "VP" М/С"
500 PRINT "ДЛЯ СИГНАЛА С ЧАСТОТОЙ "F/1E9" ГГЦ"
510 PRINT
520 PRINT "*****"
530 GOTO 680
540 PRINT
550 PRINT "ВВЕДИТЕ ОТНОШЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЯ СИГНАЛА"
560 PRINT "В КОНЦЕ К НАПРЯЖЕНИЮ В НАЧАЛЕ ЛИНИИ ИЗВЕСТНОЙ ДЛИНЫ"
570 INPUT FR
580 PRINT "ВВЕДИТЕ ДЛИНУ"
590 INPUT L
600 LET AL = 20 * LOG (1 / FR) / LOG (10)
610 LET AL = AL / L
620 PRINT
630 PRINT "*****"
635 PRINT
640 PRINT "ЗАТУХАНИЕ = "AL" ДБ/М"
650 PRINT "ИЛИ "AL/8.686" НЕПЕР/М"
660 PRINT
670 PRINT "*****"
680 PRINT "ХОТИТЕ ПРОДОЛЖИТЬ РАБОТУ?"
690 PRINT "ВВЕДИТЕ 1, ЕСЛИ ДА"

```

```
700 INPUT I
710 IF I = 1 THEN
    220
720 PRINT
730 PRINT "**** КОНЕЦ ПРОГРАММЫ ****"
740 END
```

КОНЕЦ ТЕКСТА ПРОГРАММЫ

JRUN

ХОТИТЕ ВЫЧИСЛИТЬ ЗАТУХАНИЕ?

ВВЕДИТЕ 1, ЕСЛИ ДА

?1

ВВЕДИТЕ ОТНОШЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЯ СИГНАЛА
В КОНЦЕ К НАПРЯЖЕНИЮ В НАЧАЛЕ ЛИНИИ ИЗВЕСТНОЙ ДЛИНЫ
?5

ВВЕДИТЕ ДЛИНУ

?10

ЗАТУХАНИЕ = 0.60205991 ДВ/М
ИЛИ -0.69313874 НЕПЕР/М

ХОТИТЕ ПРОДОЛЖИТЬ РАБОТУ?

ВВЕДИТЕ 1, ЕСЛИ ДА

?1

ХОТИТЕ ВЫЧИСЛИТЬ ЗАТУХАНИЕ?

ВВЕДИТЕ 1, ЕСЛИ ДА

?0

ВВЕДИТЕ ИНДУКТИВНОСТЬ В НГН/М
?2

ВВЕДИТЕ ЕМКОСТЬ В ПФ/М

?4

ВВЕДИТЕ ЧАСТОТУ В ГГЦ

?10

ПОГОННАЯ ЕМКОСТЬ = 4 ПФ/М

ПОГОННАЯ ИНДУКТИВНОСТЬ = 2 НГН/М

ВОЛНОВОЕ СОПР. = 22 ОМ

ВОЛНОВОЕ ЧИСЛО = 5.61985186 РАД/М

ВРЕМЯ ЗАДЕРЖКИ НА МЕТР = 89.442719 ПС/М

ФАЗОВАЯ СКОРОСТЬ = 1.11803399E+10 М/С

ДЛЯ СИГНАЛА С ЧАСТОТЫ 10 ГГЦ

ХОТИТЕ ПРОДОЛЖИТЬ РАБОТУ?

ВВЕДИТЕ 1, ЕСЛИ ДА

?0

**** КОНЕЦ ПРОГРАММЫ ****

1.3. ЧЕТЫРЕХПОЛОСНИК, ЭКВИВАЛЕНТНЫЙ ОТРЕЗКУ ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ

Рассмотренная в разд. 1.1 цепь на сосредоточенных элементах может быть представлена в форме, удобной для исследования разнообразных устройств (например, секций аттенюаторов), а также для учета неоднородностей, возникающих при каскадном соединении отрезков линий. Короткие отрезки линии передачи с неизменным вдоль каждого отрезка волновым сопротивлением удобно представить в виде П- или

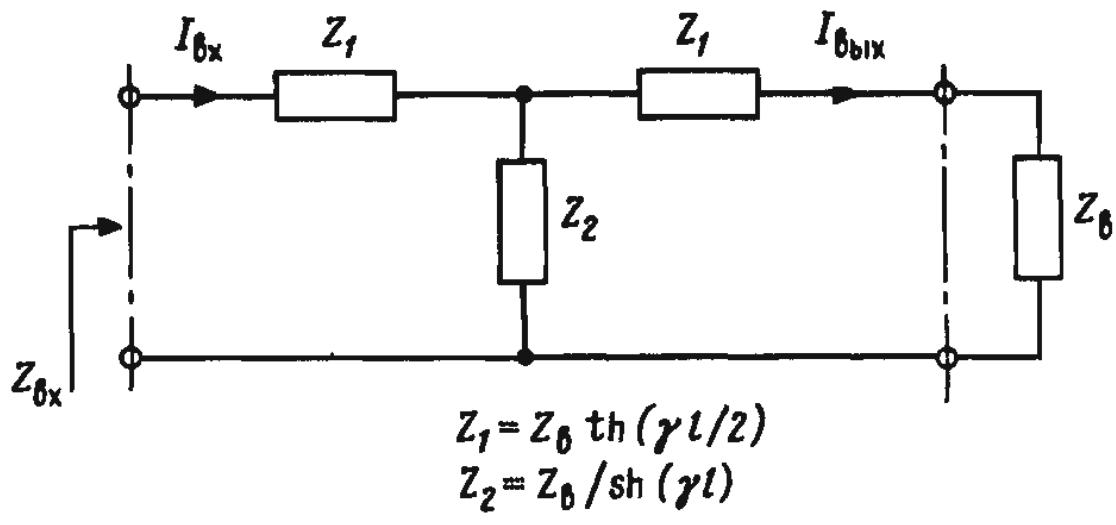


Рис. 1.6. Эквивалентная Т-образная схема отрезка линии передачи длиной l с волновым сопротивлением Z_B и коэффициентом распространения γ

Т-образной эквивалентной цепи. Как и в случае цепи на сосредоточенных элементах, подобной рассмотренной в разд. 1.1, эти П- и Т-образные эквивалентные цепи точно характеризуют линию на определенной частоте (лишь на той, где рассчитаны величины элементов, входящих в эквивалентную цепь).

Эквивалентная схема отрезка линии передачи в виде Т-образной цепи изображена на рис. 1.6. Предполагается, что отрезок линии, представленный на рис. 1.6, имеет длину l и коэффициент распространения γ . Пересчитывая по обычным формулам сопротивление, находим входное сопротивление Т-образной цепи:

$$Z_{\text{вх}} = Z_1 + \frac{Z_2 (Z_1 + Z_B)}{Z_B + Z_1 + Z_2}. \quad (1.18)$$

Поскольку Т-образная цепь должна быть эквивалентна линии передачи с волновым сопротивлением Z_B , то $Z_{\text{вх}} = Z_B$. Так как

$$I_{\text{вых}} = \left(\frac{Z_2}{Z_1 + Z_2 + Z_B} \right) I_{\text{вх}},$$

и, как следует из анализа, выполненного в разд. 1.2, при коэффициенте распространения в однородной линии, равном γ ,

$$I_{\text{вых}} / I_{\text{вх}} = \exp(-\gamma l),$$

то

$$\frac{Z_2}{Z_B + Z_1 + Z_2} = \exp(-\gamma l). \quad (1.19)$$

Согласно (1.18) при $Z_{\text{вх}} = Z_B$

$$Z_B = Z_1 + (Z_1 + Z_B) \exp(-\gamma l), \quad (1.20)$$

откуда

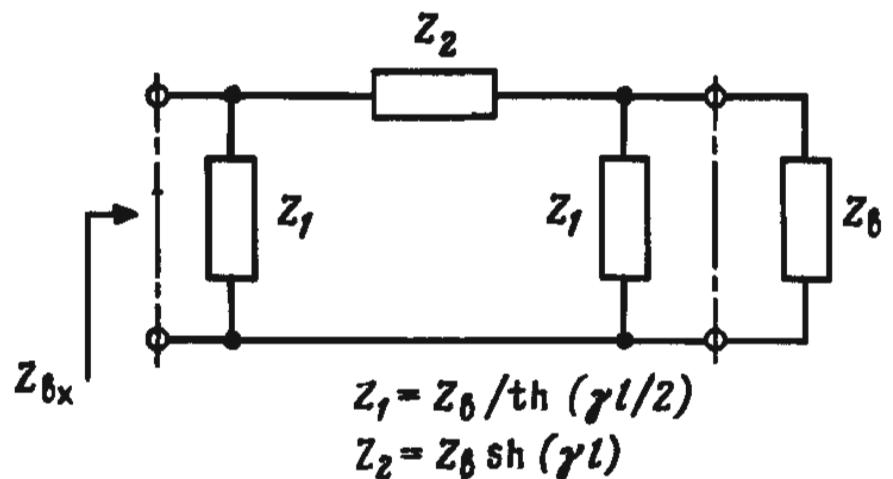
$$Z_1 = Z_B \frac{1 - \exp(-\gamma l)}{1 + \exp(-\gamma l)}.$$

Перепишем правую часть этого равенства в виде

$$Z_1 = Z_B \frac{\exp(\gamma l/2) - \exp(-\gamma l/2)}{\exp(\gamma l/2) + \exp(-\gamma l/2)}.$$

Отношение величин в числителе и знаменателе правой части есть гиперболический тангенс $\operatorname{th}(\gamma l/2)$. С учетом этого получаем

Рис. 1.7. Эквивалентная П-образная схема отрезка линии передачи длиной l с волновым сопротивлением Z_B и коэффициентом распространения γ



$$Z_1 = Z_B \operatorname{th}(\gamma l/2). \quad (1.21)$$

Далее, используя (1.19) и (1.20), аналогично выделим слагаемое с Z_2 :

$$Z_B = Z_B \frac{1 - \exp(-\gamma l)}{1 + \exp(-\gamma l)} + Z_2 [1 - \exp(-\gamma l)],$$

откуда

$$Z_2 = Z_B \frac{2\exp(-\gamma l)}{1 - \exp(-2\gamma l)}.$$

Это выражение упрощается, если перейти к гиперболическому синусу

$$Z_2 = Z_B \operatorname{sh}(\gamma l). \quad (1.22)$$

Выражения (1.21) и (1.22) могут быть при необходимости использованы для полного описания отрезка линии с помощью Т-образной цепи.

На рис. 1.7 изображена П-образная цепь, эквивалентная тому же отрезку линии передачи, который был описан выше с помощью Т-образной цепи. Представления в виде П- и Т-образных цепей полностью эквивалентны, и любое из них может быть использовано с равной эффективностью. Величины элементов П-образной цепи определяются по точно такой же методике, что и для Т-образной цепи.

Как в П-, так и в Т-образной цепи при малой длине l^* можно заменить $\operatorname{sh}(\gamma l)$ на (γl) , а $\operatorname{th}(\gamma l/2)$ – на $(\gamma l/2)$. Тогда эквивалентные схемы, изображенные на рис. 1.6 и 1.7, сводятся к цепям на сосредоточенных элементах, обсужденным в разд. 1.1.

1.4. ТРАНСФОРМАЦИЯ СОПРОТИВЛЕНИЙ

Отрезок линии, нагруженный на одном кольце на некоторое сопротивление, обладает трансформирующими свойствами, поскольку его входное сопротивление отличается от сопротивления нагрузки, что создает определенные трудности при расчете линий передачи, однако оказывается полезным, если правильно используется разработчиком. Проиллюстрируем особенности, связанные с явлением трансформации, на следующих примерах. Возможность трансформировать заданное сопротивление нагрузки с помощью отрезка линии передачи определенной длины позволяет практически реализовывать разнообразные согласующие цепи. Однако измерение неизвестного сопротивления нагрузки усложняется, поскольку отрезок линии между нагрузкой и измерительным устройством трансформирует это сопротивление. Поэтому результаты измерений требуют дополнительной корректировки, прежде чем ими

* Малой по сравнению с длиной волны λ . – Прим. ред.

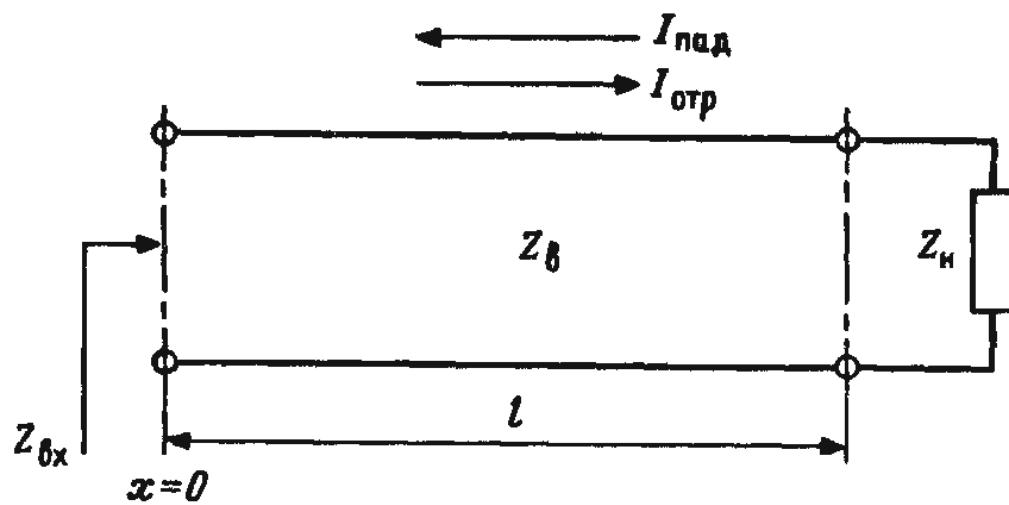


Рис. 1.8. Отрезок линии передачи, нагруженный на сопротивление Z_h

можно будет воспользоваться. В обоих случаях необходимо владеть методом, позволяющим учесть явление трансформации.

Перепишем равенство (1.9), полагая, что сопротивление нагрузки Z_h не равно Z_b :

$$V(x) = A \exp(-\gamma x) + B \exp(\gamma x). \quad (1.23)$$

Полный ток I в некотором сечении линии (рис. 1.8) равен сумме токов, которые создаются падающей волной $I_{\text{пад}}$, распространяющейся в направлении от сечения $x = 0$ до $x = l$, и отраженной волной $I_{\text{отр}}$ в сечении $x = l$, где подключено сопротивление Z_h :

$$I(x) = I_{\text{пад}}(x) - I_{\text{отр}}(x),$$

$$I(x) = \frac{A}{Z_b} \exp(-\gamma x) - \frac{B}{Z_b} \exp(\gamma x). \quad (1.24)$$

В сечении $x = l$ отношение величин $V_i = V(l)$ и $I_h = I(l)$ из (1.23) и (1.24) должно быть равно сопротивлению

$$Z_h = \frac{V_i}{I_h} = Z_b \frac{A \exp(-\gamma l) + B \exp(\gamma l)}{A \exp(-\gamma l) - B \exp(\gamma l)}, \quad (1.25)$$

откуда

$$\frac{B}{A} = \frac{Z_h - Z_b}{Z_h + Z_b} \exp(-2\gamma l). \quad (1.26)$$

Множитель $\exp(-2\gamma l)$ в правой части последнего выражения характеризует изменение амплитуды и фазы волны, обусловленное тем, что волна проходит по линии двойной путь: от источника до нагрузки и обратно.

Теперь перейдем к рассмотрению токов и напряжений в сечении $x = 0$. Полагая $x = 0$, запишем отношение выражений (1.23) и (1.24):

$$Z_{\text{вх}} = \frac{V_{\text{вх}}}{I_{\text{вх}}} = \frac{V(0)}{I(0)} = Z_b \frac{A + B}{A - B},$$

откуда

$$\frac{Z_{\text{вх}}}{Z_b} = \frac{(1 + B/A)}{(1 - B/A)}. \quad (1.27)$$

Здесь $Z_{\text{вх}}$ – входное сопротивление отрезка линии (см. рис. 1.8). Подставляя (1.26) в (1.27), получаем

$$\frac{Z_{\text{вх}}}{Z_B} = \frac{1 + \exp(-2\gamma l)(Z_H - Z_B)/(Z_H + Z_B)}{1 - \exp(-2\gamma l)(Z_H - Z_B)/(Z_H + Z_B)} = \frac{Z_H[1 + \exp(-2\gamma l)] + Z_B[1 - \exp(-2\gamma l)]}{Z_H[1 - \exp(-2\gamma l)] + Z_B[1 + \exp(-2\gamma l)]}. \quad (1.28)$$

Прервем преобразования и выпишем ряд известных соотношений для гиперболических функций:

$$\operatorname{sh} kl = [\exp(\gamma l) - \exp(-\gamma l)]/2,$$

$$1 - \exp(-2\gamma l) = \exp(-\gamma l)[\exp(\gamma l) - \exp(-\gamma l)] = 2\operatorname{sh}(\gamma l)\exp(-\gamma l).$$

Аналогично можно показать, что $1 + \exp(-2\gamma l) = 2\operatorname{ch}(\gamma l)\exp(-\gamma l)$. Вернемся к равенству (1.28), подставив в него полученные выражения и сократив в числителе и знаменателе общий множитель $2\exp(-\gamma l)$:

$$\frac{Z_{\text{вх}}}{Z_B} = \frac{Z_H \operatorname{ch}(\gamma l) + Z_B \operatorname{sh}(\gamma l)}{Z_H \operatorname{sh}(\gamma l) + Z_B \operatorname{ch}(\gamma l)}. \quad (1.29)$$

Выражение (1.29) устанавливает искомую связь между сопротивлением нагрузки на конце линии длиной l и входным сопротивлением последней. Равенство (1.29) можно записывать по-разному. Например, разделив числитель и знаменатель в правой части (1.29) на $Z_B \operatorname{ch}(\gamma l)$, получим

$$\frac{Z_{\text{вх}}}{Z_B} = \left[\frac{Z_H}{Z_B} + \operatorname{th}(\gamma l) \right] / \left[1 + \frac{Z_H}{Z_B} \operatorname{th}(\gamma l) \right]. \quad (1.30)$$

Из (1.30) следует, что при равенстве сопротивлений нагрузки и волнового ($Z_H = Z_B$) входное сопротивление $Z_{\text{вх}}$ линии совпадает с волновым, т. е. $Z_{\text{вх}} = Z_B$. В этом случае исчезает волна, отраженная от нагрузки, и говорят, что линия идеально согласована.

Расчеты по формуле (1.30) проводят либо используя таблицы функции $\operatorname{th}(\gamma l)$, либо опираясь на графическое представление, рассматриваемое в гл. 4. Следует учитывать, что в общем случае величина γ комплексна, т. е. $\gamma = \alpha + j\beta$, и гиперболический тангенс от комплексного аргумента принимает комплексные значения. При численных расчетах можно воспользоваться известной формулой из тригонометрии

$$\operatorname{th}(\gamma l) = \operatorname{th}(\alpha l + j\beta l) = \frac{\operatorname{th}(\alpha l) + j\operatorname{tg}(\beta l)}{1 - j\operatorname{th}(\alpha l)\operatorname{tg}(\beta l)},$$

поскольку $\operatorname{th}(j\beta l) = j\operatorname{tg}(\beta l)$. Значения функций $\operatorname{tg}(\beta l)$ и $\operatorname{th}(\alpha l)$ находятся обычным образом. Более удобна формула

$$\operatorname{th}(\alpha l \pm j\beta l) = \frac{\operatorname{sh}(2\alpha l) \pm j \sin(2\beta l)}{\operatorname{ch}(2\alpha l) + \cos(2\beta l)},$$

где действительная и мнимая части разделены.

Пример 1.3. Линия передачи длиной 100 м работает на частоте 10 МГц и вносит погонное затухание 0,002 Нп/м. Каково сопротивление нагрузки на конце линии, если фазовая скорость в линии $2,7 \cdot 10^8$ м/с, волновое сопротивление 50 Ом и входное сопротивление на входных зажимах со стороны нагрузки $(30 - j10)$ Ом.

Решение

Подобная проблема возникает при измерениях, когда по известным входному сопротивлению $Z_{\text{вх}}$ и параметрам линии необходимо определить Z_{H} .

Перепишем (1.30) в виде

$$\frac{Z_{\text{H}}}{Z_{\text{в}}} = \left[\frac{Z_{\text{вх}}}{Z_{\text{в}}} - \operatorname{th}(\gamma l) \right] / \left[1 - \frac{Z_{\text{вх}}}{Z_{\text{в}}} \operatorname{th}(\gamma l) \right].$$

Отметим неслучайное сходство этого выражения с (1.30). Действительно, при выводе (1.30) за положительное принято направление от входа линии к нагрузке, а пересчет сопротивлений ведется от нагрузки к входу. Выписанное равенство соответствует при том же положительном направлении обратному пересчету от входа к нагрузке, поэтому в (1.30) следует заменить l на $-l$, Z_{H} на $Z_{\text{вх}}$, $Z_{\text{вх}}$ на Z_{H} и учесть, что $\operatorname{th}(-\gamma l) = -\operatorname{th}(\gamma l)$.

Необходимо определить Z_{H} при $Z_{\text{вх}} = (30 - j10)$ Ом, $Z_{\text{в}} = (50 + j0)$ Ом, $l = 100$ Ом, $\alpha = 0,002$ Нп/м, $v_{\phi} = 2,7 \cdot 10^8$ м/с.

В соответствии с этими данными

$$Z_{\text{вх}}/Z_{\text{H}} = 0,6 - j0,2, \quad \alpha l = 2 \cdot 10^{-3} \cdot 100 = 0,2 \text{ Нп},$$

$$2\alpha l = 0,4 \text{ Нп},$$

$$\beta l = \frac{\omega l}{v_{\phi}} = \frac{2\pi 10 \cdot 10^6 \cdot 100}{2,7 \cdot 10^8} = 23,27 \text{ рад},$$

$$2\beta l = 46,54 \text{ рад.}$$

Далее находим

$$\operatorname{th}(\gamma l) = \operatorname{th}(\alpha l + j\beta l) = \operatorname{th}(0,2 + j23,27) = \frac{\operatorname{sh}(0,4) + j\sin(46,54)}{\operatorname{ch}(0,4) + \cos(46,54)},$$

где

$$\operatorname{sh}(0,4) = \frac{\exp(0,4) - \exp(-0,4)}{2} = 0,4111;$$

$$\operatorname{ch}(0,4) = 1,081;$$

$$\sin(46,54) = \sin(46,54 - 14\pi) = \sin(2,578) = 0,5513;$$

$$\cos(46,54) = \cos(2,578) = -0,8343.$$

Таким образом,

$$\operatorname{th}(\gamma l) = \frac{0,4111 + j0,5513}{1,081 - 0,8343} = 1,666 + j2,2347.$$

Подставляя все найденные величины в исходное выражение, получаем

$$\frac{Z_{\text{H}}}{Z_{\text{в}}} = \frac{0,6 - j0,2 - 1,666 - j2,2347}{1 - (0,6 - j0,2)(1,666 + j2,2347)} = \frac{4,55 - j0,7063}{3,0},$$

т. е. искомая величина

$$Z_{\text{H}} = 76 - j12 \text{ Ом.}$$

Приведенные выше вычисления достаточно громоздки из-за комплексности величин, которыми приходится оперировать. С помощью программы 1.2 ZSEND входное сопротивление вычисляется гораздо быстрее. Ниже вместе с текстом программы, написанной на языке Бейсик, приведены результаты расчета, получаемые после ввода исходных данных. При написании программы равенство (1.30) непосредственно

ственно не использовалось, поскольку описание, опирающееся на понятие коэффициента отражения, проще. Кроме того, такое описание позволяет дать графическое решение, рассматриваемое в гл. 4. Необходимую дополнительную информацию читатель найдет в разд. 1.7.

JC FORMATTED LISTING
FILE: PROGRAM 1.2 ZSEND
PAGE-1

```
10 REM
20 REM **** ВХОДНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ****
30 REM
40 REM ВЫЧИСЛЯЕТСЯ ВХОДНОЕ
50 REM СОПРОТИВЛЕНИЕ
60 REM ОДНОРОДНОЙ ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ
70 REM С ПОТЕРЯМИ ЛИБО
80 REM БЕЗ ПОТЕРЬ
90 REM -L СООТВЕТСТВУЕТ ДВИЖЕНИЮ
100 REM К НАГРУЗКЕ
110 REM +L СООТВЕТСТВУЕТ ДВИЖЕНИЮ
120 REM К ГЕНЕРАТОРУ
130 REM
140 REM F = ЧАСТОТА В ГГЦ
150 REM L = ДЛИНА ЛИНИИ В СМ
160 REM A2 = ЗАТУХАНИЕ В ДБ/СМ
170 REM Z0 = ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ В ОМАХ
180 REM E = ОТНОСИТ. ДИЭЛЕКТ. ПРОНИЦАЕМОСТЬ
190 CLS
200 PRINT "ВВЕДИТЕ ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ В ОМАХ"
210 INPUT Z0
220 PRINT "ВВЕДИТЕ ЧАСТОТУ В ГГЦ"
230 INPUT F
240 PRINT "ВВЕДИТЕ ЗАТУХАНИЕ В ДБ/СМ"
250 INPUT A2
260 PRINT "ВВЕДИТЕ ОТНОСИТ. ДИЭЛЕКТ. ПРОНИЦАЕМОСТЬ"
270 INPUT E
280 PRINT "ВВЕДИТЕ ДЛИНУ ЛИНИИ В СМ"
290 INPUT L
300 PRINT "ВВЕДИТЕ АКТИВНУЮ ЧАСТЬ СОПРОТ. НАГРУЗКИ В ОМАХ"
310 INPUT R1
320 PRINT "ВВЕДИТЕ РЕАКТИВНУЮ ЧАСТЬ СОПРОТ. НАГРУЗКИ В ОМАХ"
330 INPUT X1
340 LET R = R1
350 LET X = X1
360 LET W1 = 30 / (F * SQR (E))
370 LET R2 = (R1 * R1 - Z0 * Z0 + X1 * X1) / ((R1 + Z0) * (R1 + Z0) +
X1 * X1)
380 LET X2 = 2 * X1 * Z0 / ((R1 + Z0) * (R1 + Z0) + X1 * X1)
390 IF X2 < > 0 THEN
    430
400 IF R2 > = 0 THEN
    420
410 LET G = - 3.1415927:
GOTO 530
420 LET G = 1E -20:
GOTO 530
430 IF R2 < = 0 THEN
    460
440 IF X2 = 0 THEN
    390
450 LET G = ATN (X2 / R2):
GOTO 530
460 IF R2 < > 0 THEN
    500
470 IF X2 > = 0 THEN
    490
```

```

480 LET G = -1.5707963#
GOTO 530
490 LET G = 1.5707963#
GOTO 530
500 IF R2 > = 0 THEN
    530
510 IF X2 = 0 THEN
    390
520 LET G = 3.1415927 + ATN (X2 / R2)
530 LET T1 = G
540 LET M1 = SQR (R2 * R2 + X2 * X2)
550 LET A2 = A2 / 8.686
560 LET T2 = T1 - 4 * 3.1415927 * L / W1
570 LET M2 = M1 * EXP (- (2 * A2 * L))
580 LET D = 1 - 2 * M2 * COS (T2) + M2 * M2
590 IF D = 0 THEN
    LET D = 1E - 20
600 LET R1 = Z0 * (1 - M2 * M2) / D
610 LET X1 = Z0 * 2 * M2 * SIN (T2) / D
620 PRINT
630 PRINT
640 PRINT "*****РЕЗУЛЬТАТ*****"
650 PRINT
660 PRINT "ДЛИНА ЛИНИИ В СМ = " L
670 PRINT "ОТНОСИТ. ДИЭЛЕКТ. ПРОНИЦАЕМОСТЬ = " E
680 PRINT "ЧАСТОТА = " F " ГГЦ"
690 PRINT "ЗАТУХАНИЕ = " A2 " ДБ/СМ"
700 PRINT "ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ = " Z0 " ОМ"
710 PRINT
720 PRINT "СОПРОТИВЛЕНИЕ НАГРУЗКИ = "
730 PRINT " " INT (1000 * R + .5) / 1000" " INT (1000 * X + .5) / 1000"
    J OM"
740 PRINT
750 PRINT "ВХОДНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ = "
760 PRINT " " INT (1000 * R1 + .5) / 1000" " INT (1000 * X1 + .5) / 1000
    J OM"
770 PRINT
780 PRINT
790 PRINT "*****"
800 PRINT
810 PRINT "ЗАКОНЧИЛИ? ЕСЛИ НЕТ, ВВЕДИТЕ 1"
820 INPUT T
830 IF T = 1 THEN
    190
840 PRINT
850 PRINT "$$$$$$ КОНЕЦ ПРОГРАММЫ$$$$$$"
860 END

```

КОНЕЦ ТЕКСТА ПРОГРАММЫ

```

RUN
ВВЕДИТЕ ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ В ОМАХ
?50
ВВЕДИТЕ ЧАСТОТУ В ГГЦ
?10
ВВЕДИТЕ ЗАТУХАНИЕ В ДБ/СМ
?0
ВВЕДИТЕ ОТНОСИТ. ДИЭЛЕКТ. ПРОНИЦАЕМОСТЬ
?1
ВВЕДИТЕ ДЛИНУ ЛИНИИ В СМ
?.75
ВВЕДИТЕ АКТИВНУЮ ЧАСТЬ СОПРОТ. НАГРУЗКИ В ОМАХ
?50
ВВЕДИТЕ РЕАКТИВНУЮ ЧАСТЬ СОПРОТ. НАГРУЗКИ В ОМАХ
?50

```

*****РЕЗУЛЬТАТ*****

ДЛИНА ЛИНИИ В СМ = .75
 ОТНОСИТ. ДИЗЕЛЕКТ. ПРОНИЦАЕМОСТЬ = 1
 ЧАСТОТА = 10 ГГЦ
 ЗАТУХАНИЕ = 0 ДБ/СМ
 ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ = 50 ОМ
 СОПРОТИВЛЕНИЕ НАГРУЗКИ =
 50 50 J ОМ

ВХОДНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ:
 25 -25 J ОМ

ЗАКОНЧИЛИ? ЕСЛИ НЕТ, ВВЕДИТЕ 1
 ?0

\$\$\$\$\$ КОНЕЦ ПРОГРАММЫ \$\$\$\$\$\$

1.5. КОРОТКОЗАМКНУТЫЕ И РАЗОМКНУТЫЕ НА КОНЦЕ ОТРЕЗКИ ЛИНИИ

Из отрезков линий, разомкнутых на конце ($Z_{\text{H}} = \infty$) либо короткозамкнутых ($Z_{\text{H}} = 0$), могут быть созданы разнообразные, представляющие практический интерес элементы и устройства. Входное сопротивление линии ($Z_{\text{вх.кз}}$) при коротком замыкании определяется либо из равенства (1.30), связывающего входное сопротивление и сопротивление нагрузки, либо с помощью эквивалентных выражений, вытекающих из представления отрезка линии в виде П- или Т-образной цепи:

$$Z_{\text{вх.кз}} = Z_{\text{B}} \operatorname{th}(\gamma l).$$

Если потери достаточно малы и ими можно пренебречь, то

$$Z_{\text{вх.кз}} = Z_{\text{B}} \operatorname{th}(j\beta l) = jZ_{\text{B}} \operatorname{tg}(\beta l). \quad (1.31)$$

Для разомкнутой на конце линии, т. е. при отключенной нагрузке,

$$Z_{\text{вх.хх}} = Z_{\text{B}} / \operatorname{th}(\gamma l).$$

При малых потерях

$$Z_{\text{вх.хх}} = -jZ_{\text{B}} / \operatorname{tg}(\beta l) = -jZ_{\text{B}} \operatorname{ctg}(\beta l). \quad (1.32)$$

Из выражений (1.31) и (1.32) следует, что входное сопротивление короткозамкнутого или разомкнутого на конце отрезка линии зависит от его длины l и носит либо емкостный, либо индуктивный характер. В литературе такие отрезки линии получили название шлейфов. Зависимость входного сопротивления шлейфа от длины волны, рассчитанная по (1.31) и (1.32) при $0 \leq l \leq \lambda/4$, представлена на рис. 1.9 и более подробно обсуждается в гл. 4.

В идеально разомкнутой либо короткозамкнутой линии, вся энергия падающей волны отражается от конца линии и возвращается к ее входу. Такой режим работы линии получил название режима полного отражения и анализируется в следующем разделе.

Перемножая выражения (1.31) и (1.32), находим

$$Z_{\text{вх.кз}} Z_{\text{вх.хх}} = Z_{\text{B}}^2. \quad (1.33)$$

На этом равенстве основан простой метод определения волнового сопротивления линии передачи, заключающийся в измерении входного сопротивления линии снача-

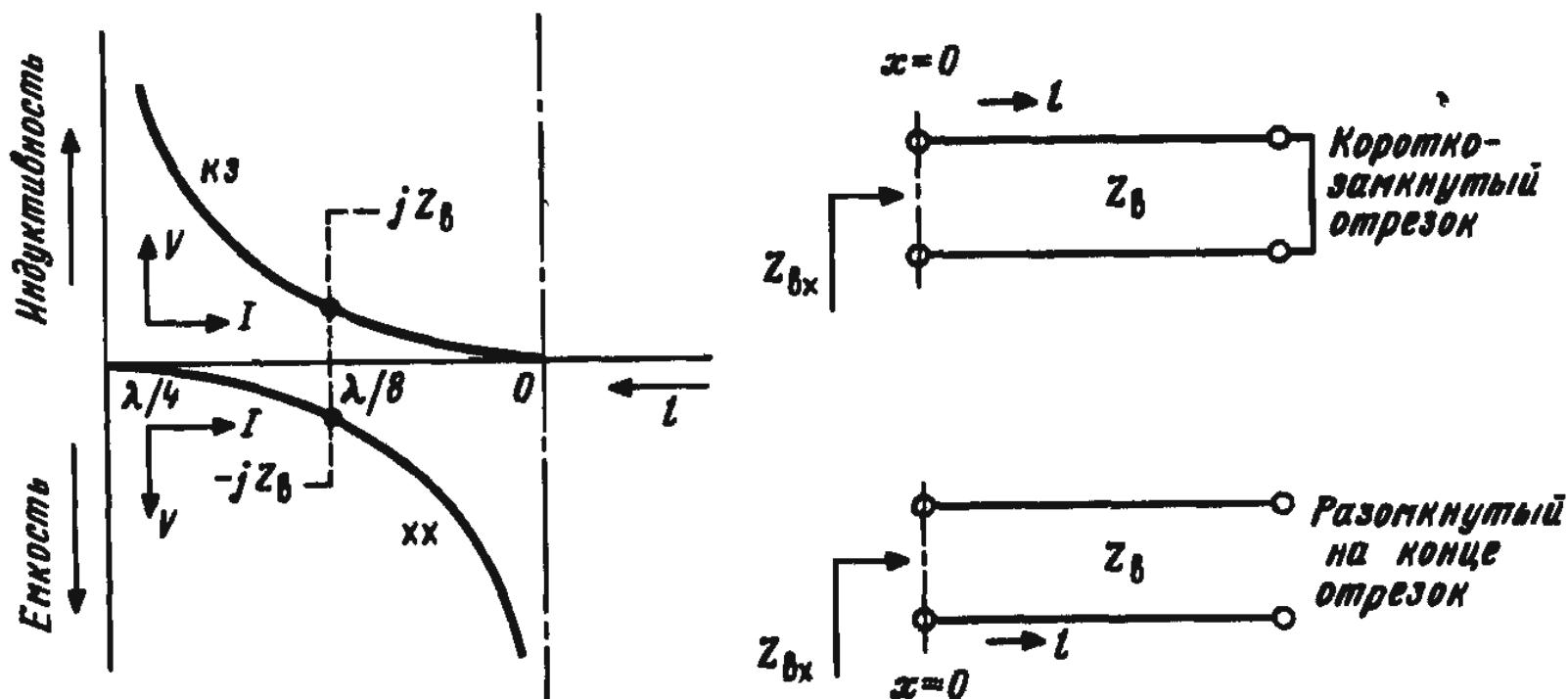


Рис. 1.9. Частотная зависимость входного сопротивления короткозамкнутого и разомкнутого на конце отрезков линии передачи

ла в режиме короткого замыкания, а затем в режиме холостого хода. Еще один простой метод опирается на то, что входное сопротивление отрезка линии, длина которого составляет нечетное число $\lambda/8$, равно по модулю Z_b как при холостом ходе, так и при коротком замыкании, что отмечено штриховой линией на рис. 1.9. В тех случаях, когда длина волны в линии передачи неизвестна либо известна с недостаточной точностью, метод, основанный на равенстве (1.33), позволяет получить вполне удовлетворительный результат.

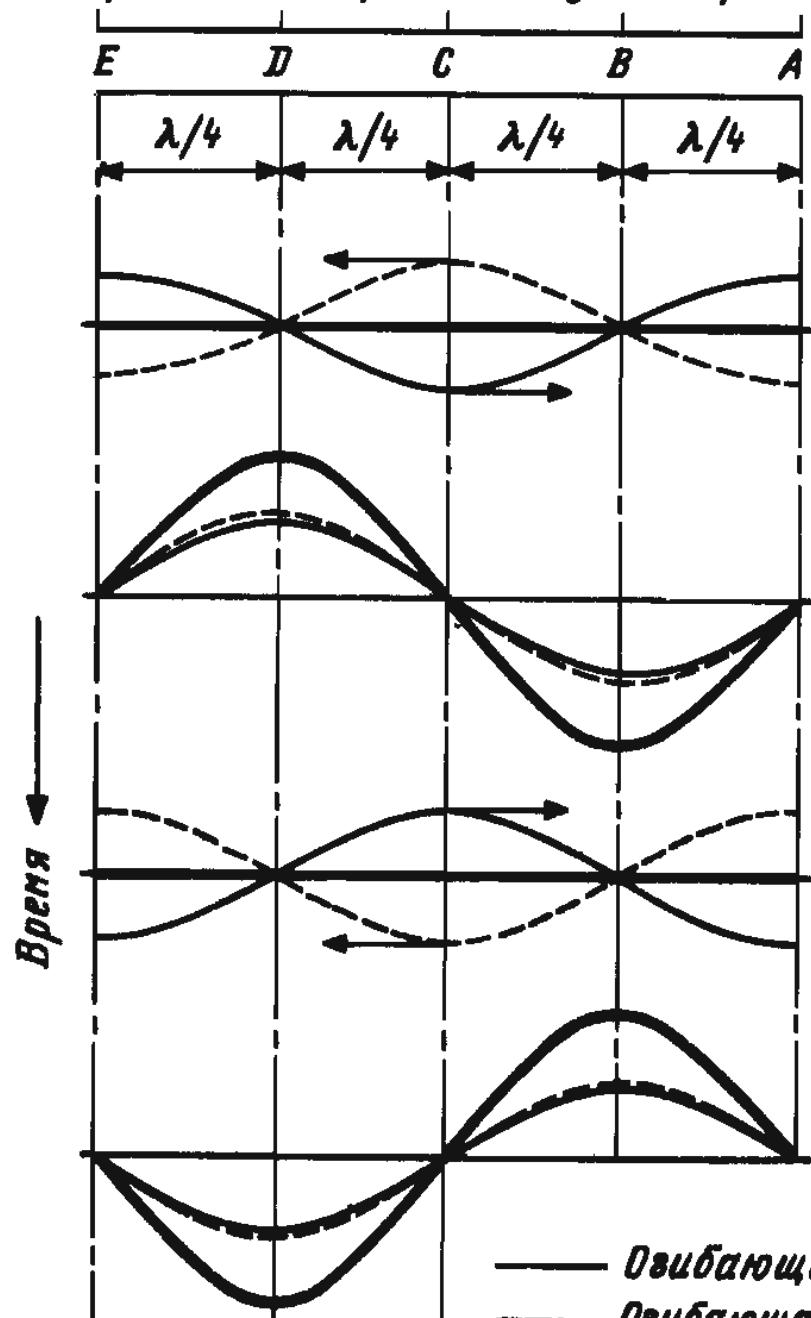
1.6. РЕЖИМ ПОЛНОГО ОТРАЖЕНИЯ

Пусть ко входу линии подключен генератор гармонических колебаний с фиксированной частотой, являющийся источником распространяющейся в линии волны. Если длина линии бесконечна, эта волна никогда не достигнет конца линии. Какое бы расстояние ни прошла волна, ее структура остается неизменной, однако амплитуда волны будет меньше, чем на зажимах генератора, поскольку из-за потерь в линии, обусловленных конечностью сопротивления проводников и несовершенством диэлектрика, часть энергии теряется. В линии без потерь сохраняются неизменными как структура, так и амплитуда волны; имеет место лишь задержка во времени, величина которой пропорциональна пути, пройденному волной вдоль линии.

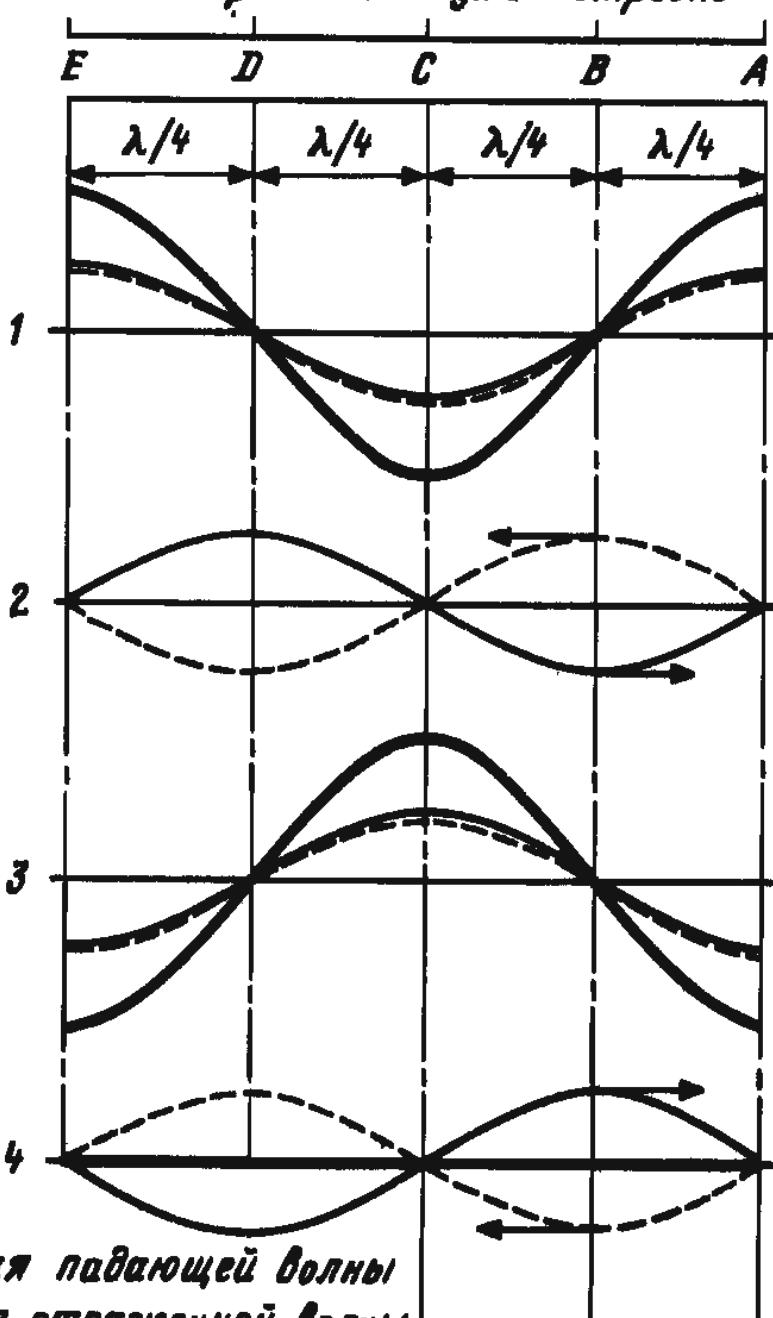
Все реальные линии имеют конечную длину и вносят затухание. Ограничимся случаем, когда потерями в линии можно пренебречь. Попробуем ответить на вопрос, что происходит в линии, когда волна от генератора достигает разомкнутого конца линии? Так как потери в линии равны нулю, вся энергия волны доходит до конца линии, где ток при идеальном режиме холостого хода равен нулю. Поэтому какое-либо рассеяние энергии на конце линии невозможно. В результате вся энергия волны, распространяющейся вдоль линии в прямом направлении (падающая волна), должна вернуться обратно к генератору*, т. е. в сечении, где линия разомкнута, образуется такая обратная (отраженная) волна, что полный ток на разомкнутом конце обращается в нуль. Поскольку отраженная волна распространяется по той же самой линии, что и падающая, но в обратном направлении, в отдельных сечениях линии она суммируется с падающей и в результате образуются максимумы (пучности). В тех сечениях,

* Иначе нарушается закон сохранения энергии. — Прим. ред.

*Ток в разомкнутом на конце отрезке
Напряжение в короткозамкнутом отрезке*



*Напряжение в разомкнутом на конце
отрезке
Ток в короткозамкнутом отрезке*



— Огибающая падающей волны
— Огибающая отраженной волны
— Огибающая результирующей волны

Рис. 1.10. Образование стоячей волны в линии передачи без потерь при идеальном отражении от ее конца

где волны вычитаются, образуются минимумы (узлы). На разомкнутом конце линии располагаются узел тока и пучность напряжения. Во всех сечениях, где образуются пучности тока, располагаются узлы напряжения, и наоборот. Процедура формирования стоячей волны при полном отражении иллюстрируется на рис. 1.10.

Из левой диаграммы 1 на рис. 1.10 видно, что в начальный момент времени падающая и отраженная волны тока противофазны, а суммарный ток в любом сечении линии равен нулю. В тот же момент времени падающая и отраженная волны напряжения синфазны (правая диаграмма 1), суммарное напряжение в отдельных сечениях вдвое превышает то, которое имеет место в бесконечно длинной либо идеально согласованной линии. Линия конечной длины идеально согласована, когда сопротивление нагрузки на ее конце равно волновому сопротивлению линии. Из диаграммы 2, соответствующей более позднему моменту времени, видно, что отраженная волна прошла справа налево расстояние, равное $\lambda/4$, а падающая – то же расстояние, но в обратном направлении. В результате обе волны оказались в фазе и в отдельных сечениях суммарный ток стал больше вдвое, чем ток падающей или отраженной волны (левая диаграмма 2). В тот же момент времени падающая и отраженная волны напряжения полностью гасят друг друга в любом сечении линии. Аналогично строятся распределения тока и напряжения, представленные на диаграммах 3 и 4. В любом сечении линии зависимость напряжения (тока) от времени носит синусоидальный

характер. Суперпозиция падающей и отраженной волн образует в линии без потерь чисто стоячую волну. При идеальном коротком замыкании на конце линии построения ведутся тем же способом. В режиме холостого хода на рис. 1.10 достаточно поменять местами распределения тока и напряжения.

Для мини-ЭВМ была разработана элементарная программа 1.3 SWAVE, которая позволяет методом мультипликации продемонстрировать процесс образования стоячей волны в длинной линии*. Падающая и отраженные волны перемещаются на экране дисплея, образуя узлы и пучности в определенных сечениях линии. Данная программа может рассматриваться как образец при переработке для ЭВМ с другой системой команд графики.

```
[ FORMATTED LISTING
FILE: PROGRAM 1.3 SWAVE
PAGE-1
10 REM
20 REM **** STANDING WAVE DEMO ****
30 REM      **** FOR BBC B ****
40 REM
✓ 50 DIMA(200),C(200),B(200)
✓ 60 Z=5
✓ 70 MODE1
✓ 80 PRINTTAB(8,6)"STANDING WAVE DEMONSTRATION"
  90 PRINTTAB(8,7)"====="
✓ 100 FOR I = 0 TO 144
✓ 110   A(I)=INT(50*SIN(0.043633*I))+127
✓ 120   PRINTTAB(2,15)"I" I,"SIN(I)"INT(100*SIN(I))/100
  130   NEXT I
  140 CLS
  150 PRINTTAB(8,4)"STANDING WAVE DEMONSTRATION"
  160 PRINTTAB(8,6)"====="
  170 MOVE98,90
  180 PLOT5,685,90
  190 PLOT5,685,730
  200 PLOT5,98,730
  210 PLOT5,98,90
  220 MOVE459,90
  230 PLOT21,459,730
  240 MOVE315,90
  250 PLOT21,315,730
  260 MOVE603,90
  270 PLOT21,603,730
  280 MOVE171,90
✓ 290 PLOT21,171,730
  300 PRINTTAB(24,25)" FORWARD WAVE"
  310 PRINTTAB(24,27)"     ---->"
  320 PRINTTAB(24,21)"REFLECTED WAVE"
  330 PRINTTAB(24,23)"     <----"
  340 PRINTTAB(24,14)"RESULTANT WAVE"
  350 VDU 23;8202;0;0;0;
  360 PRINTTAB(3,30)"N A N A N A N A N"
  370 K=144
  380 G=0
  390 MOVE100,100+126
  400 FORL=0TO2*144STEP288
  410   M=0:X=0
  420   FOR I = K TO 144
```

* Программа и текст к ней сохранены без изменений. — Прим. перев.

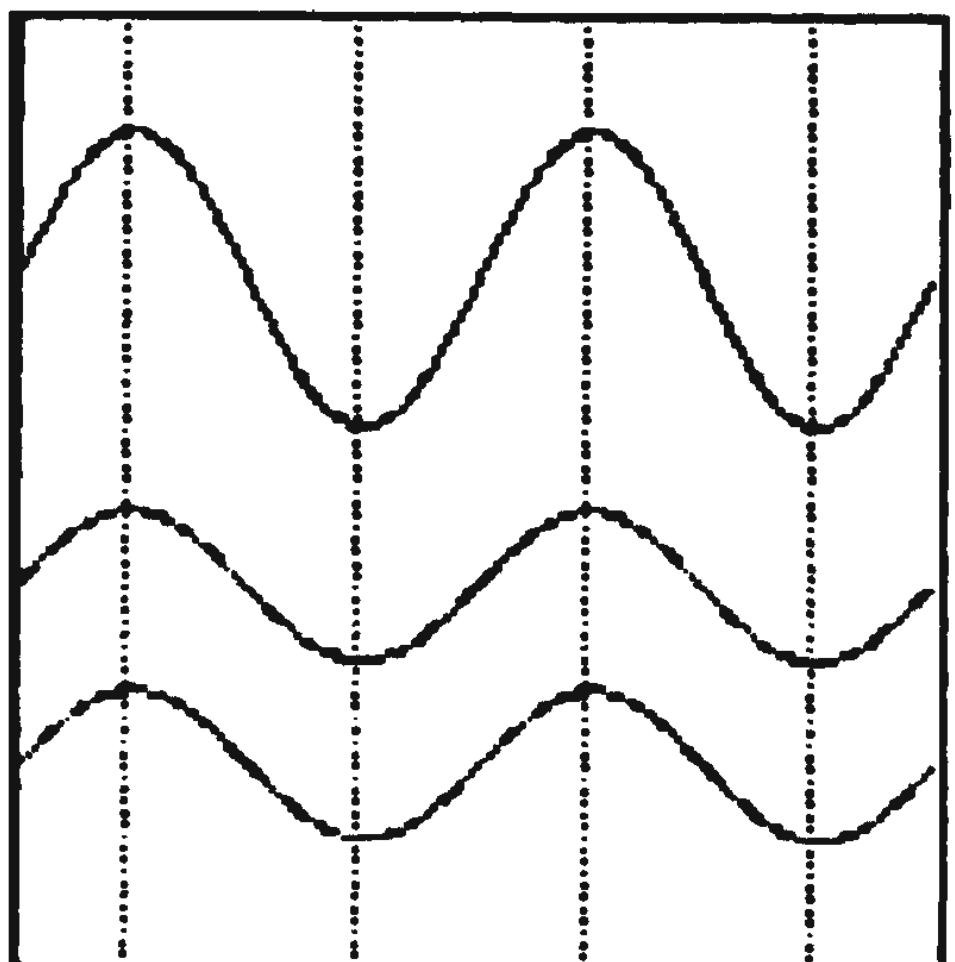
```
430 PLOTZ,(100+L+M),A(I)+100
440 B(X)=A(I)
450 M=M+2:X=X+1
460 NEXTI
470 FOR F = 0 TO K
480 PLOTZ,(100+L+M),A(F)+100
490 B(X)=A(F)
500 M=M+2:X=X+1
510 NEXTF
520 NEXTL
530 MOVE459,90
540 PLOT21,459,730
550 MOVE315,90
560 PLOT21,315,730
570 MOVE603,90
580 PLOT21,603,730
590 MOVE171,90
600 PLOT21,171,730
610 MOVE100,90
620 PLOT5,100,730
630 MOVE100,220+126
640 FORL=0TO2*144STEP288
650 M=0:X=0
660 FOR I = G TO 144
670 PLOTZ,(100+L+M),A(I)+220
680 C(X)=A(I)
690 M=M+2:X=X+1
700 NEXTI
710 FOR F = 0 TO G
720 PLOTZ,(100+L+M),A(F)+220
730 C(X)=A(F)
740 M=M+2:X=X+1
750 NEXTF
760 NEXTL
770 MOVE459,90
780 PLOT21,459,730
790 MOVE315,90
800 PLOT21,315,730
810 MOVE603,90
820 PLOT21,603,730
830 MOVE171,90
840 PLOT21,171,730
850 MOVE100,90
860 PLOT5,100,730
870 MOVE100,420+126
880 FORL=0TO2*144STEP288
890 M=0:X=0
900 FORI=0TO144
910 PLOTZ,(100+L+M),B(X)+C(X)+300
920 M=M+2:X=X+1
930 NEXTI
940 NEXTL
950 MOVE459,90
960 PLOT21,459,730
970 MOVE315,90
980 PLOT21,315,730
990 MOVE603,90
1000 PLOT21,603,730
1010 MOVE171,90
1020 PLOT21,171,730
```

```

1030 MOVE100,90
1040 PLOT5,100,730
1050 IFZ=5THENZ=7:GOT0390
1060 IFZ=5THENZ=7:GOT0630
1070 Z=5
1080 K=K-12
1090 G=G+12
1100 IFK=0THEN GOT0370
1110 GOT0390
>

```

STANDING WAVE DEMONSTRATION

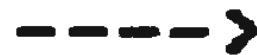


RESULTANT WAVE

REFLECTED WAVE



FORWARD WAVE



N A N A N A N A N

1.7. ЛИНИЯ ПРИ ЧИСТО АКТИВНОМ ЛИБО РЕАКТИВНОМ СОПРОТИВЛЕНИИ НАГРУЗКИ

При экспериментальном исследовании структуру стоячей волны в том виде, как она изображена на рис. 1.10, получить трудно. Металлический пробник, с помощью которого ведется исследование, размещается внутри или вблизи линии передачи так, чтобы он находился под воздействием электрического либо магнитного поля. Ток или напряжение, наводимые в пробнике меняющимся электромагнитным полем, обычно усредняются измерительным прибором, так что сохраняется информация лишь об амплитуде компонент поля и теряется информация о фазе. Поэтому распределение тока и напряжения вдоль линии в режиме стоячих волн изображают, как показано на рис. 1.11.

При сдвиге на четверть длины волны от сечения с коротким замыканием согласно рис. 1.11 напряжение достигает максимума, а ток будет равен нулю. Точно такие же значения напряжение и ток принимают на разомкнутом конце линии. Следовательно, распределение напряжения и тока в разомкнутой на конце линии без потерь не изменится, если подключить к разомкнутому концу четвертьволновый короткозамкнутый отрезок линии. Кроме того, как следует из рис. 1.11, структура стоячей волны

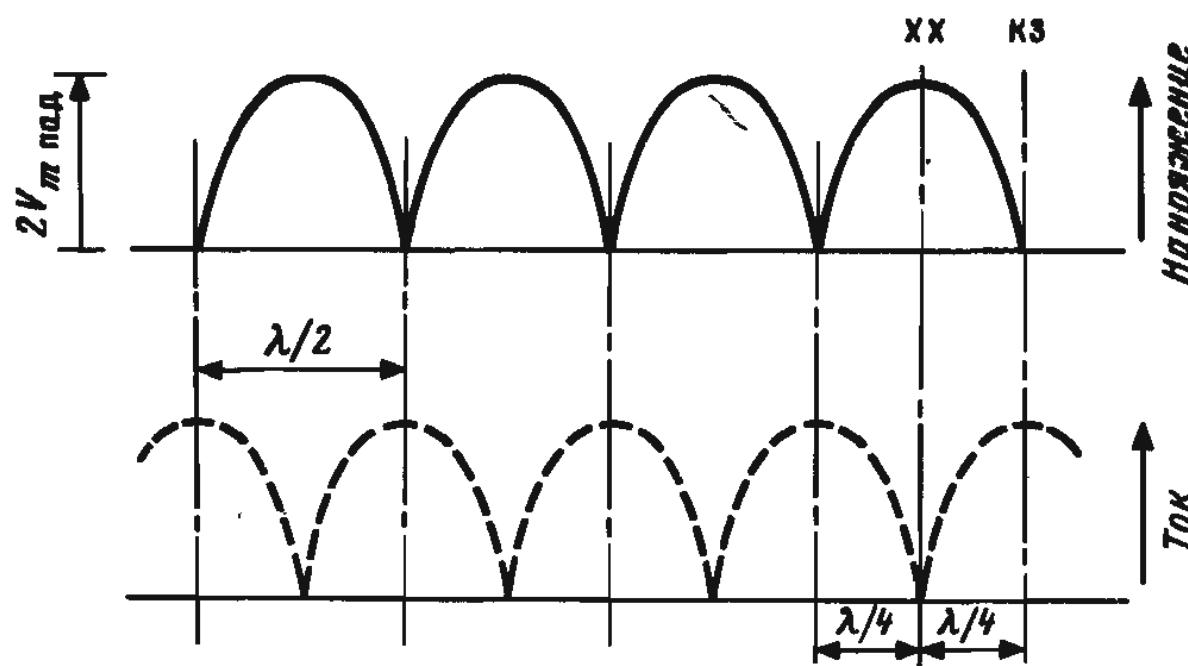


Рис. 1.11. Распределение напряжения и тока в линии передачи, нагруженной на идеально отражающую нагрузку

повторяется через каждые полволны. Оба эти свойства линии находят практическое применение. Более подробно свойства четверть- и полуволновых отрезков линии рассмотрены в гл. 4.

В предыдущем разделе было показано, что в режиме стоячей волны напряжение в пучности вдвое превышает напряжение падающей волны. Кроме того, в результате интерференции падающей и отраженной волн вдоль линии появляются сечения, в которых при отсутствии потерь в линии напряжение равно нулю. Реальные линии обязательно вносят затухание, т.е. амплитуда как падающей, так и отраженной волн монотонно уменьшается по мере их перемещения вдоль линии. В результате напряжение (ток) в пучностях не достигает удвоенного значения, а в узлах становится невозможной полной компенсации. Нули "заплывают", как показано на рис. 1.12.

Для характеристики режима работы линии вводят понятие о коэффициенте стоячей волны по напряжению ($K_{стU}$) или просто коэффициенте стоячей волны ($K_{ст}$), равном отношению напряжений в максимуме и минимуме. В линии без потерь это отношение равно бесконечности в режиме стоячих волн. В реальных линиях с потерями величина $K_{стU}$ всегда конечна. Все сказанное о $K_{стU}$ можно без изменений перенести на распределение стоячих волн тока.

В практических ситуациях обычно лишь часть энергии падающей волны отражается от нагрузки. Уровень отражений зависит от характера и величины сопротивления нагрузки. Поглощение (полное или частичное) энергии падающей волны возможно, если только активная часть сопротивления нагрузки отлична от нуля. На рис. 1.13, б представлено аналогичное изображенному на рис. 1.10 распределение напряжения, но с учетом неполного отражения. Как видно из рис. 1.13, в,

$$K_{стU} = \frac{|V_{пад}| + |V_{отр}|}{|V_{пад}| - |V_{отр}|}. \quad (1.34)$$

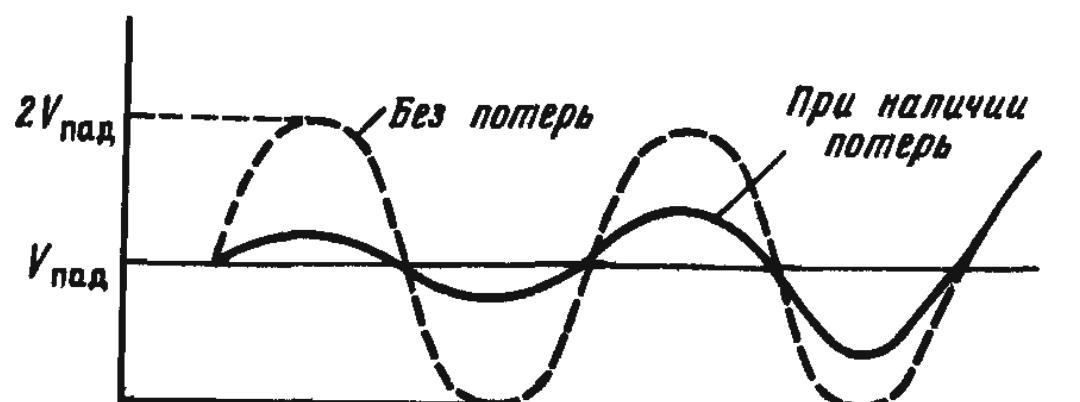


Рис. 1.12. Распределение напряжения в линии при наличии потерь

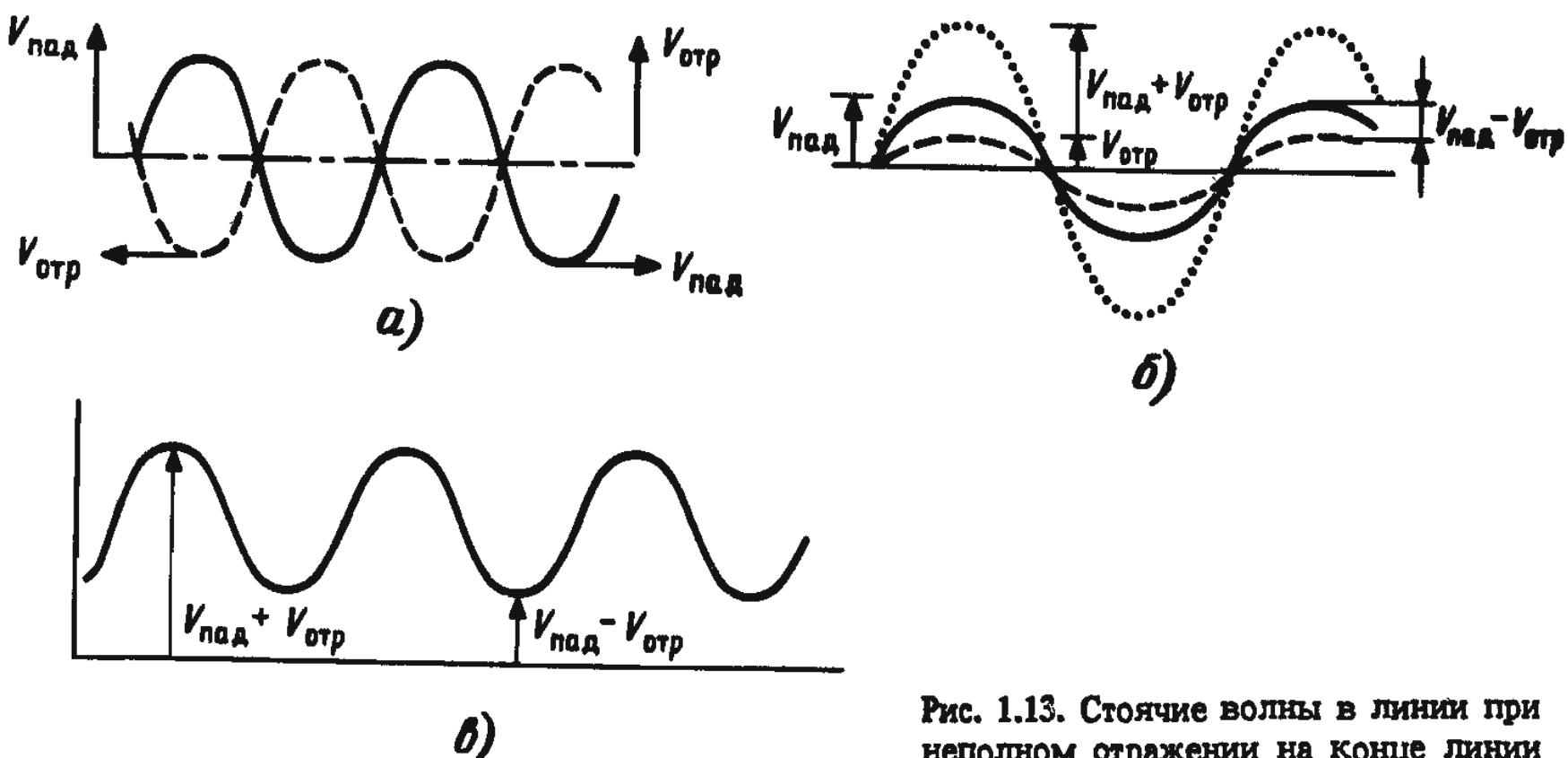


Рис. 1.13. Стоячие волны в линии при неполном отражении на конце линии

В эту формулу можно подставлять как амплитудные, так и действующие ($1/\sqrt{2}$ от амплитудного) значения.

Нагрузкой может быть сосредоточенное сопротивление $Z_и$ либо отрезок линии с волновым сопротивлением $Z_и$, отличным от $Z_в$. В обоих случаях отражение части энергии падающей волны происходит в том сечении, где расположена нагрузка. На рис. 1.14 это сечение AA' . Доля энергии падающей волны, которая не претерпела отражений, распространяется дальше за это сечение.

Запишем уравнения Кирхгофа в сечении AA' для тока:

$$V_{\text{пад}}/Z_в - V_{\text{отр}}/Z_в = V_{\text{прош}}/Z_и \quad (1.35)$$

и напряжения:

$$V_{\text{пад}} + V_{\text{отр}} = V_{\text{прош}}. \quad (1.36)$$

Подставляя значение $V_{\text{прош}}$ из (1.36) в (1.35), определяем коэффициент отражения

$$\Gamma = \frac{V_{\text{отр}}}{V_{\text{пад}}} = \frac{Z_и - Z_в}{Z_и + Z_в}. \quad (1.37)$$

Так как сопротивления $Z_и$ и $Z_в$ в общем случае комплексны, то комплексна и величина Γ , т. е.

$$\Gamma = |\Gamma| \exp(j\theta), \quad (1.38)$$

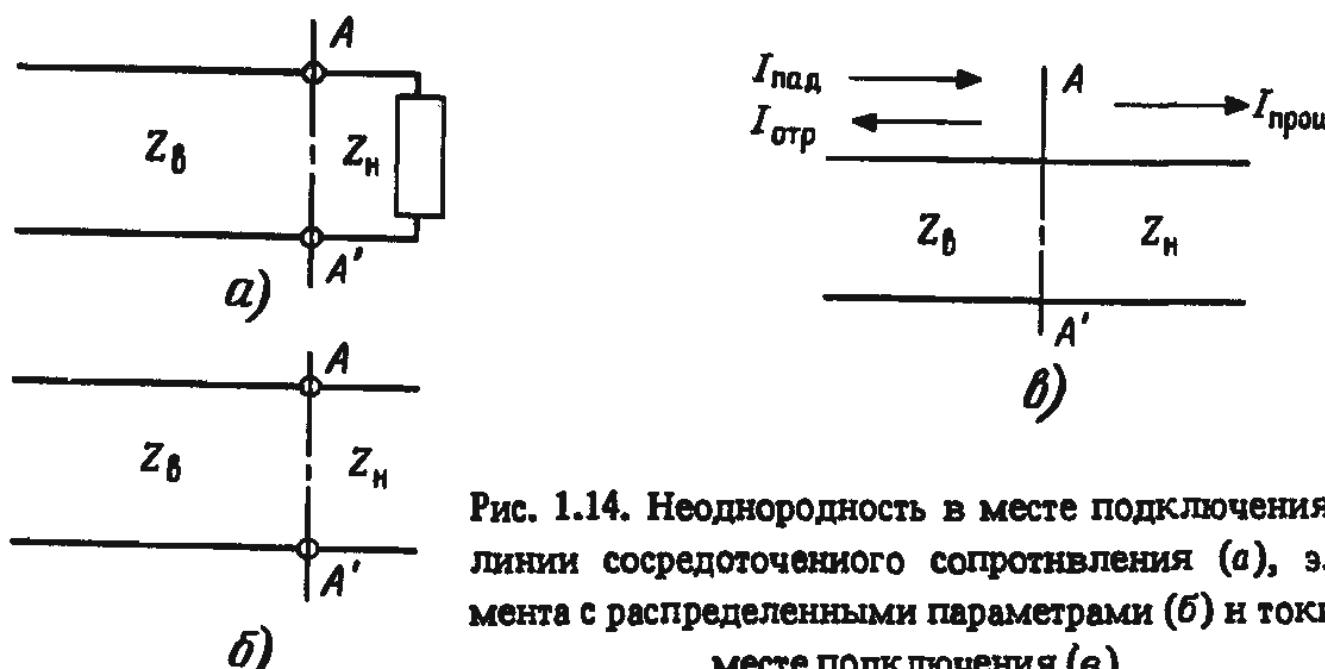


Рис. 1.14. Неоднородность в месте подключения к линии сосредоточенного сопротивления (а), элемента с распределенными параметрами (б) и токи в месте подключения (в)

где $|\Gamma| = \left| \frac{Z_h - Z_b}{Z_h + Z_b} \right|$ и $\theta = \arctg \left(\frac{\text{мнимая часть } \Gamma}{\text{действительная часть } \Gamma} \right)$.

Так как согласно (1.34)

$$K_{ctU} = \left(1 + \left| \frac{V_{\text{отр}}}{V_{\text{пад}}} \right| \right) / \left(1 - \left| \frac{V_{\text{отр}}}{V_{\text{пад}}} \right| \right), \quad (1.39)$$

то из (1.37)

$$|\Gamma| = \left| \frac{V_{\text{отр}}}{V_{\text{пад}}} \right| = \frac{K_{ctU} - 1}{K_{ctU} + 1}. \quad (1.40)$$

Отметим, что величина K_{ctU} в отличие от Γ всегда действительна и меняется от единицы при идеальном согласовании ($Z_h = Z_b$) до бесконечности при коротком замыкании ($Z_h = 0$) или холостом ходе ($Z_h = \infty$).

Найдем соотношение, связывающее величину K_{ctU} с долей мощности, поступающей в нагрузку. Из закона сохранения энергии следует, что мощность падающей волны равна сумме мощностей, рассеянной в нагрузке и отраженной:

$$P_{\text{пад}} = P_h + P_{\text{отр}}.$$

Предполагается, что потери в линии равны нулю. Следовательно,

$$\frac{P_h}{P_{\text{пад}}} = \frac{P_{\text{пад}} - P_{\text{отр}}}{P_{\text{пад}}} = 1 - \frac{P_{\text{отр}}}{P_{\text{пад}}}. \quad (1.41)$$

Второе слагаемое в правой части (1.41) равно отношению $(V_{\text{отр}}/V_{\text{пад}})^2$, так как мощность пропорциональна V^2/Z . Таким образом, отношение мощностей – поступившей из линии в нагрузку и падающей связано согласно (1.40) с K_{ctU} равенством

$$\frac{P_h}{P_{\text{пад}}} = 1 - \left(\frac{K_{ctU} - 1}{K_{ctU} + 1} \right)^2 = \frac{4K_{ctU}}{(K_{ctU} + 1)^2}. \quad (1.42)$$

Наличие квадратичного множителя в знаменателе (1.42) – отражение того факта, что мощность, поступающая в нагрузку из линии, быстро уменьшается по мере возрастания величины K_{ctU} (по сравнению с 1). Например, при $K_{ctU} = 3$ только 75 % мощности падающей волны поглощается в нагрузке, а при $K_{ctU} = 20$ – лишь 18 %.

Пример 1.4. Через очень короткий отрезок линии передачи с волновым сопротивлением 50 Ом необходимо передать в нагрузку мощность, равную 1 кВт. В соответствии с требованиями завода-изготовителя действующее напряжение в линии не должно превышать 250 В. Определить: максимально допустимое значение K_{ctU} , при котором не повреждается линия: величину мощности, развиваемую генератором.

Решение

Условие, что длина линии мала, существенно. Поскольку коэффициент затухания не задан, при малой длине можно пренебречь потерями в линии и воспользоваться соотношением (1.41):

$$P_h = P_{\text{пад}} - P_{\text{отр}},$$

$$P_h = \frac{V_{\text{пад}}^2 - V_{\text{отр}}^2}{Z_b} = \frac{1}{Z_b} (V_{\text{пад}} + V_{\text{отр}})(V_{\text{пад}} - V_{\text{отр}}) = 1000 \text{ Вт},$$

$$\text{т.е. } (V_{\text{пад}} + V_{\text{отр}})(V_{\text{пад}} - V_{\text{отр}}) = 50000.$$

Так как действующее значение напряжения в линии не должно превышать 250 В, то

$$(V_{\text{пад}} + V_{\text{отр}}) < 250,$$

следовательно,

$$(V_{\text{пад}} - V_{\text{отр}}) > 50\ 000/250 = 200.$$

Но

$$K_{\text{ст}U} = \frac{|V_{\text{пад}}| + |V_{\text{отр}}|}{|V_{\text{пад}}| - |V_{\text{отр}}|},$$

т.е. $K_{\text{ст}U} < 250/200 = 1,25$.

При таком значении $K_{\text{ст}U}$ 98,8 % мощности падающей волны передается из линии в нагрузку. Сравнивая долю мощности, поступающей в нагрузку, и мощность, вводимую в линию, получаем

0,988 соответствует 1000 Вт,

следовательно, генератор должен развивать мощность 1012 Вт, если предполагать, что он согласован с линией. Последнее гарантирует максимум мощности, отдаваемой генератором в линию, и отсутствие повторных отражений на зажимах генератора*.

В реальных устройствах $K_{\text{ст}U}$ обычно не превышает 1,1, что соответствует передаче в нагрузку 99,8 % мощности. При заданных значениях волнового сопротивления и сопротивления нагрузки величину $K_{\text{ст}U}$ в линии передачи можно определить по приводимой ниже программе 1.4 MISS. Вычисляется также доля мощности, поступающей в нагрузку из линии при найденном значении $K_{\text{ст}U}$.

1C FORMATTED LISTING
FILE: PROGRAM 1.4 MISS
PAGE-1

```

10 REM
20 REM **** СОГЛАСОВАНИЕ ****
30 REM
40 REM В ПРОГРАММЕ ВЫЧИСЛЯЕТСЯ
50 REM КОЭФФИЦИЕНТ ОТРАЖЕНИЯ
60 REM В ОДНОРОДНОЙ ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ
70 REM С ЗАДАННЫМИ СОПРОТИВЛЕНИЯМИ
80 REM ВОЛНОВЫМ И НАГРУЗКИ.
90 REM ВЫЧИСЛЯЕТСЯ ТАКЖЕ
100 REM ЗНАЧЕНИЕ КСВН И
110 REM ДОЛЯ МОЩНОСТИ
120 REM ПАДАЮЩЕЙ ВОЛНЫ,
130 REM ПОСТУПАЮЩЕЙ В НАГРУЗКУ
140 REM
150 REM VSWR = КОЭФФИЦИЕНТ СТОЯЧЕИ ВОЛНЫ ПО НАПРЯЖЕНИЮ
160 REM FAS = КОЭФФИЦИЕНТ ОТРАЖЕНИЯ
170 REM PR = ПРОЦЕНТ МОЩНОСТИ В НАГРУЗКЕ
180 REM ZO = ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ В ОМАХ
190 REM ZL = СОПРОТИВЛЕНИЕ НАГРУЗКИ В ОМАХ
200 REM
210 CLS
220 PRINT
230 PRINT "ВВЕДИТЕ ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ В ОМАХ"
240 PRINT "СНАЧАЛА ДЕЙСТВИТЕЛЬНУЮ ЧАСТЬ,"
250 INPUT R0
260 PRINT "ПОТОМ МНИМУЮ ЧАСТЬ"
270 INPUT I0
280 PRINT
290 PRINT "ВВЕДИТЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ НАГРУЗКИ В ОМАХ"
300 PRINT "СНАЧАЛА ДЕЙСТВИТЕЛЬНУЮ ЧАСТЬ,"
310 INPUT RL

```

* Отметим, что такой режим работы генератора не обеспечивает максимума КПД – Прим. ред.

```

320 PRINT "ПОТОМ МНИМУЮ ЧАСТЬ"
330 INPUT IL
340 REM
350 REM КОЭФФИЦИЕНТ ОТРАЖЕНИЯ
360 LET A = RL - RO
370 LET B = IL - IO
380 LET C = RL + RO
390 LET D = IL + IO
400 LET E = C * C + D * D
410 LET F = A * C + B * D
420 LET G = B * C - A * D
430 LET F1 = F / E: F1 = F
440 LET G1 = G / E: G1 = G
450 PRINT
460 PRINT "***** РЕЗУЛЬТАТ *****"
470 PRINT
480 PRINT "В ОДНОРОДНОЙ ЛИНИИ"
490 PRINT "С ВОЛНОВЫМ СОПРОТИВЛЕНИЕМ ("RO", "IO" J) ОМ"
500 PRINT "И СОПРОТИВЛЕНИЕМ НАГРУЗКИ ("RL", "IL" J) ОМ"
510 PRINT "ВЫЧИСЛЕННОЕ ЗНАЧЕНИЕ"
520 PRINT "КОЭФ. ОТРАЖЕНИЯ ОТ НАГРУЗКИ РАВЕН (" INT (1000 * F +
    .5) / 1000, " INT (1000 * G + .5) / 1000" J) ОМ"
530 IF G < > 0 THEN
    570
540 IF F > = 0 THEN
    560
550 LET Z = - 3.1415927:
GOTO 670
560 LET Z = 1E -20:
GOTO 670
570 IF F < = 0 THEN
    600
580 IF G = 0 THEN
    530
590 LET Z = ATN (G / F):
GOTO 670
600 IF G < > 0 THEN
    640
610 IF F > = 0 THEN
    630
620 LET Z = - 1.5707963:
GOTO 670
630 LET Z = 1.5707963:
GOTO 670
640 IF F > = 0 THEN
    670.
650 IF G = 0 THEN
    530
660 LET Z = 3.1415927 + ATN (G / F)
670 LET T1 = Z
680 PRINT "ИЛИ В ПОКАЗАТЕЛЬНОЙ ФОРМЕ "INT (SQR(F * F + G * G) * 1000
    + .5)/1000 " (МОДУЛЬ)"
    INT (T1 * 360 / 2 / 3.1415927)" (ФАЗА В ГРАД.)"
690 REM
700 REM ВЫЧИСЛЕНИЕ КСВН
710 LET H = SQR(F1 * F1 + G1 * G1)
720 IF H = 1 THEN
    LET VSWR = 10000:
    GOTO 740
730 LET VSWR = (1 + H) / (1 - H)
740 PRINT
750 PRINT "КСВН = " INT (VSWR * 1000 + .5) / 1000
760 REM
770 REM ВЫЧИСЛЕНИЕ ДОЛИ МОЩНОСТИ
780 REM
790 LET PR = 4 * VSWR / ((VSWR + 1) * (VSWR + 1)) * 100
800 PRINT
810 PRINT "% МОЩНОСТИ ПАДАЮЩЕЙ ВОЛНЫ."

```

```

820 PRINT "ПОСТУПАЮЩЕЙ В НАГРУЗКУ, РАВЕН " INT (PR * 1000 + 0.5) / 1000
830 PRINT
840 PRINT "*****"
850 PRINT
860 PRINT "ЗАКОНЧИЛИ? ? ЕСЛИ НЕТ, ВВЕДИТЕ 1"
870 INPUT B
880 IF B = 1 THEN
     210
890 PRINT
900 PRINT "***** КОНЕЦ ПРОГРАММЫ *****"
910 END

```

КОНЕЦ ТЕКСТА ПРОГРАММЫ

JRUN

ВВЕДИТЕ ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ В ОМАХ
СНАЧАЛА ДЕЙСТВИТЕЛЬНУЮ ЧАСТЬ,

?50
ПОТОМ МНИМУЮ ЧАСТЬ
?0

ВВЕДИТЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ НАГРУЗКИ В ОМАХ
СНАЧАЛА ДЕЙСТВИТЕЛЬНУЮ ЧАСТЬ,

?50
ПОТОМ МНИМУЮ ЧАСТЬ
?0

***** РЕЗУЛЬТАТ *****

В ОДНОРОДНОЙ ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ
С ВОЛНОВЫМ СОПРОТИВЛЕНИЕМ (50,0 О) ОМ
И СОПРОТИВЛЕНИЕМ НАГРУЗКИ (50,0 О) ОМ
ВЫЧИСЛЕННОЕ ЗНАЧЕНИЕ
КОЭФ. ОТРАЖЕНИЯ ОТ НАГРУЗКИ РАВНО (0,0 О) ОМ
ИЛИ В ПОКАЗАТЕЛЬНОЙ ФОРМЕ 0 (МОДУЛЬ) 0 (ФАЗА В ГРАД.)

KCBH = 1

Х МОЩНОСТИ ПАДАЮЩЕЙ ВОЛНЫ,
ПОСТУПАЮЩЕЙ В НАГРУЗКУ, РАВЕН 100

ЗАКОНЧИЛИ? ЕСЛИ НЕТ, ВВЕДИТЕ 1, ЕСЛИ ДА - 0
?0

***** КОНЕЦ ПРОГРАММЫ *****

В ряде случаев необходимо определять входное сопротивление линии по известному значению коэффициента отражения. Обратимся к рис. 1.15, где указаны все величины, необходимые для анализа. В принятых обозначениях

$$\Gamma_1 = \frac{Z_H - Z_B}{Z_H + Z_B}. \quad (1.43)$$

Перепишем равенство (1.28) в виде

$$\Gamma_{Bx} = (Z_{Bx} - Z_B)/(Z_{Bx} + Z_B)$$

и учтем, что

$$\Gamma_{Bx} = \Gamma_1 \exp(-2\gamma l). \quad (1.44)$$

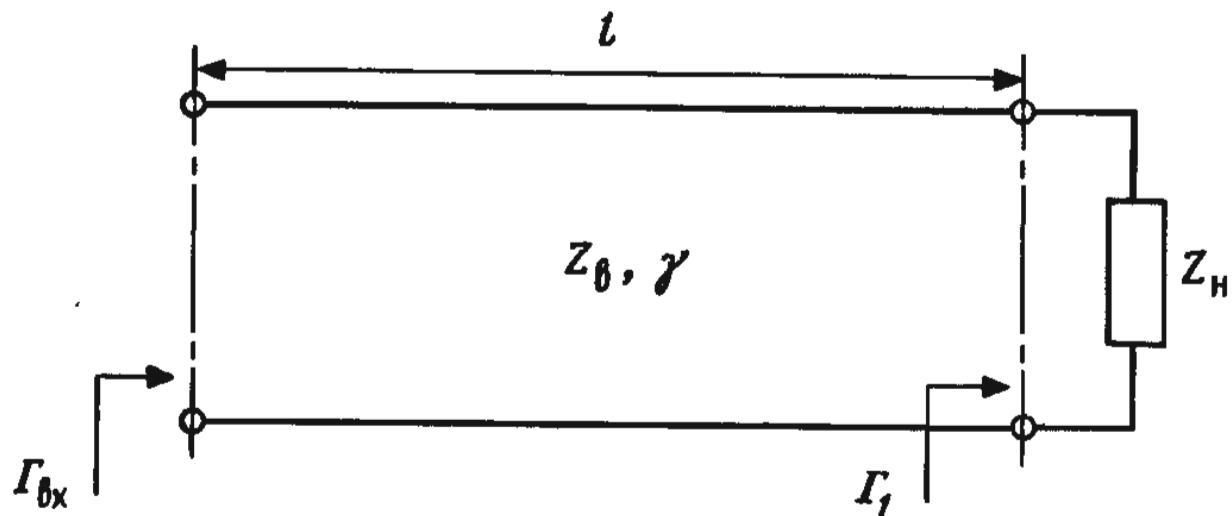


Рис. 1.15. Определение входного сопротивления отрезка линии по коэффициенту отражения

Тогда

$$Z_{bx} = \frac{1 + \Gamma_1 \exp(-2\gamma l)}{1 - \Gamma_1 \exp(-2\gamma l)}.$$

Если потерями можно пренебречь, то в (1.44) и далее

$$\Gamma_{bx} = \Gamma_1 \exp(-j2\beta l). \quad (1.45)$$

При решении задач, связанных с длинными линиями, широко используется графическое представление в виде диаграмм зависимости входного сопротивления от коэффициента отражения. Такие представления получили название диаграмм Смита*. Методика построения и применения диаграммы подробно рассмотрена в гл. 4.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Slater, J. C., *Microwave Transmission*, McGraw-Hill, 1942.
- 2 Chipman, R.A., *Theory and Problems of Transmission Lines*, Schaum's Outline Series, McGraw-Hill, 1968.
- 3 Stroud, K. A., *Engineering Mathematics Programs and Problems*, Macmillan, 1970.
- 4 Collin, R. E., *Foundations for microwave engineering*, McGraw-Hill, 1966.
- 5 Cross, A. W., *Experimental Microwaves Issue 3*, Marconi Instruments Limited. Printed by Focus (Technical Services) Limited, 1975.

Глава 2

ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ

В этой главе рассмотрены основные типы линий передачи, широко используемые в системах связи. Каждая линия обладает по сравнению с другими теми или иными достоинствами и недостатками; поэтому процедура выбора линии передачи в каждом конкретном случае основана на компромиссе между разнообразными и нередко противоречивыми требованиями. Не последнюю роль играют например, электричес-

* В отечественной литературе — диаграммы Вольперта либо круговые диаграммы полных сопротивлений.—Прим. ред.

кие и механические требования к линии передачи. Ниже основное внимание уделено двум основным параметрам, характеризующим линию: волновому сопротивлению и длине волны в линии. На основе подробного анализа для этих параметров получены простые аналитические выражения в форме, удобной для численных расчетов на ЭВМ.

2.1. КОАКСИАЛЬНАЯ ЛИНИЯ

Коаксиальная линия (как часто говорят, коаксиал) на сегодня – одна из наиболее распространенных и применяемых линий. Области ее применения чрезвычайно разнообразны. Например, подавая по коаксиальной линии высокочастотный сигнал на измерительный прибор типа осциллографа или от измерительного генератора, можно существенно снижать влияние паразитных наводок. В жилых домах коаксиальный кабель соединяет антенну с телевизором. Для этой цели обычно применяют кабель со стандартным значением волнового сопротивления 75 Ом. Во многих других областях высокочастотной техники чаще используют коаксиальные линии с 50-омным волновым сопротивлением. Коаксиальные линии успешно работают на частотах от 0 Гц до десятков гигагерц.

Прежде чем перейти к рассмотрению волнового сопротивления, опишем конструкцию коаксиальной линии. Поперечное сечение линии и ее общий вид изображены на рис. 2.1*. Коаксиальная линия обычно состоит из сплошного внутреннего проводника, чаще медного, радиусом a и внешнего экрана с внутренним радиусом b . В гибких кабелях внешний экран обычно сплетен из тонкой медной проволоки, а в жестких выполнен из цельнометаллической трубы (жесткая конструкция чаще используется при работе на СВЧ). Пространство между проводниками заполняется диэлектриком, относительную диэлектрическую проницаемость которого обозначим буквой ϵ_r . Диэлектрик удерживает центральный проводник и одновременно является изолятором между внутренним и внешним проводниками. В диапазонах ОВЧ и УВЧ чаще используют фторопласт, на более высоких частотах, близких к СВЧ, применяют нередко кабели с воздушным заполнением.

Чтобы найти волновое сопротивление, необходимо предварительно определить структуру электрического и магнитного полей в линии. Известно, что вектор эле-

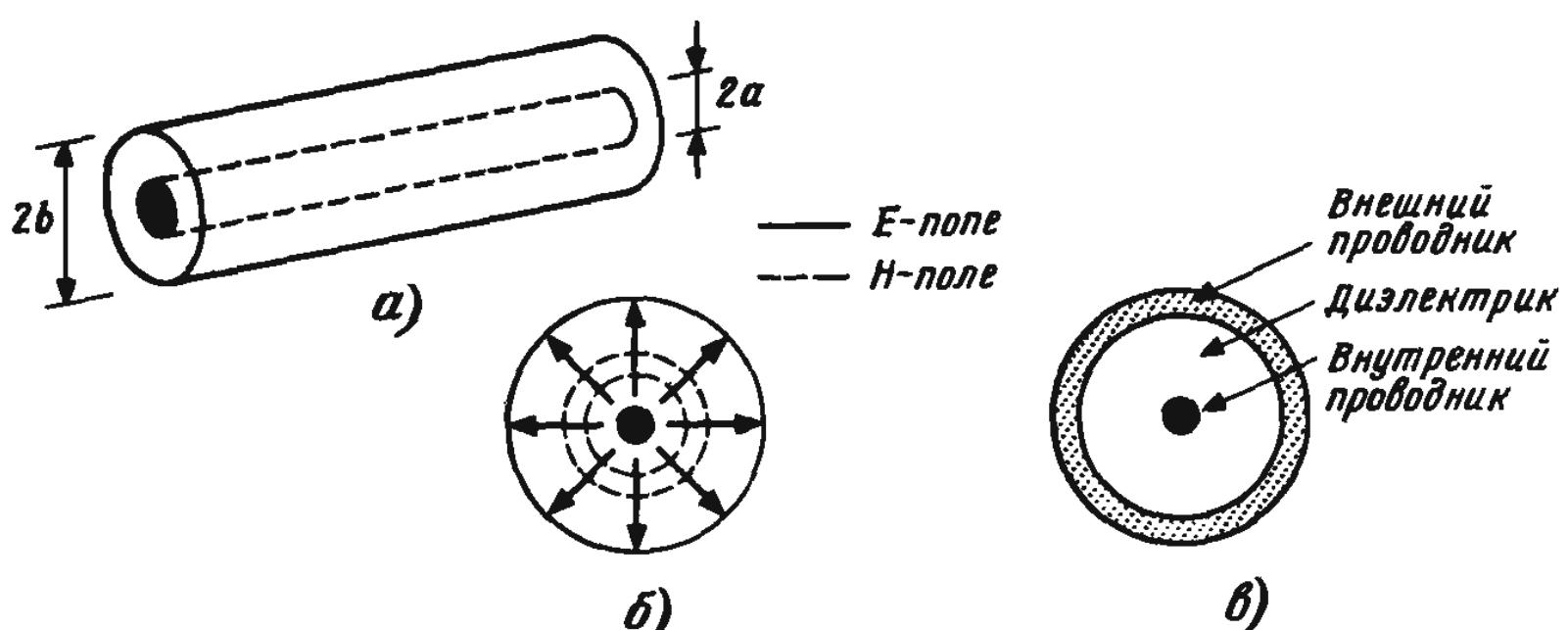


Рис. 2.1. Общий вид (а), структура поля (б) и поперечное сечение (в) коаксиальной линии передачи

* На рис. 2.1 изображена простейшая реализация коаксиальной линии. – Прим. ред.

ктрической индукции D связан с вектором напряженности электрического поля E и абсолютной диэлектрической проницаемостью ϵ равенством*

$$D = \epsilon E, \quad (2.1)$$

а вектор магнитной индукции B – с вектором напряженности магнитного поля H и абсолютной магнитной проницаемостью μ равенством*

$$B = \mu H. \quad (2.2)$$

Смысл обоих равенств подробно рассмотрен в [1].

Найдем погонную емкость коаксиального кабеля, изображенного на рис. 2.1. Пусть между внутренним и внешним проводниками приложена разность потенциалов V , под влиянием которой на этих проводниках поддерживается линейная плотность зарядов $+q$ и $-q$ соответственно. Тогда, как известно, радиальная составляющая вектора индукции при $a \leq r \leq b$ **

$$D = q/2\pi r [\text{Кл}/\text{м}^2]. \quad (2.3)$$

Так как разность потенциалов V равна $\int E dr$, то ее можно определить из (2.1) и (2.3). Интегрируя вдоль радиуса в области, заполненной диэлектриком, получаем

$$V = \int_a^b \frac{q}{2\pi\epsilon r} dr = \frac{q}{2\pi\epsilon} (\ln b - \ln a),$$

поскольку

$$\int \frac{1}{r} dr = \text{натуральный логарифм } r = \ln r.$$

Полученное равенство перепишем в виде

$$V = \frac{q}{2\pi\epsilon} \ln \left(\frac{b}{a} \right),$$

тогда погонная емкость C кабеля

$$C = q/V = 2\pi\epsilon/\ln(b/a) [\Phi/\text{м}]. \quad (2.4)$$

Аналогично находится и погонная индуктивность. Если по внутреннему проводнику течет ток I , то напряженность магнитного поля в линии***

$$H = I/2\pi r [\text{А}/\text{м}]. \quad (2.5)$$

Согласно (2.2) и (2.5)

$$B = \mu I/2\pi r [\text{Тл или Вб}/\text{м}^2].$$

Поток ϕ магнитной индукции, пронизывающий прямоугольник, одна из сторон которого параллельна радиусу и равна dr , а вторая параллельна оси линий и равна

* В изотропной среде. – Прим. ред.

** Это следует из теоремы Гаусса $\oint D dS = Q$, где Q – полный заряд на любом из проводников. – Прим. ред.

*** Находится из закона Ампера $I = \oint H dl$. – Прим. ред.

единице, описываемая выражением (рис. 2.1, б)

$$\phi = B \cdot 1 \cdot dr = \frac{\mu I}{2\pi r} \cdot 1 \cdot dr [Вб].$$

Полный поток Φ , приходящийся на единицу длины линии, равен интегралу $\int \phi dr$, взятыму в пределах от a до b . Выполнив интегрирование, найдем погонную индуктивность

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{1}{I} \int_a^b \frac{\mu I}{2\pi r} dr = \frac{\mu}{2\pi} \ln(b/a) [Гн/м]. \quad (2.6)$$

Волновое сопротивление описывается равенством (1.3)

$$Z_B = (L/C)^{1/2},$$

что позволяет записать с помощью (2.4) и (2.6) выражение

$$Z_B = \left[\frac{\mu}{2\pi} \ln(b/a) \ln(b/a) \frac{1}{2\pi \epsilon} \right]^{1/2} = \frac{1}{2\pi} (\mu_0 / \epsilon_0)^{1/2} (\mu_r / \epsilon_r)^{1/2} \ln(b/a), \quad (2.7)$$

где $\mu = \mu_r \mu_0$; $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$; $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$ Гн/м; $\mu_0 = 2\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м, а ϵ_r и μ_r – относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости. У диэлектриков, используемых в коаксиальных линиях, обычно $\mu_r = 1$. Подставляя в (2.7) выписанные значения ϵ_0 и μ_0 , при $\mu_r = 1$ получаем

$$Z_B = \frac{60}{(\epsilon_r)^{1/2}} \ln(b/a) [\Omega]. \quad (2.8)$$

В численных расчетах более удобны десятичные логарифмы. Так как $\ln x = 2,303 \lg x$, то из (2.8) следует

$$Z_B = \frac{138}{(\epsilon_r)^{1/2}} \lg(b/a) [\Omega]. \quad (2.9)$$

Выражения (2.8) и (2.9) позволяют найти волновое сопротивление по известным размерам проводников линии и параметрам заполняющей ее среды. Часто необходимо решать и обратную задачу: при заданном значении волнового сопротивления и параметров среды определить размеры проводников. Поскольку из одного уравнения нельзя найти сразу две неизвестные величины (a и b), обычно внутренним радиусом внешнего проводника задаются. Тогда согласно (2.9)

$$a = b \cdot 10^{-[Z_B(\epsilon_r)^{1/2}/138]} \quad (2.10)$$

Пример 2.1. Дано: диаметр внутреннего проводника 0,29 см, внутренний диаметр внешнего проводника 1 см. Определить волновое сопротивление линии, если относительная диэлектрическая проницаемость заполняющей среды равна 2,3.

Решение.

$$Z_B = \frac{138}{(\epsilon_r)^{1/2}} \lg(b/a),$$

$$\epsilon_r = 2,3; 2b = 1 \text{ см}; 2a = 0,29 \text{ см}.$$

$$\text{Следовательно, } Z_B = 92,4 \lg(1/0,29) = 92,4 \cdot 0,54 \approx 50 \text{ Ом, т. е. волновое сопротивление } 50 \text{ Ом.}$$

Пример 2.2. Необходим коаксиальный кабель с волновым сопротивлением 20 Ом при внутреннем радиусе внешнего проводника 1 см и диэлектрической проницаемости среды, равной 4. Определить радиус внутреннего проводника такой линии.

Решение

$$Z_B = \frac{138}{(\epsilon_r)^{1/2}} \lg(b/a),$$

откуда

$$a = b \cdot 10^{-[Z_B (\epsilon_r)^{1/2} / 138]} = 1 \cdot 10^{-(20\sqrt{4}/138)} = 10^{-0.362} = 0,43 \text{ см},$$

т. е. радиус внутреннего проводника 0,43 см.

Согласно (2.8) волновое сопротивление зависит лишь от отношения радиусов внешнего и внутреннего проводников. То же отношение непосредственно определяет и предельную мощность, которую можно передать по кабелю. Величина тока ограничивается диаметром внутреннего проводника, тогда как от проницаемости слоя диэлектрика и его толщины зависит напряжение пробоя.

Выпускаемые промышленностью кабели имеют различные волновое сопротивление, затухание и погонную емкость. В Англии коаксиальный кабель имеет буквенную маркировку UR, в США – RG. Например, 50-омный коаксиальный кабель с погонной емкостью 100 пФ/м имеет маркировку UR 67 или RG-5B/U. Типичные характеристики полужестких коаксиальных кабелей приведены в табл. 2.1.

Так как промежуток между проводниками линии заполнен диэлектриком, скорость распространения электромагнитной волны в кабеле меньше, чем в свободном пространстве. В связи с этим длина волны λ_g в линии с диэлектрическим заполнением оказывается меньше, чем соответствующая длина волны λ_0 в свободном пространстве. Эти две величины связаны простым соотношением

$$\lambda_g = \lambda_0 / (\epsilon_r)^{1/2} \quad (2.11)$$

Подробнее это соотношение обсуждается в разд. 2.6 [см. формулу (2.24)].

Приводимая ниже программа 2.1 COAX написана на базе выражений (2.4), (2.6) и (2.10) и позволяет быстро определять не только основные параметры (погонные индуктивность и емкость, волновое сопротивление) используемой коаксиальной

Таблица 2.1. Типичные характеристики полужестких кабелей

Тип кабеля	RG = 405/U		RG = 402/U		RG = 401/U	
Внешний диаметр, мм:						
внутренний проводник	4,04		0,9119		1,6281	
слой диэлектрика	1,6764		2,9845		5,334	
внешний проводник	2,159		3,5814		6,35	
Частота, ГГц	α	p	α	p	α	p
0,1	5,6	0,785	3,6	2,20	1,9	4,90
1,0	18,7	0,222	11,6	0,60	7,3	1,20
5,0	46,0	0,082	28,5	0,23	18,9	0,44
10,0	68,5	0,048	44,5	0,16	29,0	0,28
18,0	115,0	0,028	68,0	0,10	—	—

Примечание. α – коэффициент затухания, дБ/100 футов (1 фут = 30 см), p – уровень средней мощности, кВт, при $K_{стU} = 1$.

линии по известным значениям ϵ_r , a и b (задача анализа), но и диаметр $2a$ внутреннего проводника при заданных значениях Z_B , $d = 2b$ и ϵ_r (задача синтеза). В программе предусмотрена простейшая проверка результата расчета по формуле (2.10) на выполнение неравенства $b > a$, что необходимо для физической реализуемости конструкции. Процедура решения задач анализа и синтеза иллюстрируется на примере.

JC FORMATTED LISTING
FILE: PROGRAM 2.1 COAX
PAGE-1

```
10 REM
20 REM -----ПРОГРАММА КОАКСИАЛ-----
30 REM
40 REM ЭТА ПРОГРАММА ПОЗВОЛЯЕТ
50 REM ОПРЕДЕЛИТЬ ИНДУКТИВНОСТЬ, ЕМК.
60 REM И ВОЛНОВ. СОПР.
70 REM КОАКСИАЛЬНОЙ ЛИНИИ.
80 REM ЕЕ МОЖНО ИСПОЛЬЗОВАТЬ
90 REM ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ ДИАМЕТРА
100 REM ВНУТРЕННЕГО ПРОВОДНИКА
110 REM ПРИ ЗАДАННОЙ ВЕЛИЧИНЕ
120 REM ВОЛНОВ. СОПРОТИВЛЕНИЯ
130 REM
140 REM IDUCT = ПОГОННАЯ ИНДУКТИВНОСТЬ
150 REM CAP = ПОГОННАЯ ЕМКОСТЬ
160 REM OCND = ДИАМЕТР ВНЕШНЕГО ПРОВОДНИКА В СМ
170 REM ICND = ДИАМЕТР ВНУТР. ПРОВ. В СМ
180 REM ZO = ВОЛНОВ. СОПР. В ОМАХ
190 REM RDIE = ОТН. ДИЭЛ. ПРОНИЦ.
200 REM
210 REM ВВОД ИСХОДНЫХ ДАННЫХ
220 CLS
230 PRINT "ВВЕДИТЕ 1, ЧТОБЫ ОПРЕДЕЛИТЬ ВОЛНОВ. СОПР. ZB"
240 PRINT "ВВЕДИТЕ 2, ЧТОБЫ ОПРЕДЕЛИТЬ ДИАМЕТР 2*A ВНУТР. ПРОВ."
250 PRINT "ВВЕДИТЕ 3, ЧТОБЫ ПРЕКРАТИТЬ ДИАЛОГ"
260 INPUT K
270 IF K = 1 THEN
310
280 IF K = 2 THEN
350
290 IF K = 3 THEN
890
300 GOTO 220
310 PRINT "ВВЕДИТЕ ДИАМЕТР ВНУТРЕННЕГО ПРОВОДНИКА"
320 PRINT "В САНТИМЕТРАХ"
330 INPUT ICND
340 GOTO 370
350 PRINT "ВВЕДИТЕ ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ"
360 INPUT ZO
370 PRINT "ВВЕДИТЕ ОТНОС. ДИЭЛЕКТР. ПРОНИЦАЕМОСТЬ"
380 INPUT RDIE
390 PRINT "ВВЕДИТЕ ВНУТРЕННИЙ ДИАМЕТР ВНЕШНЕГО ПРОВОДНИКА"
400 PRINT "В САНТИМЕТРАХ"
410 INPUT OCND
420 IF K = 2 GOTO 730
430 REM
440 REM НАХОДИМ ПОГОННУЮ ИНДУКТИВНОСТЬ
450 LET IDUCT = 2E -7 * LOG (OCND / ICND)
460 LET I = INT (IDUCT * 1E9) / 1E9
470 PRINT
480 PRINT "***** РЕЗУЛЬТАТ *****"
490 PRINT
500 PRINT "ПОГОННАЯ ИНДУКТИВНОСТЬ L = "I" ГН/М"
510 REM
```

```

520 REM НАХОДИМ ПОГОННУЮ ЕМКОСТЬ
530 LET CAP = 5.563252E -11 * RDIE
540 LET CAP = CAP / LOG (OCND / ICND)
550 LET I = INT (CAP * 1E13) / 1E13
560 PRINT
570 PRINT "ПОГОННАЯ ЕМКОСТЬ С = "I" Ф/М"
580 REM
590 REM НАХОДИМ ВОЛНОВ. СОПР.
600 PRINT
610 LET Z0 = SQR (IDUCT / CAP)
620 LET I = INT (Z0 * 100 + 0.5) / 100
630 PRINT "ВОЛНОВ. СОПРОТИВЛЕНИЕ ZB = "I" ОМ"
640 PRINT
650 PRINT "*****"
660 PRINT
670 PRINT "ЖЕЛАЕТЕ ПРОДОЛЖИТЬ?"
680 PRINT "ВВЕДИТЕ 1, ЕСЛИ ДА, И 0, ЕСЛИ НЕТ"
690 INPUT K
700 IF K = 1 GOTO 220
710 IF K = 0 GOTO 890
720 GOTO 670
730 REM
740 REM ВЫБОР ВНУТРЕННЕГО
750 REM ПРОВОДНИКА
760 LET ICND = OCND * 10 ^ (- Z0 * SQR (RDIE) / 138)
770 IF ICND > = OCND THEN
    860
780 LET I = INT (ICND * 1000 + 0.5) / 1000
790 PRINT
800 PRINT "***** РЕЗУЛЬТАТ *****"
810 PRINT
820 PRINT "ДИАМЕТР ВНУТР. ПРОВ. 2*A = "I" СМ"
830 PRINT
840 PRINT "*****"
850 GOTO 660
860 PRINT
870 PRINT "ОШИБКА РАСЧЕТА"
880 GOTO 660
890 PRINT
900 PRINT "+++++ КОНЕЦ ПРОГРАММЫ +++++"
910 END

```

КОНЕЦ ТЕКСТА ПРОГРАММЫ

3RUN

ВВЕДИТЕ 1, ЧТОБЫ ОПРЕДЕЛИТЬ ВОЛНОВ. СОПР. ZB

ВВЕДИТЕ 2, ЧТОБЫ ОПРЕДЕЛИТЬ ДИАМЕТР 2*A ВНУТР. ПРОВ.

ВВЕДИТЕ 3, ЧТОБЫ ПРЕКРАТИТЬ ДИАЛОГ

?1

ВВЕДИТЕ ДИАМЕТР ВНУТРЕННЕГО ПРОВОДНИКА
В САНТИМЕТРАХ

?0.25

ВВЕДИТЕ ОТНОС. ДИЭЛЕКТР. ПРОНИЦАЕМОСТЬ

?1

ВВЕДИТЕ ВНУТРЕННИЙ ДИАМЕТР ВНЕШНЕГО ПРОВОДНИКА

В САНТИМЕТРАХ

?1

***** РЕЗУЛЬТАТ *****

ПОГОННАЯ ИНДУКТИВНОСТЬ L = 2.77E-07 ГН/М

ПОГОННАЯ ЕМКОСТЬ С = 4.01E-11 Ф/М

ВОЛНОВ. СОПРОТИВЛЕНИЕ ZB = 83.12 ОМ

ЖЕЛАЕТЕ ПРОДОЛЖАТЬ?

ВВЕДИТЕ 1, ЕСЛИ ДА , И 0, ЕСЛИ НЕТ

?1

ВВЕДИТЕ 1, ЧТОБЫ ОПРЕДЕЛИТЬ ВОЛНОВ. СОПР. Z_W

ВВЕДИТЕ 2, ЧТОБЫ ОПРЕДЕЛИТЬ ДИАМЕТР 2*A ВНУТР. ПРОВ.

ВВЕДИТЕ 3, ЧТОБЫ ПРЕКРАТИТЬ ДИАЛОГ

?2

ВВЕДИТЕ ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ

?50

ВВЕДИТЕ ОТНОС. ДИЭЛЕКТ. ПРОНИЦАЕМОСТЬ

?2

ВВЕДИТЕ ВНУТРЕННИЙ ДИАМЕТР ВНЕШНЕГО ПРОВОДНИКА

В САНТИМЕТРАХ

?1

***** РЕЗУЛЬТАТ *****

ДИАМЕТР ВНУТР. ПРОВ. 2*A = .307 CM

ЖЕЛАЕТЕ ПРОДОЛЖАТЬ?

ВВЕДИТЕ 1, ЕСЛИ ДА , И 0, ЕСЛИ НЕТ

?0

+++++ КОНЕЦ ПРОГРАММЫ +++++

2.2. ДВУХПРОВОДНАЯ ЛИНИЯ

Симметричная двухпроводная линия, как видно из рис. 2.2, состоит из двух параллельных проводников радиусом a , разнесенных на расстояние d между центрами проводников. Предполагается, что влияние предметов, окружающих линию, на структуру полей вблизи проводников пренебрежимо мало. Этот тип линии часто используется для соединения антенны, выполненной на симметричных вибраторах, с телевизионным приемником*. Чтобы выдержать требуемое расстояние d , в линии на рис. 2.2 проводники закрепляют на тонких диэлектрических изоляторах.

Промышленностью выпускаются двухпроводные линии с волновым сопротивлением от 75 до 600 Ом. Для определения величины волнового сопротивления воспользуемся методикой, описанной в разд. 2.1.

Как и ранее, начнем с определения погонной емкости, полагая, что величина заряда на каждом метре проводника одинакова и равна $+q$ и $-q$ соответственно. Так как

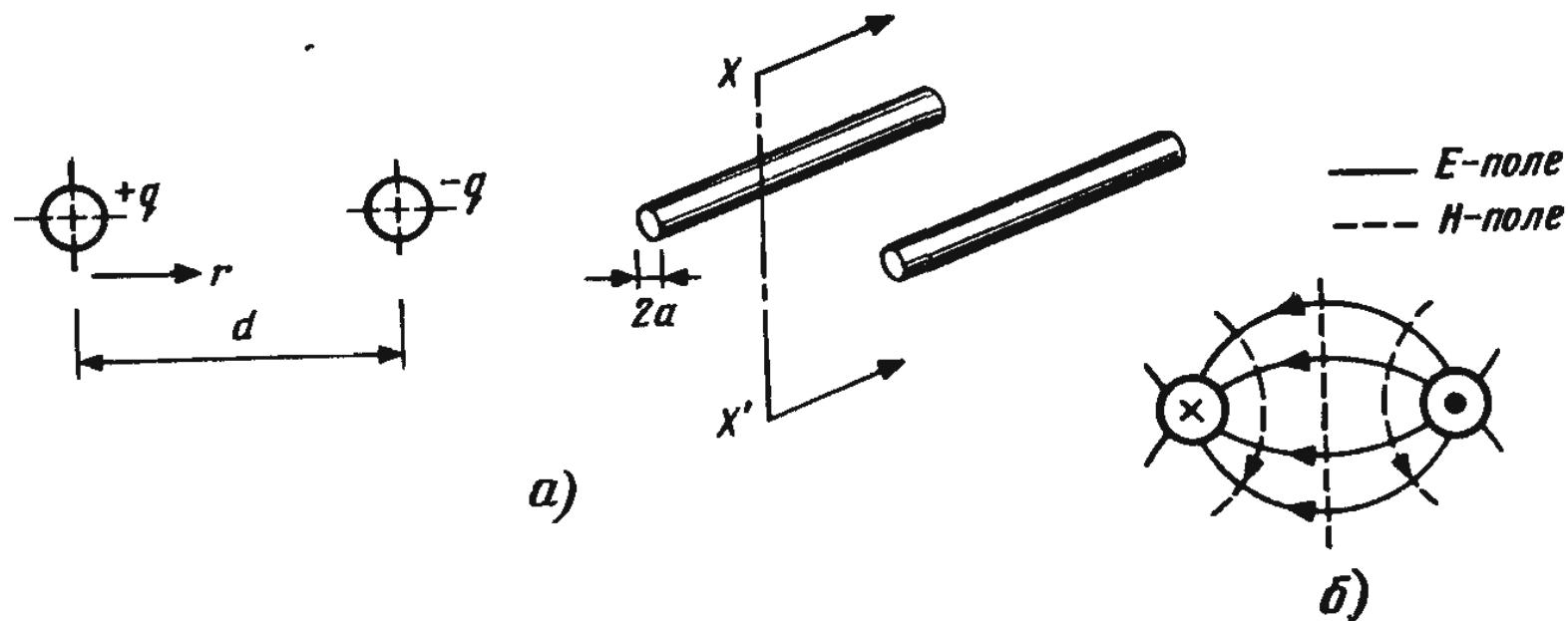


Рис. 2.2. Поперечное сечение (а) и структура поля (б) двухпроводной линии передачи

* В нашей стране предпочтение отдается коаксиальному кабелю. – Прим. ред.

структура, изображенная на рис. 2.2, симметрична относительно плоскости $X - X'$, электрическая индукция в точке r , лежащей на прямой, соединяющей центры проводников, равна сумме индукций, создаваемых каждым из проводников*:

$$D = \frac{q}{2\pi r} - \frac{-q}{2\pi(d-r)}. \quad (2.12)$$

Разность потенциалов между проводниками вдвое превышает разность потенциалов между проводником и плоскостью $X - X'$. Следовательно,

$$V = \int_a^{d-a} E dr$$

или согласно (2.1) и (2.12)

$$\begin{aligned} V &= \int_a^{d-a} \frac{1}{\epsilon} \left[\frac{q}{2\pi r} + \frac{q}{2\pi(d-r)} \right] dr = \frac{q}{2\pi\epsilon} \int_a^{d-a} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{d-r} \right) dr = \frac{q}{2\pi\epsilon} [2\ln(d-a) - 2\ln a] = \\ &= \frac{q}{\pi\epsilon} \ln \left(\frac{d-a}{a} \right). \end{aligned}$$

При этом погонная емкость линии

$$C = (q/V) = \frac{\pi\epsilon}{\ln \left(\frac{d-a}{a} \right)} [\Phi/\text{м}]. \quad (2.13)$$

Перейдем к определению погонной индуктивности. Напряженность магнитного поля на расстоянии r от центра одиночного прямолинейного проводника бесконечной длины описывается выражением (2.5). Так как линия состоит из двух проводников, необходимо просуммировать поля от каждого из них*:

$$H = \frac{I}{2\pi r} + \frac{I}{2\pi(d-r)}. \quad (2.14)$$

С учетом (2.2) и (2.14) находим магнитную индукцию

$$B = \frac{\mu I}{2\pi} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{d-r} \right),$$

что позволяет определять магнитный поток

$$\Phi = \frac{\mu I}{2\pi} \int_a^{d-a} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{d-r} \right) dr = \frac{\mu I}{2\pi} \ln \left(\frac{d-a}{a} \right),$$

погонную индуктивность

$$L = (\Phi/I) = (\mu/\pi) \ln \left(\frac{d-a}{a} \right) \quad (2.15)$$

* В случае пренебрежения взаимным влиянием. – Прим. ред.

и исходя из (2.13) и (2.15) – волновое сопротивление двухпроводной линии

$$Z_B = (L/C)^{1/2} = (\mu/\epsilon)^{1/2} (1/\pi) \ln \frac{d-a}{a}.$$

Если в последнем выражении перейти от натуральных логарифмов к десятичным и ввести величины ϵ_0 и μ_0 , то при $\mu_r = 1$ и $\epsilon_r = 1$ получаем

$$Z_B = 276 \lg \left(\frac{d-a}{a} \right),$$

а при $d \gg a$

$$Z_B = 276 \lg(d/a). \quad (2.16)$$

Формула (2.16), как и предыдущая, является приближенной. Если $d/a < 10$, то распределение зарядов и токов по поперечному сечению проводов уже нельзя предполагать равномерным, как это было сделано при записи (2.12) и (2.14). Погрешность расчета по формуле (2.16) при $d/a > 10$ не превышает 10 %.

Пример 2.3. Известно, что в двухпроводной линии с волновым сопротивлением 600 Ом провода разнесены на расстояние 10 см. Определить диаметр проводов.

Решение

$$\begin{aligned} Z_B &= 276 \lg(d/a), \\ d &= 10 \text{ см}, Z_B = 600 \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Следовательно, $d/a = 10^{600/276} = 149,25$,

$$a = d/149,25 = 10/149,25 = 0,06 \text{ см},$$

т. е. диаметр проводов $2a = 0,12 \text{ см}$.

Пример 2.4. Определить расстояние между проводниками двухпроводной линии, если их диаметр равен 0,01 см и необходимо получить волновые сопротивления: а) 600 Ом, б) 150 Ом.

Решение

$$\begin{aligned} Z_B &= 276 \lg(d/a), \\ a &= 0,01/2 = 0,005 \text{ см}; \end{aligned}$$

$$\text{а) } 600 = 276 \lg(d/0,005),$$

$$149,25 = d/0,005,$$

откуда $d = 0,7 \text{ см}$;

$$\text{б) } 150 = 276 \lg(d/0,005),$$

$$3,495 = d/0,005,$$

откуда $d = 0,017 \text{ см}$.

Отметим, что линия с волновым сопротивлением 150 Ом нереализуема на практике, поскольку при расстоянии между центрами проводов, равном 0,017 см, зазор между ними всего 0,007 см.

Равенства (2.13) и (2.15) можно использовать для расчета погонных индуктивности и емкости, а также волнового сопротивления двухпроводной линии. Программа 2.2 TWIN позволяет, кроме того, найти отношение расстояния между проводами к их диаметру при заданном волновом сопротивлении. Как и в программе COAX, осуществляется контроль физической реализуемости. Для этого служат операторы с номерами 410 – 420. Остальная часть программы очевидна, смысл всех величин поясняется в операторах с номерами 190 – 230

JC FORMATTED LISTING
FILE: PROGRAM 2.2 TWIN
PAGE-1

```
10 REM
20 REM ----- ПРОГРАММА ДВУХПРОВОДНАЯ ЛИНИЯ -----
30 REM
40 REM ЭТА ПРОГРАММА ПОЗВОЛЯЕТ ОПРЕДЕЛИТЬ
50 REM ПОГОННЫЕ ИНДУКТИВНОСТЬ, ЕМКОСТЬ
60 REM И ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ
70 REM ДВУХПРОВОДНОЙ ЛИНИИ.
80 REM КРОМЕ ТОГО, ОПРЕДЕЛЯЕТСЯ ОТНОШЕНИЕ
90 REM РАССТОЯНИЯ МЕЖДУ ПРОВОДАМИ К
100 REM ИХ ДИАМЕТРУ, ЕСЛИ
110 REM ЗАДАНА ВЕЛИЧИНА
120 REM ВОЛНОВОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ.
130 REM
140 REM ЭТА ПРОГРАММА ПРИМЕНЯЕМА,
150 REM ЕСЛИ РАССТОЯНИЕ МЕЖДУ ПРОВОДАМИ
160 REM БОЛЕЕ, ЧЕМ В 10 РАЗ ПРЕВЫШАЕТ
170 REM ДИАМЕТР ПРОВОДОВ.
180 REM
190 REM IDUCT = ПОГОННАЯ ИНДУКТИВНОСТЬ
200 REM CAP = ПОГОННАЯ ЕМКОСТЬ
210 REM SPACE = РАССТОЯНИЕ МЕЖДУ ПРОВОДАМИ В СМ
220 REM DIA = ДИАМЕТР ПРОВОДОВ В СМ
230 REM Z0 = ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ
240 REM
250 CLS
260 PRINT "ВВЕДИТЕ 1, ЧТОБЫ ОПРЕДЕЛИТЬ ВОЛНОВ. СОПР. Z0"
270 PRINT "ВВЕДИТЕ 2, ЧТОБЫ ОПРЕДЕЛИТЬ ОТНОШЕНИЕ D/A"
280 PRINT "ВВЕДИТЕ 3, ЧТОБЫ ПРЕКРАТИТЬ ДИАЛОГ"
290 INPUT K
300 IF K = 1 THEN
    340
310 IF K = 2 THEN
    750
320 IF K = 3 THEN
    920
330 GOTO 250
340 PRINT "ВВЕДИТЕ ДИАМЕТР ПРОВОДОВ"
350 PRINT "В САНТИМЕТРАХ"
360 INPUT DIA
370 LET DI = DIA
380 PRINT "ВВЕДИТЕ РАССТОЯНИЯ МЕЖДУ ЦЕНТРАМИ"
390 PRINT "ПРОВОДОВ В САНТИМЕТРАХ"
400 INPUT SPACE
410 IF SPACE < = DI THEN
    430
420 GOTO 450
430 PRINT "*** ЛИНИЯ НЕ РЕАЛИЗУЕМА ***"
440 GOTO 670
450 REM
460 REM НАХОДИМ ПОГОННУЮ ИНДУКТИВНОСТЬ
470 LET IDUCT = 4E - 7 * ( LOG (2 * SPACE / DI) )
480 LET I = INT (IDUCT * 1E9) / 1E9
490 PRINT
500 PRINT "***** РЕЗУЛЬТАТ *****"
510 PRINT
520 PRINT "ПОГОННАЯ ИНДУКТИВНОСТЬ L = " I" ГН/М"
530 REM
540 REM НАХОДИМ ПОГОННУЮ ЕМКОСТЬ
550 LET CAP = (3.14159 * 8.854E -12) / ( LOG (2 * SPACE / DI) )
560 LET I = INT (CAP * 1E13) / 1E13
570 PRINT
580 PRINT "ПОГОННАЯ ЕМКОСТЬ = " I" Ф/М"
590 REM
```

```

600 REM НАХОДИМ ВОЛНОВОЕ СОПР.
610 LET Z0 = SQR (IDUCT / CAP)
620 LET I = INT (Z0 * 100 + 0.5) / 100
630 PRINT
640 PRINT "ВОЛН. СОПРОТИВЛЕНИЕ ZB = " I " ОМ"
650 PRINT
660 PRINT "*****"
670 PRINT
680 PRINT "ХОТИТЕ ПРОДОЛЖИТЬ ДИАЛОГ?"
690 PRINT "ВВЕДИТЕ 1, ЕСЛИ ДА , И 0, ЕСЛИ НЕТ"
700 INPUT K
710 IF K = 1 GOTO 250
720 IF K = 0 GOTO 920
730 GOTO 670
740 REM
750 REM НАХОДИМ ОТНОШЕНИЕ D/A
760 PRINT
770 PRINT "ВВЕДИТЕ ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ"
780 INPUT Z0
790 LET SPDI = 0.5 * 10 ^ (Z0 / 276)
800 LET I = INT (SPDI * 100 + .5) / 100
810 PRINT
820 PRINT "***** РЕЗУЛЬТАТ *****"
830 PRINT
840 PRINT "ОТНОШЕНИЕ D/A = " I
850 IF I < = 10 THEN
    870
860 GOTO 890
870 PRINT "РЕЗУЛЬТАТ НЕТОЧЕН: ----"
880 PRINT "ОТНОШЕНИЕ D/A < 10"
890 PRINT
900 PRINT "*****"
910 GOTO 670
920 PRINT
930 PRINT "===== КОНЕЦ ПРОГРАММЫ ====="
940 END

```

КОНЕЦ ТЕКСТА ПРОГРАММЫ

JRUN
 ВВЕДИТЕ 1, ЧТОБЫ ОПРЕДЕЛИТЬ ВОЛНОВ. СОПР. ZB
 ВВЕДИТЕ 2, ЧТОБЫ ОПРЕДЕЛИТЬ ОТНОШЕНИЕ D/A
 ВВЕДИТЕ 3, ЧТОБЫ ПРЕКРАТИТЬ ДИАЛОГ
 ?1
 ВВЕДИТЕ ДИАМЕТР ПРОВОДОВ
 В САНТИМЕТРАХ
 20.32
 ВВЕДИТЕ РАССТОЯНИЕ МЕЖДУ ЦЕНТРАМИ
 ПРОВОДОВ В САНТИМЕТРАХ
 ?2

***** РЕЗУЛЬТАТ *****

ПОГОННАЯ ИНДУКТИВНОСТЬ L = 1.01E-06 ГН/М

ПОГОННАЯ ЕМКОСТЬ C = 1.1E-11 Ф/М

ВОЛН. СОПРОТИВЛЕНИЕ ZB = 302.88 ОМ

ХОТИТЕ ПРОДОЛЖИТЬ ДИАЛОГ?

ВВЕДИТЕ 1, ЕСЛИ ДА , И 0, ЕСЛИ НЕТ

?1

ВВЕДИТЕ 1, ЧТОБЫ ОПРЕДЕЛИТЬ ВОЛНОВ. СОПР. ZB

ВВЕДИТЕ 2, ЧТОБЫ ОПРЕДЕЛИТЬ ОТНОШЕНИЕ D/A

ВВЕДИТЕ 3, ЧТОБЫ ПРЕКРАТИТЬ ДИАЛОГ

?2

ВВЕДИТЕ ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ

?600

***** РЕЗУЛЬТАТ *****

ОТНОШЕНИЕ D/A = 74.62

ХОТИТЕ ПРОДОЛЖИТЬ ДИЛОГ?

ВВЕДИТЕ 1, ЕСЛИ ДА , И 0, ЕСЛИ НЕТ

?0

===== КОНЕЦ ПРОГРАММЫ =====

2.3. ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ВОЛНОВОД

Анализ распространяющихся в прямоугольном волноводе волн обычно опирается на решения уравнений Максвелла, получаемые с учетом граничных условий, которым должны удовлетворять поля на стенках волновода. Эти решения хорошо известны, и более подробную информацию о них можно найти в литературе, список которой приведен в конце главы. Далее ограничимся лишь записью окончательных выражений, необходимых для последующего рассмотрения.

Прямоугольный волновод представляет собой полую металлическую трубку, минимальный внутренний размер широкой стенки которой должен превышать половину длины волны, измеренной в свободном пространстве на интересующей нас рабочей частоте (рис. 2.3). Обычно предполагают, что внутренняя поверхность металлических стенок волновода идеально проводящая. Боковые стенки действуют как короткозамыкатели с нулевым сопротивлением для тока, т. е. в сечении $X - X'$, проведенном через центр волновода, соединены два короткозамкнутых четвертьволновых отрезка линии. Как будет показано в гл. 5, входное сопротивление этих отрезков бесконечно велико, что делает возможным распространение волны по волноводу.

Физически более наглядными являются рассуждения, основанные на представлении, что волна, введенная в волновод, ведет себя подобно лучу света, который последовательно отражается от стенок волновода. На рис. 2.4 изображен частный случай, когда волна при распространении отражается лишь от верхней и нижней стенок волновода. Очевидно, что при таком распространении время, затрачиваемое волной на прохождение волновода, больше, чем при обычном прямолинейном распространении без отражений. Поэтому длина волны λ_g , измеренная вдоль оси волновода

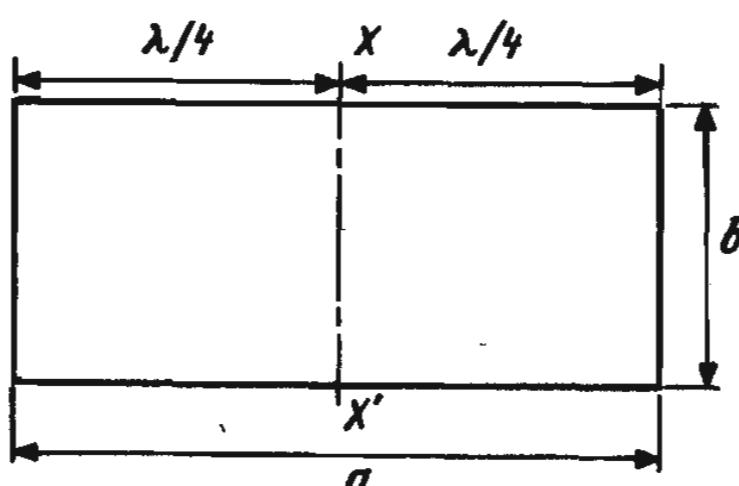


Рис. 2.3. Поперечное сечение прямоугольного волновода

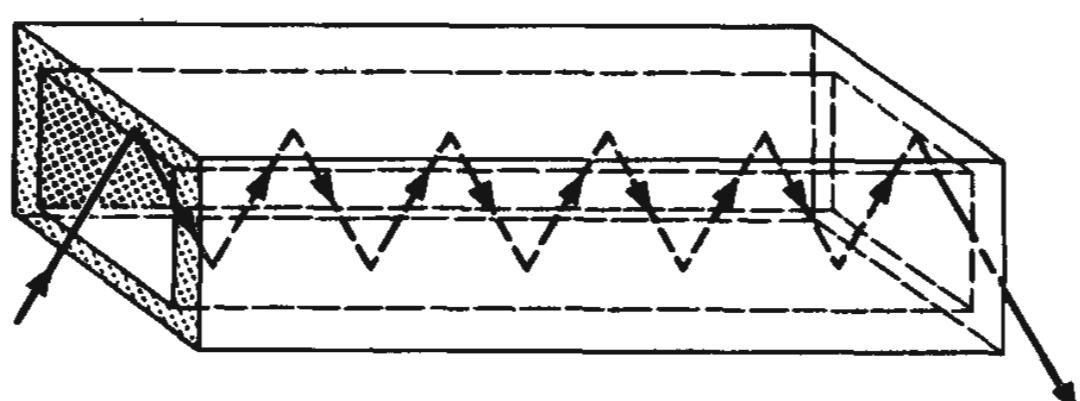


Рис. 2.4. Внутренние отражения в прямоугольном волноводе

вода, превышает длину волны λ_0 в свободном пространстве. Угол падения волны при распространении в волноводе, а следовательно, и отражения от стенок волновода зависит от частоты и размеров его стенок a и b .

Объясняется это тем, что при идеальной проводимости стенок на их поверхности составляющие электрического поля, параллельные стенкам, должны обращаться в нуль, т.е. вдоль широкой и узкой стенок волновода должны образовываться стоячие волны с узлами электрического поля на стенках. Как показывает более подробный анализ, по мере понижения частоты угол падения волны на стенки уменьшается, т.е. на более низкой частоте волна проходит отрезок волновода, испытывая большее число отражений. Если и далее понижать частоту, то всегда найдется такая частота, на которой для прохождения сколь угодно малого отрезка волновода волна должна претерпеть бесконечно большое число отражений от стенок. Длина волны, на которой это происходит, называется критической λ_{kp} . Очевидно, что при $\lambda = \lambda_{kp}$ перенос энергии по волноводу прекращается. В простейшем случае, когда отражения происходят лишь от узких стенок волновода,

$$\lambda_{kp} = 2a/m, \quad (2.17)$$

где a – размер широкой стенки волновода и m – число полупериодов стоячей волны, укладывающееся вдоль широкой стенки. Основной (нижней) моде соответствует $m = 1$. Выпишем выражения для длины волны λ_g в волноводе и ее характеристического сопротивления*:

$$\lambda_g = \frac{\lambda_0}{[1 - (\lambda_0/\lambda_{kp})^2]^{1/2}}, \quad (2.18)$$

$$Z_0|_{TE} = \frac{377}{[1 - (\lambda_0/\lambda_{kp})^2]^{1/2}} [\Omega], \quad (2.19)$$

$$Z_0|_{TM} = 377 \sqrt{1 - (\lambda_0/\lambda_{kp})^2} [\Omega],$$

где λ_0 – длина волны в свободном пространстве.

В (2.19) нижние индексы TE и TM соответствуют поперечным электрической и магнитной модам соответственно**.

Рассмотрим подробнее смысл термина "мода", который часто встречается в данном и следующих разделах. Удобно определять его как одно из возможных решений уравнения Максвелла, удовлетворяющее граничным условиям на стенках волновода. Особенностью TE-моды (поперечной электрической) является то, что все составляющие ее электрического поля лежат в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны. Соответственно в той же плоскости располагаются все составляющие магнитного поля TM-моды (поперечной магнитной). Более подробная классификация основана на числе полупериодов стоячей волны вдоль широкой и узкой стенок волновода. Если m – число полупериодов вдоль размера a и n – число

* Характеристическое сопротивление в отличие от волнового равно отношению модулей поперечных составляющих электрического и магнитного полей и является в большей степени характеристикой распространяющейся волны, чем самой линии. – Прим. ред.

** Приняты также обозначения: H-волна вместо TE и E-волна вместо TM. – Прим. ред.

полупериодов вдоль размера b , то для обозначения моды используют сокращение TE_{mn} или TM_{mn} . Низшей (основной), когда $a > b$, является мода TE_{10} . При заданных размерах поперечного сечения волновода этой моде соответствует наибольшая критическая длина волны. Для произвольной моды в прямоугольном волноводе

$$\lambda_{\text{кр}} = 2/[(m/a)^2 + (n/b)^2]^{1/2} \quad (2.20)$$

Из сопоставления характеристических сопротивлений для TE - и TM -мод [см. формулу (2.19)] следует, что при $\lambda_0/\lambda_{\text{кр}} < 1$ характеристическое сопротивление TE -моды превышает 377 Ом и стремится к бесконечности, когда отношение $\lambda_0/\lambda_{\text{кр}}$ стремится к единице. Соответственно для распространяющихся TM -мод это сопротивление ниже 377 Ом и стремится к нулю при $\lambda_0/\lambda_{\text{кр}} \rightarrow 1$.

Если волновод полностью заполнен диэлектриком с относительной проницаемостью ϵ_r , то его влияние можно учесть, если в (2.17) – (2.20) величину $\lambda_{\text{кр}}$ умножить на $\sqrt{\epsilon_r}$, а множитель 377 в (2.19) разделить на $\sqrt{\epsilon_r}$.

Пример 2.5. В прямоугольном волноводе с поперечными размерами $2,3 \times 1$ см. распространяется низшая мода. Частота колебаний 10 ГГц. Определить: критическую длину волны, длину волны в волноводе, характеристическое сопротивление.

Решение

1. Длина волны в свободном пространстве

$$\lambda_0 = c/f = 3 \cdot 10^{10} / 10 \cdot 10^9 = 3 \text{ см.}$$

Критическая длина волны

$$\lambda_{\text{кр}} = 2a/m = 2 \cdot 2,3 / 1 = 4,6 \text{ см.}$$

Здесь $m = 1$ для низшей моды и $a = 2,3$ см. Следует отметить, что критическая длина волны превышает длину волны в свободном пространстве.

2. Длина волны в волноводе

$$\lambda_g = \frac{\lambda_0}{[1 - (\lambda_0/\lambda_{\text{кр}})^2]^{1/2}} = \frac{3}{[1 - (3/4,6)^2]^{1/2}} = 3,96 \text{ см.}$$

3. Характеристическое сопротивление

$$Z_0 = \frac{377}{[1 - (\lambda_0/\lambda_{\text{кр}})^2]^{1/2}} = (377/0,758) = 497 \text{ Ом.}$$

Пример 2.6. Известны размеры поперечного сечения прямоугольного волновода $2,8 \times 1,2$ см. Определить: 1) минимальную частоту, на которой еще возможно распространение в волноводе низшей моды; 2) может ли одна из высших мод распространяться по волноводу на частоте 8 ГГц; 3) критическую длину волны при $m = 2$ и на частоте 14 ГГц для этой моды – длину волны в волноводе и характеристическое сопротивление.

Решение

$$1. \lambda_{\text{кр}} = 2a/m = 2 \cdot 2,8 / 1 = 5,6 \text{ см}, \\ f_{\text{кр}} = c/\lambda_{\text{кр}} = 3 \cdot 10^{10} / 5,6 = 5,357 \text{ ГГц.}$$

На этой частоте еще возможно распространение низшей моды* в волноводе с заданными размерами.

2. На частоте 8 ГГц длина волны в свободном пространстве

$$\lambda_0 = c/f = 3 \cdot 10^{10} / 8 \cdot 10^9 = 3,75 \text{ см.}$$

Так как $3,75 < 5,6$ см, низшая мода TE_{10} ($m = 1, n = 0$) будет распространяться.

При $m = 2, n = 0$

$$\lambda_{\text{кр}} = 5,6/2 = 2,8 \text{ см.}$$

Так как $2,8 < 3,75$ см, то мода TE_{20} ($m = 2, n = 0$) не может распространяться.

* Но переноса энергии на этой частоте нет. – Прим. ред.

3. На частоте 14 ГГц

$$\lambda_0 = 3 \cdot 10^{10} / 14 \cdot 10^9 = 2,1 \text{ см},$$

при $m = 2, n = 0$ $\lambda_{kp} = 2,8 \text{ см}$. Так как $\lambda_0 < \lambda_{kp}$ то мода TE₂₀ будет распространяться, причем для нее

$$\lambda_g = \frac{\lambda_0}{[1 - (\lambda_0/\lambda_{kp})^2]^{1/2}} = \frac{2,1}{[1 - (2,1/2,8)^2]^{1/2}} = 3,175 \text{ см},$$

$$Z_0 = \frac{377}{[1 - (\lambda_0/\lambda_{kp})^2]^{1/2}} = (377 / \sqrt{0,438}) = 569,9 \text{ Ом.}$$

Пример 2.7. На частоте 24 ГГц по прямоугольному волноводу с поперечными размерами $1,58 \times 0,79 \text{ см}$ распространяется мода TM₁₁. Определить: а) критическую частоту (частоту отсечки); б) длину волны в волноводе; в) характеристическое сопротивление.

Решение

$$\text{а)} \lambda_{kp} = \frac{2}{[(m/a)^2 + (n/b)^2]^{1/2}}, m = 1, n = 1,$$

$$\text{т.е. } \lambda_{kp} = \frac{2}{[(1/1,58)^2 + (1/0,79)^2]^{1/2}} = 2/[0,4 + 1,6]^{1/2} = 1,41 \text{ см},$$

$$\lambda_0 = c/f_0 = 3 \cdot 10^{10} / 24 \cdot 10^9 = 1,25 \text{ см};$$

$$\text{б)} \lambda_g = \frac{\lambda_0}{[1 - (\lambda_0/\lambda_{kp})^2]^{1/2}} = \frac{1,25}{[1 - (1,25/1,41)^2]^{1/2}} = 1,25/0,46 = 2,7 \text{ см};$$

$$\text{в)} Z_0 = 377 [1 - (\lambda_0/\lambda_{kp})^2]^{1/2} = 174,4 \text{ Ом.}$$

Как правило, стремятся к тому, чтобы вся энергия по волноводу переносилась низшей модой. Чтобы обеспечить такой одноволновый режим работы, необходимо определенным образом выбрать размеры поперечного сечения волновода, исходя из условия, что распространяющейся моде соответствует $\lambda < \lambda_{kp}$. Для моды TE₁₀ $\lambda_{kp} = 2a$, а для следующих при $a > b$ по порядку мод TE₂₀ $\lambda_{kp} = a$ и TE₀₁ $\lambda_{kp} = 2b$. Поэтому обычно $\lambda/2 < a < \lambda$ и $b < \lambda/2$. Структура полей низшей TE₁₀ и нескольких мод более высокого порядка представлена на рис. 2.5. Обратите внимание, что силовые линии электрического и магнитного полей ортогональны, т. е. перпендикулярны друг другу.

Прямоугольные волноводы находят практическое применение на частотах от 1 до 90 ГГц. Выбор материала, из которого они выполняются, зависит от требований, предъявляемых к волноводу. Например, если необходима высокая стабильность размеров, то используются материалы с низким температурным коэффициентом теплового расширения, такие как инвар или ковар. Когда основным является требование малых потерь, внутреннюю поверхность стенок покрывают тонким слоем золота либо серебра. Серийно выпускаемые волноводы чаще всего изготавливают из латуни, меди или алюминия.

Программа 2.3 RECTGUIDE позволяет определять для произвольной моды длину волны в прямоугольном волноводе и ее характеристическое сопротивление, если заданы внутренние размеры поперечного сечения. При написании программы использовались выражения (2.18) – (2.20). В программе предусмотрена проверка условий, при выполнении которых становится возможным распространение моды. Такой случай иллюстрируется в приводимом вслед за текстом программы диалоге.

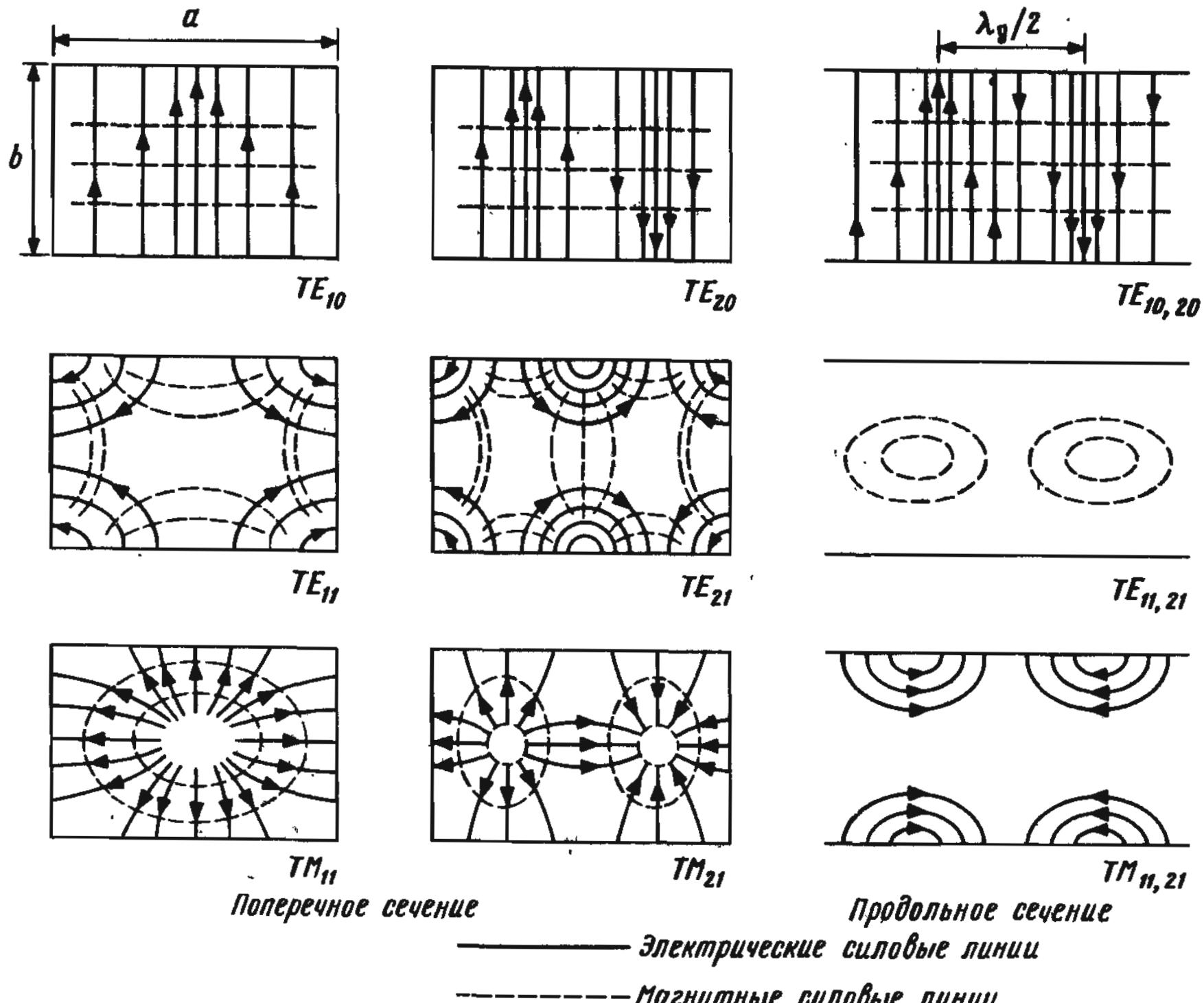


Рис. 2.5. Структура поля низших мод в прямоугольном волноводе

3C FORMATTED LISTING
FILE: PROGRAM 2.3 RECTGUIDE
PAGE-1

```

10 REM
20 REM ----- ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ВОЛНОВОД -----
30 REM
40 REM ПРОГРАММА ПОЗВОЛЯЕТ ОПРЕДЕЛИТЬ
50 REM ДЛИНУ ВОЛНЫ В ВОЛНОВОДЕ И
60 REM ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ
70 REM ДЛЯ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ВОЛНОВОДА С
80 REM ИЗВЕСТНЫМИ РАЗМЕРАМИ ПОПЕРЕЧНОГО
90 REM СЕЧЕНИЯ И ЗАДАННОЙ МОДЫ
100 REM ПРЕДУСМОТРЕНА ПРОВЕРКА УСЛОВИЙ,
110 REM ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ КОТОРЫХ ВОЗМОЖНО
120 REM РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЗАДАННОЙ МОДЫ
130 REM В ВОЛНОВОДЕ С ИЗВЕСТНЫМИ
140 REM РАЗМЕРАМИ ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ.
150 REM
160 REM FRQ = ЧАСТОТА КОЛЕБАНИЙ
170 REM CUT = КРИТИЧЕСКАЯ ДЛИНА ВОЛНЫ
180 REM M,N = ИНДЕКСЫ МОДЫ
190 REM A,B = РАЗМЕРЫ СТЕНОК ВОЛНОВОДА
200 REM ZO = ХАРАКТЕР. СОПР.
210 REM GLAMB = ДЛИНА ВОЛНЫ В ВОЛНОВОДЕ
220 REM LAMBDA = ДЛИНА ВОЛНЫ В СВОБОДНОМ ПРОСТРАНСТВЕ
230 REM
240 REM ВВОД ИСХОДНЫХ ДАННЫХ
250 CLS

```

```

260 PRINT "ВВЕДИТЕ 1, ЕСЛИ МОДА ТМ"
270 PRINT "ВВЕДИТЕ 0, ЕСЛИ МОДА ТЕ"
280 INPUT K
290 IF K < 0 OR K > 1 THEN
    250
300 PRINT
310 PRINT "ВВЕДИТЕ РАБОЧУЮ ЧАСТОТУ В ГГЦ"
320 INPUT FRQ
330 PRINT
340 PRINT "ВВЕДИТЕ ИНДЕКС М"
350 INPUT M
360 PRINT "ВВЕДИТЕ ИНДЕКС Н"
370 INPUT N
380 PRINT
390 PRINT "ВВЕДИТЕ РАЗМЕРЫ ВОЛНОВОДА"
400 PRINT "В САНТИМЕТРАХ"
410 PRINT
420 PRINT "ШИРОКОЙ СТЕНКИ"
430 INPUT A
440 PRINT "УЗКОЙ СТЕНКИ"
450 INPUT B
460 REM
470 REM ДЛИНА ВОЛНЫ В СВОБ. ПР-ВЕ.
480 PRINT
490 PRINT "***** РЕЗУЛЬТАТ *****"
500 PRINT
510 LET LAMBDA = 30 / FRQ
520 LET L = INT (LAMBDA * 100 + 0.5) / 100
530 PRINT "ДЛИНА ВОЛНЫ В СВОБ. ПР-ВЕ. = "L" CM"
540 REM ОПРЕДЕЛЯЕМ КРИТИЧЕСКУЮ ДЛИНУ ВОЛНЫ
550 PRINT
560 LET CUT = 2 / ( SQR ((M * M) / (A * A) + (N * N) / (B * B)))
570 LET L = INT (CUT * 100 + 0.5) / 100
580 PRINT "КРИТИЧЕСКАЯ ДЛИНА ВОЛНЫ = "L" CM"
590 REM ПРОВЕРКА УСЛОВИЙ РАСПРОСТРАНЕНИЯ
610 IF LAMBDA > CUT THEN
    630
620 GOTO 750
630 PRINT
640 PRINT "РАСПРОСТРАНЕНИЕ ДАННОЙ МОДЫ НЕВОЗМОЖНО"
650 PRINT "ПРИ УКАЗАННЫХ РАЗМЕРАХ ВОЛНОВОДА"
660 PRINT
670 PRINT "*****"
680 PRINT
690 PRINT "ХОТИТЕ ПРОДОЛЖИТЬ ДИАЛОГ?"
700 PRINT "ВВЕДИТЕ 1, ЕСЛИ ДА, И 0, ЕСЛИ НЕТ"
710 INPUT I
720 IF I = 1 THEN
    250
730 IF I = 0 THEN
    930
740 GOTO 680
750 REM .
760 REM ОПРЕДЕЛЯЕМ ДЛИНУ ВОЛНЫ В ВОЛНОВОДЕ
770 LET GLAM = LAMBDA / SQR ((1 - ((LAMBDA / CUT) ^ 2)))
780 LET L = INT (GLAM * 100 + 0.5) / 100
790 PRINT
800 PRINT "ДЛИНА ВОЛНЫ В ВОЛНОВОДЕ = "L" CM"
810 REM
820 REM ОПРЕДЕЛЯЕМ ХАРАКТ. СОПР.
830 IF K = 0 THEN
    860
840 LET Z0 = 377 * SQR (1 - ((LAMBDA / CUT) ^ 2))
850 GOTO 870
860 LET Z0 = 377 / SQR (1 - ((LAMBDA / CUT) ^ 2))
870 LET L = INT (Z0 * 100 + 0.5) / 100
880 PRINT
890 PRINT "ХАРАКТ. СОПР. = "L" OM"

```

```
900 PRINT
910 PRINT "*****"
920 GOTO 680
930 PRINT
940 PRINT "***** КОНЕЦ ПРОГРАММЫ *****"
950 END
```

КОНЕЦ ТЕКСТА ПРОГРАММЫ

JRUN

ВВЕДИТЕ 1, ЕСЛИ МОДА ТМ
ВВЕДИТЕ 2, ЕСЛИ МОДА ТЕ
?1

ВВЕДИТЕ РАБОЧУЮ ЧАСТОТУ В ГГЦ
?8

ВВЕДИТЕ ИНДЕКС М

?1

ВВЕДИТЕ ИНДЕКС Н

?1

ВВЕДИТЕ РАЗМЕРЫ ВОЛНОВОДА
В САНТИМЕТРАХ

ШИРОКОЙ СТЕНКИ

?4.2

УЗКОЙ СТЕНКИ

?2

***** РЕЗУЛЬТАТ *****

ДЛИНА ВОЛНЫ В СВОБ. ПР-ВЕ = 3.75 СМ

КРИТИЧЕСКАЯ ДЛИНА ВОЛНЫ = 3.61 СМ

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ДАННОЙ МОДЫ НЕВОЗМОЖНО
ПРИ УКАЗАННЫХ РАЗМЕРАХ ВОЛНОВОДА

ХОТИТЕ ПРОДОЛЖИТЬ ДИАЛОГ?

ВВЕДИТЕ 1, ЕСЛИ ДА ,И 0, ЕСЛИ НЕТ

?1

ВВЕДИТЕ 1, ЕСЛИ МОДА ТМ
ВВЕДИТЕ 2, ЕСЛИ МОДА ТЕ
?0

ВВЕДИТЕ РАБОЧУЮ ЧАСТОТУ В ГГЦ
?8

ВВЕДИТЕ ИНДЕКС М

?1

ВВЕДИТЕ ИНДЕКС Н

?1

ВВЕДИТЕ РАЗМЕРЫ ВОЛНОВОДА
В САНТИМЕТРАХ

ШИРОКОЙ СТЕНКИ

?7.4

УЗКОЙ СТЕНКИ

?3.6

***** РЕЗУЛЬТАТ *****

ДЛИНА ВОЛНЫ В СВОБ. ПР-ВЕ = 3.75 СМ

КРИТИЧЕСКАЯ ДЛИНА ВОЛНЫ = 6.47 СМ

ДЛИНА ВОЛНЫ В ВОЛНОВОДЕ = 4.6 СМ

ХАРАКТ. СОПР. = 462.47 ОМ

ХОТИТЕ ПРОДОЛЖИТЬ ДИАЛОГ?
ВВЕДИТЕ 1, ЕСЛИ ДА , И 0, ЕСЛИ НЕТ
?0

***** КОНЕЦ ПРОГРАММЫ *****

2.4. КРУГЛЫЙ ВОЛНОВОД

Анализ круглого волновода несколько сложнее, чем прямоугольного. Объясняется это тем, что при решении уравнений Максвелла в цилиндрической системе координат, связанной с геометрией данного типа волновода, необходимы специальные функции*. Этот анализ подробно изложен в литературе, список которой приведен в конце главы.

Для классификации мод в круглом волноводе используются те же принципы и обозначения TE_{mn} и TM_{mn} , что и в прямоугольном, но несколько иной смысл вкладывается в индексы m и n . В круглом волноводе m – число полных периодов стоячей волны, укладывающееся вдоль периметра волновода, тогда как n – число полупериодов стоячей волны**, укладывающееся вдоль радиуса.

Как следует из строгого анализа, свойства круглого волновода определяются его диаметром и параметром S , величина которого зависит от распространяющейся по волноводу моды. Критическая длина волны

$$\lambda_{kp} = \pi d / S_{mn}, \quad (2.21)$$

где d – диаметр волновода и S_{mn} – n -й корень функции Бесселя $J_m(x)$ первого рода m -го порядка, т. е. n -й корень уравнения $J_m(x) = 0$ ***. Несколько первых корней, соответствующих определенным модам круглого волновода, приведены в табл. 2.2. Выражения (2.18) и (2.19), хотя и получены для прямоугольного волновода, верны и для круглого волновода.

Из табл. 2.2 и равенства (2.21) следует, что наибольшую критическую длину волны имеет мода TE_{11} , т. е. при заданном диаметре критическая частота для этой моды

Таблица 2.2.

S_{mn} для нескольких первых мод круглого волновода

Мода	S_{mn}	Мода	S_{mn}
TE_{01}	3,832	TM_{01}	2,405
TE_{11}	1,841	TM_{11}	3,832
TE_{21}	3,050	TM_{21}	5,136
TE_{02}	7,016	TM_{02}	5,520
TE_{12}	5,330	TM_{12}	7,016
TE_{22}	6,710	TM_{22}	8,420

* Функции Бесселя первого рода. – Прим. ред.

** Для касательных компонент электрического поля. – Прим. ред.

*** Для волн E_{mn} , а для волн H_{mn} S'_{mn} – n -й корень уравнения $J'_m(x) = 0$. – Прим. ред.

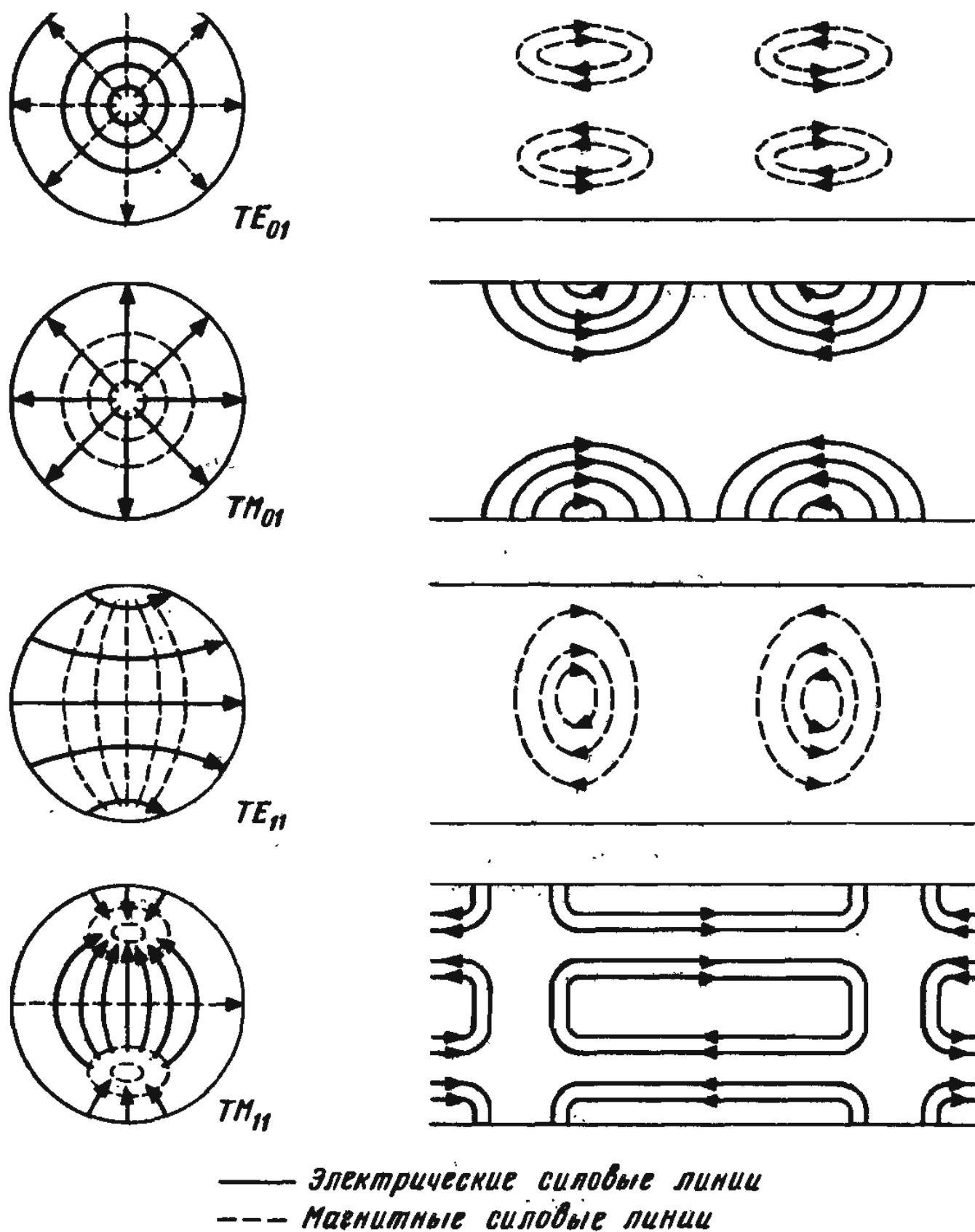


Рис. 2.6. Структура поля низших мод в круглом волноводе

наименьшая. Это означает, что данная мода низшая среди всех ТЕ-мод. Кроме того, критическая частота моды TE_{11} ниже, чем любой из ТМ-мод, распространяющихся при заданном диаметре волновода. В частности, для распространения моды TE_{11} необходим волновод, диаметр которого составляет $1,841/2,405 = 0,76$ от диаметра волновода, предназначенного для моды TM_{01} .

Структура поля нескольких первых мод круглого волновода изображена на рис. 2.6. Легко заметить, что моды TE_{01} и TM_{01} обладают осевой симметрией, сохраняющейся при их распространении вдоль волновода. Эта особенность данных мод может представлять практический интерес. Пусть мода TE_{01} встречает при своем распространении вдоль волновода некоторое препятствие (неоднородность), расположенное на стенке волновода. Подобные неоднородности почти всегда вызывают изменение ориентации составляющих поля у распространяющейся волны. Однако в данном случае ввиду угловой симметрии структуры моды этот эффект практически не скажется и преобразование энергии волны на приемном конце не нарушится*. Несимметрич-

* Если неоднородность существенна, то происходит преобразование моды TE_{01} в моды другого типа, что скажется на приеме. — Прим. ред.

ные моды другого типа, например TE_{11} , этим свойством не обладают. По этой причине во многих устройствах волновод используется именно с модой, индекс которой "01". Но так как эти моды (TE_{01} и TM_{01}) не являются основными*, в волноводе возможно возникновение и распространение нежелательных мод, подавление которых осуществляется путем модификации конструкции волновода.

Пример 2.8. Диаметр волновода, в котором распространяется на частоте 9 ГГц мода TE_{11} , равен 6 см. Определить: а) критическую длину волны; б) длину волны в волноводе; в) характеристическое сопротивление.

Решение

$$a) \lambda_0 = c/f = \frac{3 \cdot 10^{10}}{9 \cdot 10^9} = 30/9 = 3,3 \text{ см}, m = 1, n = 1.$$

$$\lambda_{kp} = 6\pi/S_{11} = 6\pi/1,841 = 10,24 \text{ см},$$

так как $\lambda_0 < \lambda_{kp}$, то волна распространяется;

$$b) \lambda_g = \frac{\lambda_0}{[1 - (\lambda_0/\lambda_{kp})^2]^{1/2}} = \frac{3,3}{[1 - (0,32)^2]^{1/2}} = 3,48 \text{ см};$$

$$v) Z_0|_{TE} = \frac{377}{[1 - (0,32)^2]^{1/2}} = 398 \text{ Ом.}$$

Пример 2.9. Диаметр волновода, в котором распространяется на частоте 12 ГГц мода TM_{01} , равен 5 см. Определить: а) критическую длину волны; б) длину волны в волноводе; в) характеристическое сопротивление.

Решение

$$a) \lambda_0 = c/f = \frac{3 \cdot 10^{10}}{12 \cdot 10^9} = 30/12 = 2,5 \text{ см}, m = 0, n = 1,$$

$$\lambda_{kp} = \pi/2,405 = 7,88 \text{ см},$$

так как $\lambda_0 < \lambda_{kp}$, то волна распространяется;

$$b) \lambda_g = \frac{\lambda_0}{[1 - (\lambda_0/\lambda_{kp})^2]^{1/2}} = \frac{2,5}{[1 - (0,31)^2]^{1/2}} = 2,64 \text{ см};$$

$$v) Z_0|_{TM} = 377 [1 - (0,31)^2]^{1/2} = 358 \text{ Ом.}$$

Программа 2.4 CIRCGUIDE позволяет выполнять расчеты, подобные приведенным выше, на ЭВМ для различных мод круглого волновода, входящих в список (строки 380 – 460 и 1110 – 1160 программы).

JC FORMATTED LISTING
FILE: PROGRAM 2.4 CIRCGUIDE
PAGE-1

```

10 REM
20 REM ----- КРУГЛЫЙ ВОЛНОВОД -----
30 REM
40 REM ПРОГРАММА ПОЗВОЛЯЕТ ОПРЕДЕЛИТЬ
50 REM ДЛИНУ ВОЛНЫ И ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЕ
60 REM СОПРОТИВЛЕНИЕ ДЛЯ КРУГЛОГО ВОЛНОВОДА
70 REM С ИЗВЕСТНЫМ ВНУТРЕННИМ
80 REM ДИАМЕТРОМ И ЗАДАННОЙ МОДОЙ.

```

* Критическая длина волны этих мод не максимальна. – Прим. ред.

```

90 REM ПРЕДУСМОТРЕНА ПРОВЕРКА УСЛОВИЙ,
100 REM ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ КОТОРЫХ
110 REM ВОЗМОЖНО РАСПРОСТРАНЕНИЕ
120 REM ЗАДАННОЙ МОДЫ В ВОЛНОВОДЕ
130 REM С ИНВЕСТНЫМ ВНУТРЕННИМ
140 REM ДИАМЕТРОМ.
150 REM
160 REM FRQ = ЧАСТОТА КОЛЕБАНИЙ
170 REM CUT = КРИТИЧЕСКАЯ ДЛИНА ВОЛНЫ
180 REM M,N = ИНДЕКСЫ МОДЫ
190 REM D = ДИАМЕТР ВОЛНОВОДА
200 REM Z0 = ХАРАКТЕР. СОПР.
210 REM GLAMB = ДЛИНА ВОЛНЫ В ВОЛНОВОДЕ
220 REM LAMBDA = ДЛИНА ВОЛНЫ В СВОБОДНОМ ПРОСТРАНСТВЕ
230 REM
240 REM ВВОД ИСХОДНЫХ ДАННЫХ
250 DIM TE(2,2),TM(3,3)
260 FOR K = 1 TO 2
270     FOR J = 0 TO 2
280         READ TE(J,K)
290     NEXT J
300 NEXT K
310 FOR K = 1 TO 2
320     FOR J = 0 TO 2
330         READ TM(J,K)
340     NEXT J
350 NEXT K
360 READ TM(0,3)
370 CLS
380 PRINT "ВЫ МОЖЕТЕ ВЫБРАТЬ ОДИНУ ИЗ МОД,""
390 PRINT "ПЕРЕЧИСЛЕННЫХ НИЖЕ:"
400 PRINT "TM 01, 11, 21, 02, 12, 22, 03"
410 PRINT "TE 01, 11, 02, 12, 22"
420 PRINT
430 PRINT "ВВЕДИТЕ 1, ЕСЛИ МОДА TM"
440 PRINT "ВВЕДИТЕ 0, ЕСЛИ МОДА TE"
450 PRINT
460 INPUT K
470 IF K < 0 OR K > 1 THEN
480     340
490 PRINT
500 INPUT FRQ
510 PRINT
520 PRINT "ВВЕДИТЕ ИНДЕКС M"
530 INPUT M
540 PRINT "ВВЕДИТЕ ИНДЕКС N"
550 INPUT N
560 IF K = 1 THEN
570     LET MEW = TM(M,N)
580 IF K = 0 THEN
590     LET MEW = TE(M,N)
600 PRINT
610 INPUT D
620 REM ДЛИНА ВОЛНЫ В СВОБ. ПР-ВЕ
630 PRINT
640 PRINT "***** РЕЗУЛЬТАТ *****"
650 PRINT
660 LET LAMBDA = 30 / FRQ
670 LET L = INT (LAMBDA * 100 + 0.5) / 100
680 PRINT "ДЛИНА ВОЛНЫ В СВОБ. ПР-ВЕ = "L" CM"
690 REM ОПРЕДЕЛЯЕМ КРИТИЧЕСКУЮ ДЛИНУ ВОЛНЫ
700 PRINT
710 LET CUT = 3.14159 * D / MEW
720 LET L = INT (CUT * 100 + 0.5) / 100
730 PRINT "КРИТИЧЕСКАЯ ДЛИНА ВОЛНЫ = "L" CM"

```

```

740 REM
750 REM ПРОВЕРКА УСЛОВИЙ РАСПРОСТРАНЕНИЯ
760 IF LAMBDA > CUT THEN
    780
770 GOTO 900
780 PRINT
790 PRINT "РАСПРОСТРАНЕНИЕ ДАННОЙ МОДЫ НЕВОЗМОЖНО"
800 PRINT "ПРИ УКАЗАННОМ ДИАМЕТРЕ ВОЛНОВОДА"
810 PRINT
820 PRINT "*****"
830 PRINT
840 PRINT "ХОТИТЕ ПРОДОЛЖИТЬ ДИАЛОГ?"
850 PRINT "ВВЕДИТЕ 1, ЕСЛИ ДА, И 0, ЕСЛИ НЕТ"
860 INPUT I
870 IF I = 1 THEN
    370
880 IF I = 0 THEN
    1080
890 GOTO 830
900 REM
910 REM ОПРЕДЕЛЯЕМ ДЛИНУ ВОЛНЫ В ВОЛНОВОДЕ
920 LET GLAM = LAMBDA / SQR ((1 - ((LAMBDA / CUT) ^ 2)))
930 LET L = INT (GLAM * 100 + 0.5) / 100
940 PRINT
950 PRINT "ДЛИНА ВОЛНЫ В ВОЛНОВОДЕ = " L" CM"
960 REM
970 REM ОПРЕДЕЛЯЕМ ХАРАКТ. СОПР.
980 IF K = 0 THEN
    1010
990 LET Z0 = 377 * SQR (1 - ((LAMBDA / CUT) ^ 2))
1000 GOTO 1020
1010 LET Z0 = 377 / SQR (1 - ((LAMBDA / CUT) ^ 2))
1020 LET L = INT (Z0 * 100 + 0.5) / 100
1030 PRINT
1040 PRINT "ХАРАКТ. СОПР. = " L" OM"
1050 PRINT
1060 PRINT "*****"
1070 GOTO 830
1080 PRINT
1090 PRINT "***** КОНЕЦ ПРОГРАММЫ *****"
1100 END
1110 REM
1120 REM ДАННЫЕ ДЛЯ ТЕ МОД
1130 DATA 3.832,1.841,3.05,7.016,5.33,6.71
1140 REM
1150 REM ДАННЫЕ ДЛЯ ТМ МОД
1160 DATA 2.405,3.832,5.136,5.52,7.016,8.42,8.654

```

КОНЕЦ ТЕКСТА ПРОГРАММЫ

3RUN

ВЫ МОЖЕТЕ ВЫБРАТЬ ОДНУ ИЗ МОД,
ПЕРЕЧИСЛЕННЫХ НИЖЕ:

TM 01, 11, 21, 02, 12, 22, 03

TE 01, 11, 02, 12, 22

ВВЕДИТЕ 1, ЕСЛИ МОДА ТМ

ВВЕДИТЕ 0, ЕСЛИ МОДА TE

?0

ВВЕДИТЕ РАБОЧУЮ ЧАСТОТУ В ГГЦ

?11

ВВЕДИТЕ ИНДЕКС М

?0

ВВЕДИТЕ ИНДЕКС N

?1

ВВЕДИТЕ ВНУТРЕННИЙ ДИАМЕТР ВОЛНОВОДА В СМ
?4.5

***** РЕЗУЛЬТАТ *****

ДЛИНА ВОЛНЫ В СВОБ. ПР-ВЕ = 2.73 СМ

КРИТИЧЕСКАЯ ДЛИНА ВОЛНЫ = 3.69 СМ

ДЛИНА ВОЛНЫ В ВОЛНОВОДЕ = 4.05 СМ

ХАРАКТ. СОПР. = 559.82 ОМ

ХОТИТЕ ПРОДОЛЖИТЬ ДИАЛОГ?

ВВЕДИТЕ 1, ЕСЛИ ДА, И 0, ЕСЛИ НЕТ

?1

ВЫ МОЖЕТЕ ВЫБРАТЬ ОДНУ ИЗ МОД,

ПЕРЕЧИСЛЕННЫХ НИЖЕ:

TM 01, 11, 21, 02, 12, 22, 03

TE 01, 11, 02, 12, 22

ВВЕДИТЕ 1, ЕСЛИ МОДА ТМ

ВВЕДИТЕ 0, ЕСЛИ МОДА TE

?1

ВВЕДИТЕ РАБОЧУЮ ЧАСТОТУ В ГГЦ

?8

ВВЕДИТЕ ИНДЕКС М

?2

ВВЕДИТЕ ИНДЕКС N

?2

ВВЕДИТЕ ВНУТРЕННИЙ ДИАМЕТР ВОЛНОВОДА В СМ

?12

***** РЕЗУЛЬТАТ *****

ДЛИНА ВОЛНЫ В СВОБ. ПР-ВЕ = 3.75 СМ

КРИТИЧЕСКАЯ ДЛИНА ВОЛНЫ = 4.48 СМ

ДЛИНА ВОЛНЫ В ВОЛНОВОДЕ = 6.86 СМ

ХАРАКТ. СОПР. = 205.98 ОМ

ХОТИТЕ ПРОДОЛЖИТЬ ДИАЛОГ?

ВВЕДИТЕ 1, ЕСЛИ ДА, И 0, ЕСЛИ НЕТ

?0

***** КОНЕЦ ПРОГРАММЫ *****

2.5. СИММЕТРИЧНАЯ ПОЛОСКОВАЯ ЛИНИЯ

Симметричная полосковая линия применяется обычно на частотах, превышающих несколько сотен мегагерц. Она используется в разнообразных устройствах совместно с коаксиальной линией или волноводом, когда в качестве активных либо пассивных элементов используются диоды Ганна или смесительные диоды, а также там, где необходимо обеспечить широкополосность либо малые габариты. Однако эта линия заметно проигрывает коаксиальной линии и волноводу по уровню взаимного влия-

ния между элементами цепи и уровню передаваемой мощности. Разработчик должен помнить об этих ограничениях и разумно выбирать наиболее подходящий тип линии.

Симметричная полосковая линия состоит из тонкого металлического проводника прямоугольной формы, находящегося в однородном диэлектрике, который расположен, подобно начинке бутерброда, между двух заземленных металлических пластин (рис. 2.7). Низшей модой в такой линии является ТЕМ (поперечная электромагнитная). Как правило, симметричная полосковая линия выполняется из диэлектрических листов с односторонней либо двухсторонней метализацией медью. Толщины диэлектрических листов и центрального проводника могут быть самыми различными. Выбор конкретного диэлектрика представляет собой сложную задачу, которая может быть решена обычно лишь экспериментально – путем создания ряда одинаковых устройств на разных подложках и последующего их сравнительного исследования. По результатам исследований делается окончательный выбор материала. Программа 2.5 SINGLE STRIP для ЭВМ может оказать помощь в таком исследовании.

Выражения для волнового сопротивления симметричной полосковой линии с известной геометрией выводились различными авторами. Эти формулы решают задачу анализа, т. е. по заданным размерам линии и параметрам диэлектрического заполнения находится величина волнового сопротивления. Одним из первых исследователей был Кон [4], рассмотревший методом конформных преобразований полосковые системы с очень тонким центральным проводником. В этом методе внутренность полосковой линии с прямоугольным экраном отображается на внутренность круга, что позволяет при дальнейшем исследовании использовать методику, рассмотренную в начале этой главы применительно к коаксиальной и двухпроводной линиям передачи. Если толщина центрального проводника конечна, то для получения требуемого волнового сопротивления отношение W/b (см. рис. 2.7) необходимо уменьшить, рассчитав его по формулам из [4].

При конечной толщине полоски t погрешность, не превышающую 0,5 % при $W/(b-t) < 10$, дают формулы, полученные в [5]. Приведем их:

$$Z_B = \left(30/\sqrt{\epsilon_r}\right) \ln \left(1 + \left(4/\pi m\right) \left\{ \left(8/\pi m\right) + \left[\left(8/\pi m\right)^2 + 6,27 \right]^{1/2} \right\} \right), \quad (2.22 \text{ a})$$

где

$$m = W/(b-t) + \Delta W/(b-t);$$

$$\Delta W/(b-t) = x/\pi(1-x) \left\{ 1 - 0,5 \ln \left[\left(\frac{x}{2-x} \right)^2 + \left(\frac{0,0796x}{W/b + 1,1x} \right)^p \right] \right\}; p = 2 / \left(1 + \frac{2}{3} \frac{x}{1-x} \right) \text{ и}$$

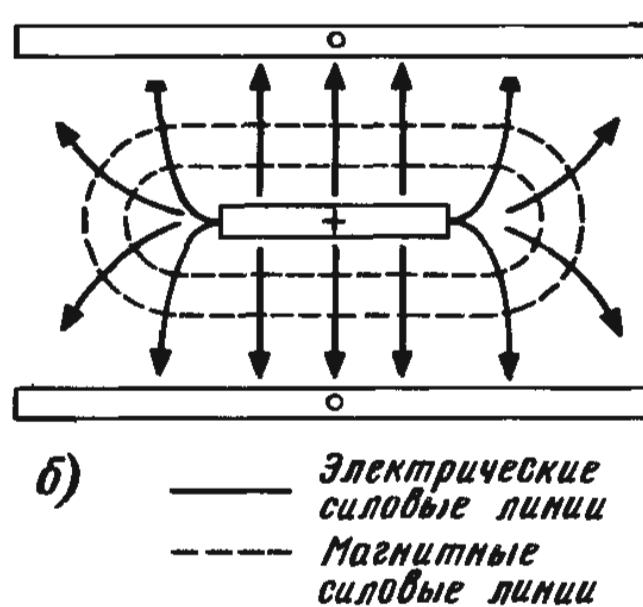
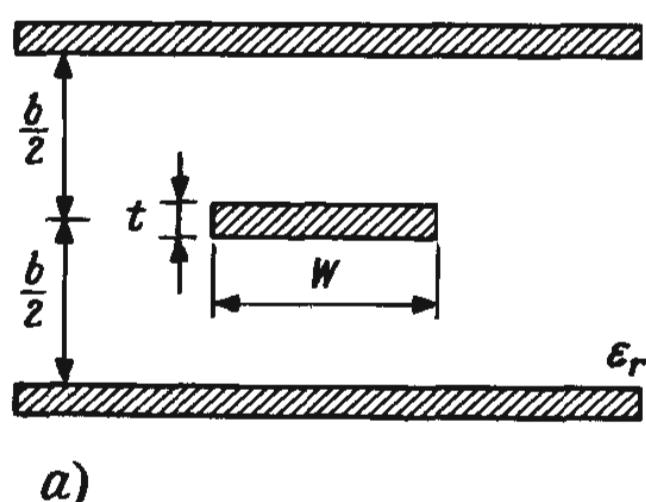


Рис. 2.7. Поперечное сечение (а) и структура поля (б) симметричной полосковой линии

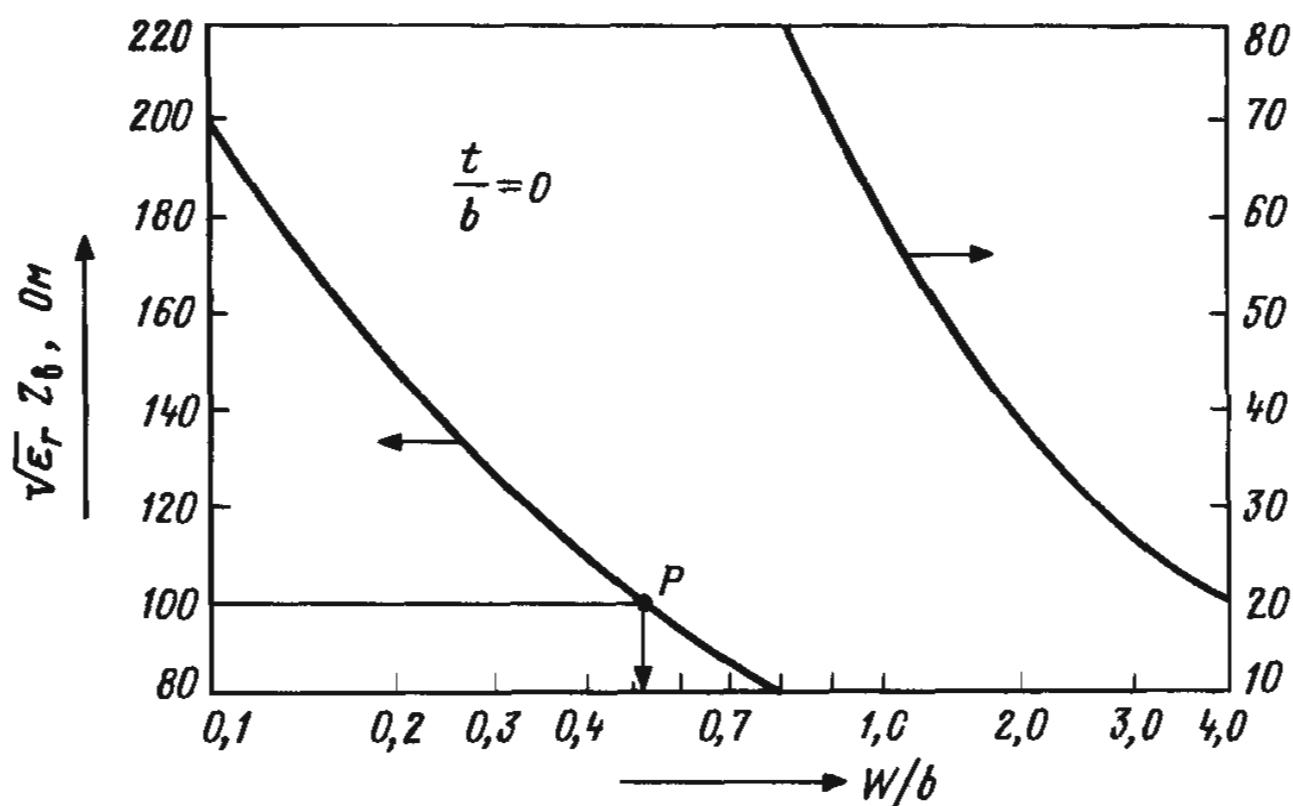


Рис. 2.8. Зависимость волнового сопротивления от W/b для симметричной полосковой линии

$$x = t/b. \quad (2.22 \text{ б})$$

При обращении к ЭВМ у разработчиков обычно возникает необходимость решать задачу синтеза, когда заданы волновое сопротивление и диэлектрическая проницаемость. Необходимо определить отношение ширины полоски к расстоянию между проводниками экрана (W/b). Для этой цели можно использовать итерационную процедуру, основанную на соотношениях (2.22). Задается некоторое начальное значение W/b и вычисляется величина волнового сопротивления по (2.22 а), которая сравнивается с требуемым значением. Затем отношению W/b дается небольшое приращение $\Delta W/b$. Расчет по (2.22 а) и сравнение волновых сопротивлений повторяются до тех пор, пока разница между вычисленной и требуемой величинами превышает $\pm 2/\sqrt{\epsilon_r}$. Полученное таким образом значение волнового сопротивления и отношение W/b выводятся на печать.

Расчет по формулам (2.22) вручную достаточно сложен, но легко реализуется на мини-ЭВМ. Соответствующая программа 2.5 SINGLE STRIP позволяет выполнять анализ и синтез симметричной полосковой линии, изображенной на рис. 2.7. Для ориентировочных расчетов можно воспользоваться графиком на рис. 2.8, где построена зависимость умноженного на $\sqrt{\epsilon_r}$ волнового сопротивления от отношения W/b при $t/b = 0$. Эта зависимость использована в примере 2.10 и легко может быть построена при ее расчете с помощью программы SINGLE STRIP.

```
1E FORMATTED LISTING
FILE: PROGRAM 2.5 SINGLE STRIP
PAGE-1
```

```

10 REM
20 REM --- СИММЕТРИЧНАЯ ПОЛОСКОВАЯ ЛИНИЯ ---
30 REM
40 REM
50 REM ЭТА ПРОГРАММА МОЖЕТ БЫТЬ
60 REM ИСПОЛЬЗОВАНА ДЛЯ СИНТЕЗА
70 REM ЛИБО ДЛЯ АНАЛИЗА СИММЕТРИЧНОЙ
80 REM ПОЛОСКОВОЙ ЛИНИИ
90 REM ПЕРЕДАЧИ
100 REM
```

```

110 REM
120 REM T = ТОЛЩИНА ПОЛОСКИ В СМ
130 REM B = РАССТОЯНИЕ МЕЖДУ ВНЕШНИМИ
140 REM ПРОВОДНИКАМИ ЭКРАНА В СМ
150 REM ZO = ВОЛН. СОПР. В ОМАХ
160 REM GLAM = ДЛИНА ВОЛНЫ В ЛИНИИ В СМ
170 REM ER = ОТНОС. ДИЭЛ. ПРОНИЦАЕМОСТЬ
180 REM FRQ = ЧАСТОТА В ГГЦ
190 REM TB = ОТНОШЕНИЕ ТОЛЩИНЫ ПОЛОСКИ
200 REM К РАССТОЯНИЮ МЕЖДУ ПРОВОДН. ЭКРАНА
210 REM WB = ОТНОШЕНИЕ ШИРИНЫ ПОЛОСКИ
220 REM К РАССТОЯНИЮ МЕЖДУ ПРОВОДН. ЭКРАНА
230 REM W = ШИРИНА ПОЛОСКИ В СМ
240 REM
250 REM ВВОД ИСХОДНЫХ ДАННЫХ
260 CLS
270 PRINT
280 PRINT "ВВЕДИТЕ 0 ПРИ СИНТЕЗЕ"
290 PRINT "И 1 ПРИ АНАЛИЗЕ"
300 INPUT K
310 IF K < 0 OR K > 1 THEN
    260
320 PRINT
330 PRINT "ВВЕДИТЕ РАБОЧУЮ ЧАСТОТУ В ГГЦ"
340 INPUT FRQ
350 PRINT
360 PRINT "ВВЕДИТЕ ОТНОС. ДИЭЛ. ПРОНИЦАЕМОСТЬ"
370 INPUT ER
380 PRINT
390 PRINT "***** ВВОД РАЗМЕРОВ ЛИНИИ *****"
400 PRINT
410 PRINT "ВВЕДИТЕ ОТНОШЕНИЕ ТОЛЩИНЫ ПОЛОСКИ"
420 PRINT "К РАССТОЯН. МЕЖДУ ПРОВОДН. ЭКРАНА (T/B) "
430 INPUT TB
440 PRINT "ВВЕДИТЕ РАССТОЯН. МЕЖДУ ПРОВОДН. ЭКРАНА (B) В СМ"
450 INPUT B
460 LET PI = 3.14159
470 IF K = 0 THEN
    750
480 REM
490 REM РАЗДЕЛ АНАЛИЗА
500 PRINT "ВВЕДИТЕ ОТНОШЕНИЕ ШИРИНЫ ПОЛОСКИ"
510 PRINT "К РАССТ. МЕЖДУ ПРОВОДН. ЭКРАНА (W/B) "
520 INPUT WB
530 GOSUB 1070
540 PRINT
550 PRINT "***** РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА *****"
560 PRINT
570 LET Z2 = INT (Z1 * 100 + 0.5) / 100
580 LET GLAM = 30 / FRQ / SQR (ER)
590 LET G = INT (GLAM * 100 + 0.5) / 100
600 PRINT "ДЛЯ W/B = "WB" T/B = "TB
610 PRINT "И B = "B" СМ"
620 PRINT "ZB = "Z2" ОМ"
630 PRINT "ДЛИНА ВОЛНЫ В ЛИНИИ = "G" СМ"
640 PRINT "НА РАБОЧЕЙ ЧАСТОТЕ "FRQ" ГГЦ"
650 PRINT
660 PRINT "*****"
670 REM
680 PRINT
690 PRINT "ХОТИТЕ ПРОДОЛЖИТЬ?"
700 PRINT "ВВЕДИТЕ 1, ЕСЛИ ДА ,И 0, ЕСЛИ НЕТ"
710 INPUT L
720 IF L = 1 THEN
    260
730 IF L = 0 THEN
    1040
740 GOTO 690

```

```

750 REM
760 REM РАЗДЕЛ СИНТЕЗА
770 LET WB = 0
780 PRINT "ВВЕДИТЕ ТРЕБУЕМОЕ ЗНАЧЕНИЕ ZB"
790 INPUT Z0
800 PRINT
810 PRINT
820 PRINT "----- ИДЕТ РАСЧЕТ -----"
830 LET WB = WB + 0.01
840 GOSUB 1070
850 IF Z1 <= (Z0 + 2 / SQR (ER)) AND Z1 >= (Z0 - 2 / SQR (ER)) THEN
    870
860 GOTO 830
870 PRINT
880 PRINT "***** РЕЗУЛЬТАТЫ СИНТЕЗА *****"
890 PRINT
900 LET Z1 = INT (Z1 * 100 + 0.5) / 100
910 PRINT "ДЛЯ ZB = "Z1" ОМ"
920 PRINT "ПРИ Т/В = "TB" И В = "B" ОМ
930 LET W = INT (WB * 10000) / 10000
940 PRINT "НЕОБХОДИМО ИМЕТЬ ОТНОШЕНИЕ W/B = "W
950 LET LW = INT (WB * B * 100 + 0.5) / 100
960 PRINT "W = "LW" СМ"
970 LET GLAM = 30 / FRQ / SQR (ER)
980 LET G = INT (GLAM * 100 + 0.5) / 100
990 PRINT "ДЛИНА ВОЛНЫ В ЛИНИИ = "G" СМ"
1000 PRINT "НА РАБОЧЕЙ ЧАСТОТЕ "FRQ" ГГЦ"
1010 PRINT
1020 PRINT "***** КОНЕЦ ПРОГРАММЫ *****"
1030 GOTO 670
1040 PRINT
1050 PRINT "***** КОНЕЦ ПРОГРАММЫ *****"
1060 END
1070 LET W = B * WB
1080 LET T = B * TB
1090 LET M = 2 / (1 + 0.6666 * TB / (1 - TB))
1100 LET DW = (0.0796 * TB) / (WB + 1.1 * TB) ^ M
1110 LET DW = DW + (TB / (2 - TB)) ^ 2
1120 LET DW = 0.5 * LOG (DW)
1130 LET DW = TB / PI / (1 - TB) * (1 - DW)
1140 LET W1 = W / (B - T) + DW
1150 LET Z = SQR ((B / PI / W1) ^ 2 + 6.27) + B / PI / W1
1160 LET Z = Z * 4 / PI / W1 + 1
1170 LET Z = 30 * LOG (Z)
1180 LET Z1 = Z / SQR (ER)
1190 RETURN

```

КОНЕЦ ТЕКСТА ПРОГРАММЫ

3RUN

ВВЕДИТЕ 0 ПРИ СИНТЕЗЕ
И 1 ПРИ АНАЛИЗЕ

?0

ВВЕДИТЕ РАБОЧУЮ ЧАСТОТУ В ГГЦ

?1

ВВЕДИТЕ ОТНОСИТ. ДИЭЛ. ПРОНИЦАЕМОСТЬ
?4

***** ВВОД РАЗМЕРОВ ЛИНИИ *****

ВВЕДИТЕ ОТНОШЕНИЕ ТОЛЩИНЫ ПОЛОСКИ
К РАССТОЯН. МЕЖДУ ПРОВОДН. ЭКРАНА (Т/В)

?0.175

ВВЕДИТЕ РАССТОЯНИЕ МЕЖДУ ПРОВОДН. ЭКРАНА (В) В СМ

?0.01

ВВЕДИТЕ ТРЕБУЕМОЕ ЗНАЧЕНИЕ Z_B
?25

----- ИДЕТ РАСЧЕТ -----

***** РЕЗУЛЬТАТЫ СИНТЕЗА *****

ДЛЯ Z_B = 25.83 ОМ
ПРИ T/B = .175 И B = .01 СМ
НЕОБХОДИМО ИМЕТЬ ОТНОШЕНИЕ W/B = .97
W = .01 СМ
ДЛИНА ВОЛНЫ В ЛИНИИ = 15 СМ
НА РАБОЧЕЙ ЧАСТОТЕ 1 ГГЦ

ХОТИТЕ ПРОДОЛЖИТЬ?
ВВЕДИТЕ 1, ЕСЛИ ДА ,И 0, ЕСЛИ НЕТ
?1

ВВЕДИТЕ О ПРИ СИНТЕЗЕ
И 1 ПРИ АНАЛИЗЕ
?1

ВВЕДИТЕ РАБОЧУЮ ЧАСТОТУ В ГГЦ
?1

ВВЕДИТЕ ОТНОС. ДИЭЛ. ПРОНИЦАЕМОСТЬ
?4

***** ВВОД РАЗМЕРОВ ЛИНИИ *****

ВВЕДИТЕ ОТНОШЕНИЕ ТОЛЩИНЫ ПОЛОСКИ
К РАССТОЯН. МЕЖДУ ПРОВОДН. ЭКРАНА (T/B)
?0.175
ВВЕДИТЕ РАССТОЯН. МЕЖДУ ПРОВОДН. ЭКРАНА (B) В СМ
?0.01
ВВЕДИТЕ ОТНОШЕНИЕ ШИРИНЫ ПОЛОСКИ
К РАССТОЯН. МЕЖДУ ПРОВОДН. ЭКРАНА (W/B)
?0.8

***** РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА *****

ДЛЯ W/B = .8 T/B = .175
И B = .01 СМ
Z_B = 29.25 ОМ
ДЛИНА ВОЛНЫ В ЛИНИИ = 15 СМ
НА РАБОЧЕЙ ЧАСТОТЕ 1 ГГЦ

ХОТИТЕ ПРОДОЛЖИТЬ?
ВВЕДИТЕ 1, ЕСЛИ ДА ,И 0, ЕСЛИ НЕТ
?0

***** КОНЕЦ ПРОГРАММЫ *****

Пример 2.10. Необходимо определить физические размеры отрезка симметричной полосковой линии, электрическая длина которого на частоте 4 ГГц равна четверти длины волны. Волновое сопротивление линии 50 Ом. Относительная диэлектрическая проницаемость среды, заполняющей линию, равна 4. Толщину центрального проводника можно полагать бесконечно малой.

Решение

Необходимо решать задачу синтеза, т. е. определить W/b при $t/b = 0$, $Z_B = 50$ Ом и $\epsilon_r = 4$. Обратимся к рис. 2.8. Так как $Z_B \sqrt{\epsilon_r} = 50\sqrt{4} = 100$, то, опустив перпендикуляр из точки Р на ось, где отложены значения W/b , найдем $W/b = 0,51$. Следовательно, $W/b = 0,51$.

Чтобы определить длину волны в линии, найдем длину волны в свободном пространстве на рабочей частоте:

$$\lambda_0 = c/f = 3 \cdot 10^{10} / 4 \cdot 10^9 = 7,5 \text{ см},$$

тогда длина волны в линии на той же частоте

$$\lambda_g = \lambda_0 / \sqrt{\epsilon_r} = 7,5 / \sqrt{4} = 3,75 \text{ см},$$

т. е. четвертьволновый отрезок линии должен иметь физическую длину

$$\lambda_g/4 = 3,75/4 = 0,94 \text{ см.}$$

На этом расчет завершается.

2.6. МИКРОПОЛОСКОВАЯ ЛИНИЯ

Преимущества микрополосковой линии, как и симметричной полосковой, проявляются в полной мере в тех случаях, когда необходимо создать гибридные цепи, состоящие из элементов с сосредоточенными и распределенными параметрами. Всеми достоинствами, присущими симметричной полосковой линии по сравнению с другими линиями передачи, обладает в равной степени и микрополосковая линия, кроме одного. В микрополосковой линии существенно сильнее взаимное влияние между соседними проводниками, что обусловлено более открытой структурой линии и отсутствием симметрии относительно горизонтальной оси. На рис. 2.9 изображены поперечное сечение микрополосковой линии и приближенная структура электрического поля в ней.

Как видно из рис. 2.9, конструкция микрополосковой линии чрезвычайно проста: металлический проводник (полоска) шириной W и толщиной t лежит на обеспечивающей прочность и жесткость конструкции подложке толщиной h , выполненной из однородного диэлектрика с относительной проницаемостью ϵ_r и покрытой с внешней стороны слоем металла. Структура поля в линии носит достаточно сложный характер. Теоретический анализ поля в микрополосковой линии усложняется тем, что лишь часть поля концентрируется в заполненном диэлектриком промежутке между полоской и заземленным проводником, а остальная – над и рядом с полоской в воздухе. Поэтому распространяющаяся в линии мода не чистая ТЕМ, а квази-ТЕМ. С помощью термина "квази-ТЕМ" подчеркивается, что различие в структуре полей, обусловленное присутствием в линии слоистой среды воздух ($\epsilon_r = 1$) – диэлектрик ($\epsilon_r \neq 1$), этих двух мод невелико. На низких частотах анализ, выполненный в предположении, что распространяется мода квази-ТЕМ, дает вполне приемлемую точность, однако по мере повышения частоты становятся все более заметными продольные составляющие полей, что сказывается на результатах анализа. В частности, заметно проявляется дисперсия, т. е. волновое сопротивление линии и эффективная диэлектрическая проницаемость начинают зависеть от частоты.

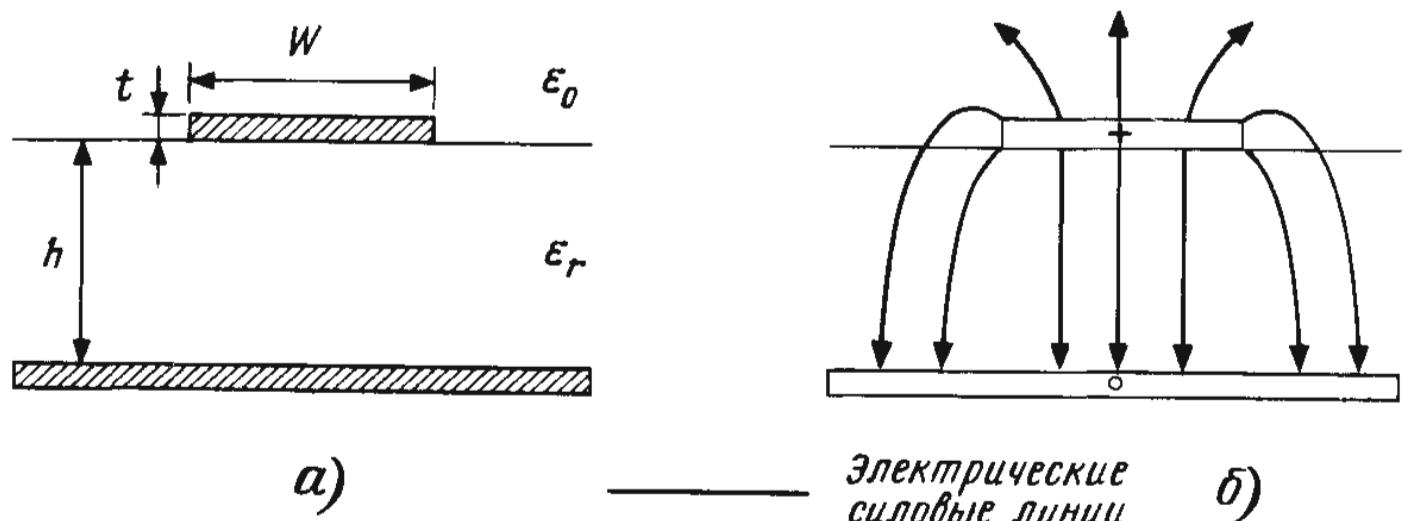


Рис. 2.9. Поперечное сечение (а) и структура поля (б) в микрополосковой линии

При расчете микрополосковой линии возникает необходимость определять величину, получившую название эффективной диэлектрической проницаемости ($\epsilon_{\text{эфф}}$). Эта величина чрезвычайно полезна, так как характеризует соотношение между энергиями, концентрирующимися в воздухе и диэлектрике. Как было показано в гл. 1, любая линия с модой TEM характеризуется величиной фазовой скорости v_{ϕ} . Напомним, что v_{ϕ} – скорость перемещения фронта волны вдоль линии:

$$v_{\phi} = 1/(LC)^{1/2}.$$

При отсутствии диэлектрического заполнения фазовая скорость в линии совпадает со скоростью света в свободном пространстве

$$c = 1/(LC_{\text{возд}})^{1/2},$$

где $c \approx 3 \cdot 10^8$ м/с; L – погонная индуктивность линии с диэлектриком, равная в данном случае погонной индуктивности линии с воздушным заполнением; $C_{\text{возд}}$ – погонная емкость линии с воздушным заполнением; C – то же, но при наличии слоя из диэлектрика.

Из этих равенств следует

$$c/v_{\phi} = (C/C_{\text{возд}})^{1/2},$$

т. е.

$$C/C_{\text{возд}} = (c/v_{\phi})^2 = \epsilon_{\text{эфф}}. \quad (2.23)$$

Микрополосковая линия с относительно широкой полоской ($W/h \rightarrow \infty$) близка по своим свойствам к плоскому конденсатору, в котором практически вся энергия электрического поля концентрируется в диэлектрике под полоской. Поэтому величина $\epsilon_{\text{эфф}}$ весьма близка к ϵ_r . Если полоска узкая ($W/h \rightarrow 0$), то энергия электрического поля распределяется практически поровну между воздухом и диэлектриком. В этом случае величина $\epsilon_{\text{эфф}}$ близка к полусумме ϵ_r воздуха и диэлектрического слоя, т. е. $\epsilon_{\text{эфф}} \approx (\epsilon_r + 1)/2$. Следовательно,

$$(\epsilon_r + 1)/2 < \epsilon_{\text{эфф}} < \epsilon_r.$$

Для любой волны, распространяющейся в линии, фазовая скорость распространения

$$c = f\lambda_0 \text{ в свободном пространстве,}$$

$$v_{\phi} = f\lambda_g \text{ при наличии диэлектрика.}$$

Подставляя эти равенства в (2.23), получаем

$$\epsilon_{\text{эфф}} = (\lambda_0/\lambda_g)^2,$$

т. е.

$$\lambda_g = \lambda_0/(\epsilon_{\text{эфф}})^{1/2} = c/f(\epsilon_{\text{эфф}})^{1/2}, \quad (2.24)$$

где λ_g – длина волны в микрополосковой линии.

В литературе приводится множество аналитических выражений для расчета параметров микрополосковых линий. Часть из них получена либо путем обработки результатов экспериментального исследования, либо, что чаще, – результатов расчета на ЭВМ. Без таких аналитических выражений невозможно обойтись при машинном проектировании, когда требуется выполнить большое число расчетов с целью оптимизации конструкции. Наиболее общие выражения, пригодные для расчета

та микрополосковых линий с $0,5 < W/h < 20$ при $\epsilon_r < 16$, получены в [7]. При нулевой толщине полоски они имеют вид:

для $W/h < 1$

$$Z_B = \left(60/\sqrt{\epsilon_{\text{эфф}}}\right) \ln \left((8h/W) + 0,25(W/h) \right), \quad (2.25 \text{ а})$$

где $\epsilon_{\text{эфф}} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left[\left(1 + \frac{12h}{W}\right)^{-1/2} + 0,041 \left(1 - \frac{W}{h}\right)^2 \right]$;

для $W/h \geq 1$

$$Z_B = \frac{120\pi}{\sqrt{\epsilon_{\text{эфф}}}} \frac{1}{[W/h + 1,393 + 0,667 \ln(W/h + 1,4444)]}, \quad (2.25 \text{ б})$$

где $\epsilon_{\text{эфф}} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left(1 + 12(h/W)\right)^{-1/2}$.

В указанном интервале изменения W/h и ϵ_r , погрешность расчета величин Z_B и $\epsilon_{\text{эфф}}$ по формулам (2.25) не превышает 1 %.

Для синтеза микрополосковой линии можно воспользоваться следующими выражениями:

при $A < 1,52$

$$W/h = \frac{8\exp(A)}{\exp(2A) - 2}; \quad (2.26 \text{ а})$$

при $A \geq 1,52$

$$W/h = (2/\pi) \left\{ b - 1 - \ln(2B - 1) + [(\epsilon_r - 1)/2\epsilon_r] [\ln(B - 1) + 0,39 - (0,61/\epsilon_r)] \right\}, \quad (2.26 \text{ б})$$

где

$$A = (Z_B/60) \left(\frac{\epsilon_r + 1}{2} \right)^{1/2} + \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} (0,23 + (0,11/\epsilon_r));$$

$$B = 377\pi/(2Z_B\sqrt{\epsilon_r}).$$

Погрешность расчета по (2.26) того же порядка, что и по (2.25).

Влияние толщины полоски можно учесть, введя в (2.25) и (2.26) вместо физической ширины W полоски ее эффективную ширину $W_{\text{эфф}}$:

при $W/h > 1/2\pi$

$$W_{\text{эфф}}/h = (W/h) + (t/\pi h) + (t/\pi h)(1 + \ln(2h/t)); \quad (2.27 \text{ а})$$

при $W/h < 1/2\pi$

$$W_{\text{эфф}}/h = (W/h) + (t/\pi h)(1 + \ln(4\pi W/t)). \quad (2.27 \text{ б})$$

При записи (2.27) предполагалось, что $t < h$ и $t < W/2$.

На частотах до 10 ГГц дисперсия эффективной диэлектрической проницаемости в микрополосковой линии обычно настолько мала, что ее можно пренебречь. Если эффекты, связанные с дисперсией, существенны, то за информацией следует обратиться к работе [8], где получен ряд простых выражений, с помощью которых можно в

соотношениях (2.25) – (2.27) учесть влияние изменения частоты на волновое сопротивление и ширину полоски.

Волновое сопротивление микрополосковых линий, изготавливаемых промышленностью, обычно не выше 125 Ом и не ниже 20 Ом. Снизу значения Z_B ограничиваются потерями на излучение и преобразованием в моды, распространяющиеся в поперечной плоскости линии. В качестве материала, из которого выполняется подложка, можно использовать разнообразные диэлектрики. Из них только два получили широкое применение на частотах до 18 ГГц и выше.

1. Неорганический диэлектрик на основе окиси алюминия с относительной проницаемостью 8 – 10 и содержанием чистой окиси алюминия до 99,5 %.

2. Органические диэлектрики типа полистирола или стеклотекстолита с относительной проницаемостью 2 – 3, используемые при разработке и моделировании полосковых устройств.

Отметим, что устройства на неорганической подложке можно разработать, предварительно изготовив эти устройства на органической подложке и, наоборот, с соответствующей коррекцией размеров всех цепей. При переходе с органической на неорганическую подложку все размеры следует уменьшить, так как относительная, а следовательно, и эффективная диэлектрическая проницаемости возрастают [см. равенство (2.24)].

Так как толщина подложки микрополосковых плат невелика, вводят дополнительный металлический кожух, обеспечивая тем самым механическую жесткость, возможность отвода тепла от активных элементов и защиту от атмосферного воздействия. Однако введение кожуха оказывает влияние на параметры линии, описываемые выражениями (2.25) – (2.27). Кожух экранирует внутреннее пространство от внешних полей. Внутри кожуха часть краевых полей замыкается на экран, а не рассеивается во внешнем пространстве, что приводит к увеличению напряженности полей в воздушном зазоре между кожухом и линией. Когда крышка и боковые части металлического кожуха удалены на расстояние, приблизительно в пять или шесть раз большее, чем соответственно толщина подложки и ширина полоски, влияние экрана на параметры линии, описываемые (2.25) – (2.27), пренебрежимо мало. Приближенно влияние металлического экрана, находящегося вблизи микрополосковой линии, можно оценить, используя программу 3.1 RELGRID из следующей главы.

Для приближенного анализа и синтеза микрополосковой линии можно воспользоваться графиками на рис. 2.10, построенными с помощью (2.25) и (2.26).

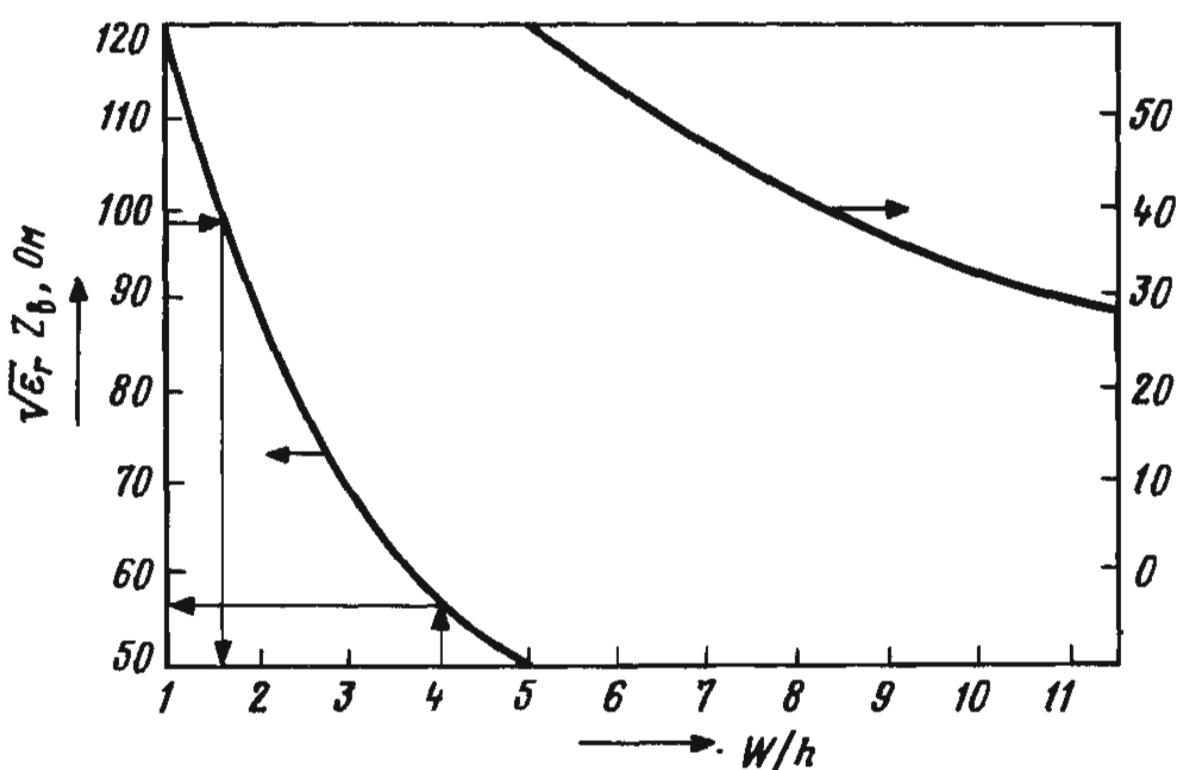


Таблица 2.3

Волновое сопротивление, Ом	70	18
ϵ_r	2	10
$\sqrt{\epsilon_r} Z_B$, Ом	99	57
Отношение W/h	1,6	4

Рис. 2.10. Зависимость волнового сопротивления от W/h для микрополосковой линии с полоской бесконечно малой толщины

Пример 2.11. С помощью графиков на рис. 2.10 определить отношение W/h для 70-омной микрополосковой линии, если относительная диэлектрическая проницаемость материала подложки равна 2. Кроме того, определить волновое сопротивление линии, выполненной на подложке с относительной диэлектрической проницаемостью 10, если $W/h = 4$. В обоих случаях полагать толщину полоски бесконечно малой.

Решение

Отношение W/h и волновое сопротивление определяются по графикам, как показано на рис. 2.10. Найденные и исходные величины сведены в табл. 2.3. Отметим, что при определении волнового сопротивления или отношения W/h исходной является одна и та же величина $\sqrt{\epsilon_r} Z_0$.

Все расчеты, необходимые для анализа или синтеза микрополосковой линии передачи при относительной диэлектрической проницаемости не выше 16 и конечной толщине полоски, можно выполнить по программе 2.6 SINGLE MIC. Следует указать, что погрешность расчета по этой программе не превышает 1 %, если $0,65 < W/h < 20$. Этого интервала достаточно для большинства применяемых линий.

JC FORMATTED LISTING
FILE: PROGRAM 2.6 SINGLE MICROSTRIP
PAGE-1

```
10 REM
20 REM -- МИКРОПОЛОСКОВАЯ ЛИНИЯ ---
30 REM
40 REM ЭТУ ПРОГРАММУ МОЖНО
50 REM ИСПОЛЬЗОВАТЬ ДЛЯ
60 REM АНАЛИЗА ЛИБО СИНТЕЗА
70 REM МИКРОПОЛОСКОВОЙ ЛИНИИ,
80 REM ЕСЛИ ОТНОС. ДИЭЛ. ПРОНИЦ.
90 REM НЕ ПРЕВЫШАЕТ 16 И
100 REM 0.65 <= W/H <= 20.
110 REM ПРИ КОНЕЧНОЙ ТОЛЩИНЕ
120 REM ПОЛОСКИ
130 REM
140 REM W/H = ШИРИНА/ТОЛЩИНА
150 REM H = ТОЛЩИНА ПОДЛОЖКИ (ММ)
160 REM W = ШИРИНА ПОЛОСКИ (ММ)
170 REM ER = ОТНОС. ДИЭЛ. ПРОНИЦ.
180 REM EEF = ЭФФЕКТ. ДИЭЛЕКТРИЧ.
190 REM ПРОНИЦАЕМОСТЬ
200 REM T = ТОЛЩИНА ПОЛОСКИ (ММ)
210 REM
220 REM БЛОК ВВОДА ДАННЫХ
230 CLS
240 PRINT "ВВЕДИТЕ 1 ПРИ СИНТЕЗЕ"
250 PRINT "ВВЕДИТЕ 0 ПРИ АНАЛИЗЕ"
260 INPUT K
270 IF K < 0 OR K > 1 THEN
280   230
290 PRINT "==== ВВОД РАЗМЕРОВ ===="
300 PRINT
310 PRINT "ВВЕДИТЕ ТОЛЩИНУ ПОЛОСКИ (ММ)"
320 INPUT T
330 PRINT "ВВЕДИТЕ ТОЛЩИНУ ПОДЛОЖКИ (ММ)"
340 INPUT H
350 PRINT "ВВЕДИТЕ ОТНОС. ДИЭЛ. ПРОНИЦ."
360 INPUT ER
370 LET TH = T / H
380 LET PI = 3.14159
390 IF K = 1 THEN
570
400 REM
410 REM ПОДПРОГРАММА АНАЛИЗА
420 PRINT
430 PRINT "ВВЕДИТЕ ШИРИНУ ПОЛОСКИ (ММ)"
```

```

440 INPUT W
450 LET WH = W / H
460 PRINT
470 PRINT "***** РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА *****"
480 GOSUB 1060
490 GOSUB 740
500 PRINT "ШИРИНА ПОЛОСКИ W = "W" ММ"
510 PRINT
520 PRINT "ЭФФЕКТ. ДИЭЛ. ПРОНИЦ. = "EEF
530 PRINT "ВОЛН. СОПР. Z0 = "Z0" ОМ"
540 PRINT
550 PRINT "*****"
560 GOTO 1130
570 REM
580 REM ПОДПРОГРАММА СИНТЕЗА
590 PRINT
600 PRINT "ВВЕДИТЕ ВЕЛИЧИНУ ВОЛН. СОПРОТ. В ОМАХ"
610 INPUT Z0
620 GOSUB 910
630 PRINT
640 PRINT "***** РЕЗУЛЬТАТЫ СИНТЕЗА *****"
650 GOSUB 1060
660 PRINT "ВОЛН. СОПР. Z0 = "Z0" ОМ"
670 PRINT "ШИРИНА ПОЛОСКИ W = "W" ММ"
680 PRINT
690 PRINT "*****"
700 GOTO 1130
710 PRINT
720 PRINT "***** КОНЕЦ ПРОГРАММЫ *****"
730 END
740 REM
750 REM ПОДПРОГРАММА АНАЛИЗА
760 IF WH > = 1 / 2 / PI THEN
    790
    LET WHE = WH + TH / PI * (1 + LOG (4 * PI * W / T))
    GOTO 800
    LET WHE = WH + TH / PI * (1 + LOG (2 / TH))
    IF WHE > = 1 THEN
        850
        LET EEF = (1 / SQR (1 + 12 / WH) + 0.04 * (1 - WH) ^ 2)
        LET EEF = (ER + 1) / 2 + ((ER - 1) / 2) * EEF
        LET Z0 = 60 / SQR (EEF) * LOG (8 / WH + 0.25 * WH)
        GOTO 880
        LET EEF = (ER + 1) / 2 + (((ER - 1) / 2) / SQR (1 + 12 /
        LET Z0 = 120 * PI / SQR (EEF)
        LET Z0 = Z0 / (WH + 1.393 + 0.667 * LOG (WH + 1.444))
        LET Z0 = INT (Z0 * 100 + 0.5) / 100
        LET EEF = INT (EEF * 100 + 0.5) / 100
    900 RETURN
    910 REM
    920 REM ПОДПРОГРАММА СИНТЕЗА
    930 LET B = 377 * PI / 2 / Z0 / SQR (ER)
    940 LET A = ((ER - 1) / (ER + 1)) * (0.23 + 0.11 / ER)
    950 LET A = A + Z0 / 60 * SQR ((ER + 1) / 2)
    960 IF A < = 1.52 THEN
        1020
        LET WH = LOG (B - 1) + 0.39 - 0.61 / ER
        LET WH = (ER - 1) / 2 / ER * WH
        LET WH = WH + (B - 1 - LOG (2 * B - 1))
    1000 LET WH = 2 / PI * WH
    1010 GOTO 1030
    1020 LET WH = 8 * EXP (A) / (EXP (2 * A) - 2)
    1030 LET W = WH * H
    1040 LET W = INT (W * 100 + 0.5) / 100
    1050 RETURN
    1060 REM
    1070 PRINT
    1080 PRINT "ТОЛЩИНА ПОЛОСКИ T = "T" ММ"

```

```
1090 PRINT "ТОЛЩИНА ПОДЛОЖКИ Н = "H" ММ"
1100 PRINT "ОТНОС. ДИЭЛ. ПРОНИЦ. = "ER
1110 PRINT
1120 RETURN
1130 REM
1140 REM ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЙ БЛОК
1150 PRINT
1160 PRINT "ЖЕЛАЕТЕ ПРОДОЛЖИТЬ?"
1170 PRINT "ВВЕДИТЕ 1, ЕСЛИ ДА , И 0, ЕСЛИ НЕТ"
1180 INPUT L
1190 IF L = 1 THEN
    230
1200 IF L = 0 THEN
    710
1210 GOTO 1130
```

КОНЕЦ ТЕКСТА ПРОГРАММЫ

JRUN

ВВЕДИТЕ 1 ПРИ СИНТЕЗЕ
ВВЕДИТЕ 0 ПРИ АНАЛИЗЕ
?1

===== ВВОД РАЗМЕРОВ =====

ВВЕДИТЕ ТОЛЩИНУ ПОЛОСКИ (ММ)
?0.001
ВВЕДИТЕ ТОЛЩИНУ ПОДЛОЖКИ (ММ)
?0.1
ВВЕДИТЕ ОТНОС. ДИЭЛ. ПРОНИЦ.
?2.3
ВВЕДИТЕ ВЕЛИЧИНУ ВОЛН. СОПР. В ОМАХ
?50

***** РЕЗУЛЬТАТЫ СИНТЕЗА *****

ТОЛЩИНА ПОЛОСКИ Т = 1E-03 ММ
ТОЛЩИНА ПОДЛОЖКИ Н = .1 ММ
ОТНОС. ДИЭЛ. ПРОНИЦ. = 2.3
ВОЛН. СОПР. ZB = 50 ОМ
ШИРИНА ПОЛОСКИ W = .3 ММ

ЖЕЛАЕТЕ ПРОДОЛЖИТЬ?
ВВЕДИТЕ 1, ЕСЛИ ДА , И 0, ЕСЛИ НЕТ
?1

ВВЕДИТЕ 1 ПРИ СИНТЕЗЕ
ВВЕДИТЕ 0 ПРИ АНАЛИЗЕ
?0

===== ВВОД РАЗМЕРОВ =====

ВВЕДИТЕ ТОЛЩИНУ ПОЛОСКИ (ММ)
?0.001
ВВЕДИТЕ ТОЛЩИНУ ПОДЛОЖКИ (ММ)
?0.1
ВВЕДИТЕ ОТНОС. ДИЭЛ. ПРОНИЦ.
?2.3
ВВЕДИТЕ ШИРИНУ ПОЛОСКИ (ММ)
?0.3

***** РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА *****

ТОЛЩИНА ПОЛОСКИ Т = 1E-03 ММ
ТОЛЩИНА ПОДЛОЖКИ Н = .1 ММ

ОТНОС. ДИЭЛ. ПРОНИЦ. = 2.3
 ШИРИНА ПОЛОСКИ W = .3 ММ
 ЭФФЕКТ. ДИЭЛ. ПРОНИЦ. = 1.94
 ВОЛН. СОПР. Z_В = 50.23 ОМ

ЖЕЛАЕТЕ ПРОДОЛЖИТЬ?

ВВЕДИТЕ 1, ЕСЛИ ДА, И 0, ЕСЛИ НЕТ
?0

***** КОНЕЦ ПРОГРАММЫ *****

2.7. ЧЕТНАЯ И НЕЧЕТНАЯ МОДЫ В СВЯЗАННЫХ ПОЛОСКОВЫХ ЛИНИЯХ

Пусть в симметричной либо микрополосковой линии две металлические полоски равной ширины располагаются, как показано на рис. 2.11. Поскольку электрические поля, возникающие вокруг этих проводников, существуют не только в непосредственной близости от каждого из них, появляется взаимодействие между ними за счет краевых полей, величина которых зависит от разности потенциалов между проводниками и их формы, расстояния между ними и параметров диэлектрической подложки.

Это взаимодействие, обусловленное краевыми полями, используется в таких устройствах, как направленные ответвители, являющиеся одним из основных элементов более сложных устройств типа балансных смесителей и модуляторов (подробнее об этом см. гл. 5). Явление взаимодействия между линиями используется также во многих типах фильтров. Для получения требуемой характеристики в фильтре используются связанные отрезки линии передачи, резонирующие на определенной частоте и соответствующим образом расположенные.

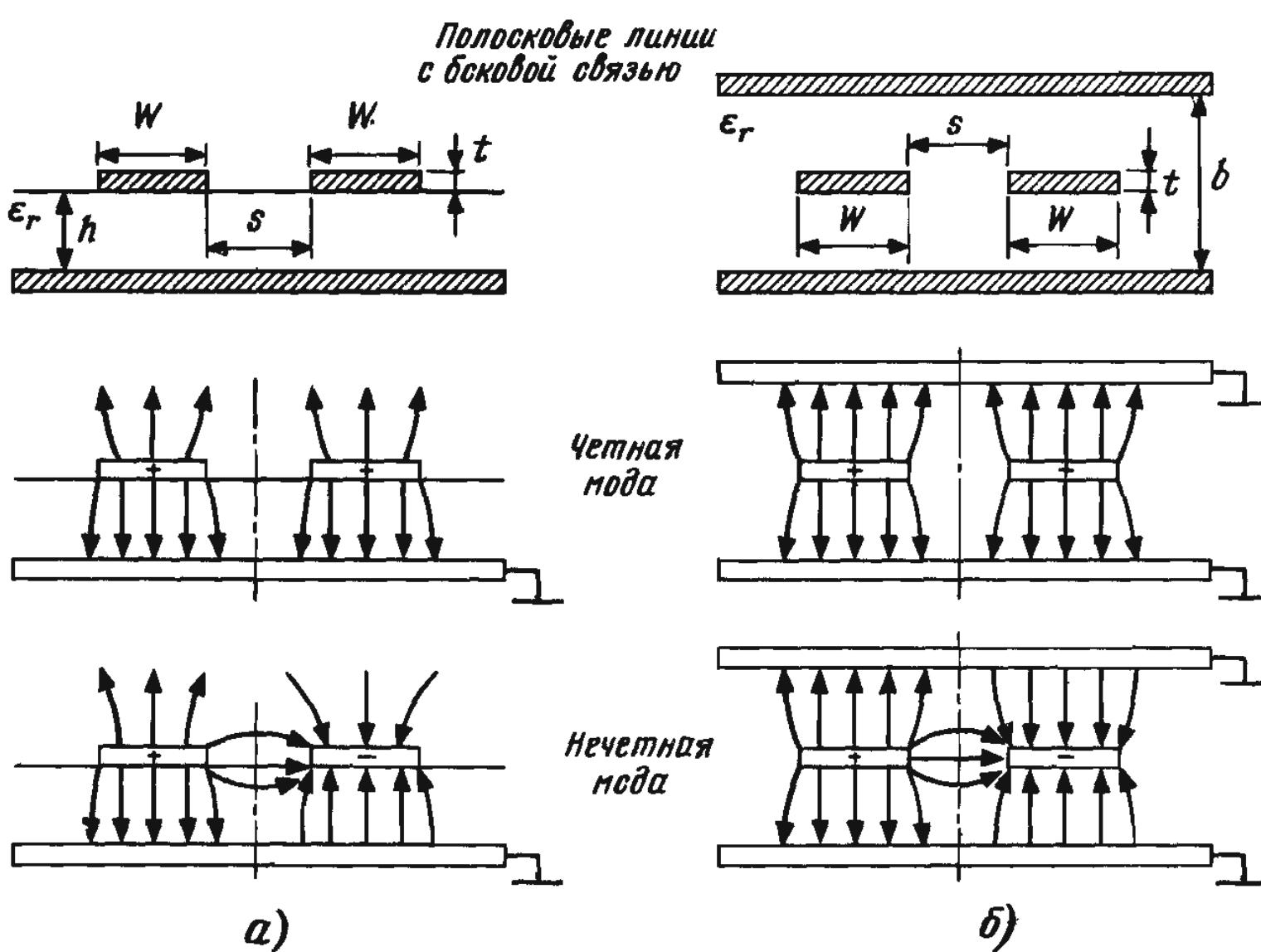


Рис. 2.11. Структура электрического поля четных и нечетных мод для связанных микрополосковой (а) и симметричной полосковой (б) линий

Попытаемся чисто интуитивно представить себе структуру электрического поля в связанных симметричной полосковой и микрополосковой линиях, изображенных на рис. 2.11. Возможны два способа возбуждения расположенных параллельно и связанных вдоль бокового торца проводников: оба центральных проводника находятся под одним и тем же потенциалом, равным, например, +1 В (четная мода), либо потенциал одного из проводников +1, а второго – 1 В (нечетная мода). Тогда на оси симметрии (штрихпунктирная линия на рис. 2.11) будут располагаться магнитная стенка при возбуждении четной моды и электрическая стенка при возбуждении нечетной моды*. Все связанные вдоль бокового торца (боковая связь) линии могут поддерживать четную и нечетную моды. Такой подход оказывается весьма полезным, так как коэффициент связи между линиями обычно может быть выражен через волновое сопротивление линии для четной и нечетной мод [9]. Следующие соотношения устанавливают связь между этими величинами:

коэффициент связи

$$C[\text{дБ}] = 20 \lg(\text{коэффициент связи по напряжению}) = -20 \lg C_0;$$

волновое сопротивление линии для четной моды**

$$Z_{Be} = Z_B \left(\frac{1 + C_0}{1 - C_0} \right)^{1/2}; \quad (2.28 \text{ а})$$

волновое сопротивление линии для нечетной моды**

$$Z_{Bo} = Z_B \left(\frac{1 - C_0}{1 + C_0} \right)^{1/2}, \quad (2.28 \text{ б})$$

$$Z_B = (Z_{Be} Z_{Bo})^{1/2}. \quad (2.28 \text{ в})$$

Указанные соотношения строго выполняются для ТЕМ мод, например, в коаксиальной или симметричной полосковой линии, где коэффициенты распространения четной и нечетной мод равны. В микрополосковой линии каждая из этих мод имеет свой коэффициент распространения; поэтому для четной моды фазовая скорость равна v_{fe} , для нечетной v_{fo} . Равенствами из (2.28) пользоваться можно; однако рассчитанный таким образом направленный ответвитель на микрополосковой линии потребует экспериментальной доработки. Более подробно эта проблема рассмотрена в подразд. 2.7.2. Как видно из рис. 2.11, при возбуждении нечетной моды имеет место более высокая концентрация полей в зазоре между полосками, чем при возбуждении четной моды. Поэтому степень связи в первом случае выше. Отметим также, что при нечетном возбуждении волновое сопротивление определено с учетом противоположного направления потоков в полосках.

2.7.1. СВЯЗАННЫЕ СИММЕТРИЧНЫЕ ПОЛОСКОВЫЕ ЛИНИИ

Простейшая реализация связанных симметричных полосковых линий (СПЛ) изображена на рис. 2.11, где оба центральных проводника расположены на равном расстоянии от внешних проводников и настолько близко друг к другу, что возникает взаимное их влияние.

* Термин "магнитная (электрическая) стенка" означает, что в плоскости симметрии касательная составляющая магнитного (электрического) поля равна нулю. – Прим. ред.

** Буква *o* в индексе от английского слова *odd* – нечетный, буква *e* – от *even* – четный. – Прим. ред.

Аналитические выражения, с помощью которых можно выполнить анализ и синтез, были получены в [10]. При $t < 0,1$ и $W/b > 0,35$ формулы анализа имеют вид

$$\left. \begin{aligned} (\varepsilon_r)^{1/2} Z_{ve} &= 30\pi(b-t)/(W + (bC/2\pi)A_e), \\ (\varepsilon_r)^{1/2} Z_{vo} &= 30\pi(b-t)/(W + (bC/2\pi)A_o), \end{aligned} \right\} \quad (2.29)$$

где

$$A_e = 1 + \frac{\ln(1 + \operatorname{th} \theta)}{0,6932}; \quad A_o = 1 + \frac{\ln(1 + \operatorname{cth} \theta)}{0,6932};$$

$$\theta = (\pi S/2b); \quad C = 2\ln \left(\frac{2b-t}{b-t} \right) - (t/b)\ln \left[\frac{t(2b-t)}{(b-t)^2} \right].$$

Формулы синтеза имеют вид

$$W/b = (2/\pi) \operatorname{arth}(k_e k_o), \quad s/b = (2/\pi) \operatorname{arth} \left[\frac{1 - k_o}{1 - k_e} (k_e/k_o)^{1/2} \right], \quad (2.30)$$

$$\text{где } k_{e,o} = \left[1 - \left(\frac{\exp(\pi x) - 2}{\exp(\pi x) + 2} \right)^4 \right]^{1/2} \text{ при } 1 \leq x \leq \infty,$$

$$k_{e,o} = \left[\frac{\exp(\pi x) - 2}{\exp(\pi x) + 2} \right]^2 \text{ при } 0 \leq x \leq 1; \quad x = \frac{Z_{ve, vo} (\varepsilon_r)^{1/2}}{30\pi}.$$

Значения отношений W/b и s/b при заданных Z_{ve} и Z_{vo} можно определить с помощью графиков и номограмм, расчитанных по (2.29) и (2.30) и приведенных в [11]. Эти же соотношения легли в основу программы 2.7 CSTRIP, применение которой существенно упрощает анализ и синтез направленных ответвителей на симметричной полосковой линии с боковой связью.

При боковой связи весьма трудно реализовать направленные ответвители с сильной связью (коэффициент связи выше – 10 дБ, самое большее – 6 дБ). Это обусловлено трудностями реализации малых зазоров между полосковыми проводниками на диэлектрической подложке. Петлевые направленные ответвители узкополосны. Поэтому в широкополосных цепях с сильной связью, скажем, меньшей – 6 дБ, используются секции с лицевой связью и с частичным перекрытием*. Секции с лицевой связью могут обеспечить коэффициент связи от – 3 дБ и выше, тогда как различные секции с частичным перекрытием обычно используются для получения коэффициента связи от – 6 до – 3 дБ, т. е. в промежутке между лицевой и боковой связью. Более подробное описание этих конструкций всей относящейся к ним информации можно найти в [11].

JE FORMATTED LISTING
FILE: PROGRAM 2.7 CSTRIP
PAGE-1

```
10 REM
20 REM --- СВЯЗАННЫЕ СПЛ ---
30 REM
```

* Полоски располагаются друг над другом со смещением либо без смещения. -- Прим. ред.

```

40 REM ПРОГРАММА ПОЗВОЛЯЕТ
50 REM ПРОВЕСТИ АНАЛИЗ ИЛИ О
60 REM СИНТЕЗ СВЯЗАННЫХ
70 REM СИММЕТРИЧНЫХ ПОЛОСКОВЫХ
80 REM ЛИНИЙ
90 REM ВЫСОКАЯ ТОЧНОСТЬ ДОСТИГАЕТСЯ
100 REM ПРИ T/W < 0.1 И W/B > 0.35
110 REM
120 REM W = ШИРИНА ПОЛОСКИ (ММ)
130 REM S = ЗАЗОР МЕЖДУ ПОЛОСКАМИ
140 REM B = РАССТОЯНИЕ МЕЖДУ ВНЕШНИМИ
150 REM ПРОВОДНИКАМИ В ММ
160 REM ER = ОТНОС. ДИЭЛ. ПРОНИЦ.
170 REM ZBE = ВОЛН. СОПР. ДЛЯ ЧЕТНОЙ МОДЫ
180 REM ZBO = ВОЛН. СОПР. ДЛЯ НЕЧЕТНОЙ МОДЫ
190 REM
200 CLS
210 PRINT "ВВЕДИТЕ 1 ДЛЯ АНАЛИЗА"
220 PRINT "ВВЕДИТЕ 0 ДЛЯ СИНТЕЗА"
230 INPUT P
240 IF P < 0 OR P > 1 THEN
    200
250 LET PI = 3.141592
260 PRINT
270 PRINT "ВВЕДИТЕ РАЗМЕР B (ММ)"
280 INPUT B
290 PRINT "ВВЕДИТЕ ТОЛЩИНУ ПОЛОСКИ T (ММ)"
300 INPUT T
310 PRINT "ВВЕДИТЕ ОТНОС. ДИЭЛ. ПРОНИЦ."
320 INPUT ER
330 IF P = 0 THEN
    440
340 PRINT "ВВЕДИТЕ ШИРИНУ ПОЛОСОК W (ММ)"
350 INPUT W
360 PRINT "ВВЕДИТЕ ВЕЛИЧИНУ ЗАЗОРА S (ММ)"
370 INPUT S
380 PRINT
390 PRINT "**** РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА ****"
400 PRINT
410 PRINT "ШИРИНА ПОЛОСОК W = "W" ММ"
420 PRINT "ВЕЛИЧИНА ЗАЗОРА S = "S" ММ"
430 GOTO 600
440 PRINT "ВВЕДИТЕ НЕОБХОДИМУЮ ВЕЛИЧИНУ СВЯЗИ В ДБ"
450 INPUT DB
460 PRINT "ВВЕДИТЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ZB В ОМАХ"
470 INPUT Z
480 PRINT
490 PRINT "**** РЕЗУЛЬТАТЫ СИНТЕЗА ****"
500 PRINT
510 LET X = DB / 20
520 LET COUPLE = 10 ^ X
530 LET F1 = (1 + COUPLE) / (1 - COUPLE)
540 LET F2 = 1 / F1
550 LET ZE = Z * SQR (F1)
560 LET ZO = Z * SQR (F2)
570 PRINT "НЕОБХОДИМЫЙ КОЭФФИЦИЕНТ СВЯЗИ =
    "INT(COUPLE * 10000 + 0.5)/10000" ИЛИ "DB" ДБ"
580 PRINT "ВОЛН. СОПР. ДЛЯ ЧЕТНОЙ МОДЫ ZBE =
    "INT(ZE * 100 + 0.5)/100" ОМ"
590 PRINT "ВОЛН. СОПР. ДЛЯ НЕЧЕТНОЙ МОДЫ ZBO =
    "INT(ZO * 100 + 0.5)/100" ОМ"
600 PRINT "РАССТОЯНИЕ B = "B" ММ"
610 PRINT "ТОЛЩИНА ПОЛОСОК T = "T" ММ"
620 PRINT "ОТНОС. ДИЭЛ. ПРОНИЦ. = "ER
630 IF P = 0 THEN
    GOSUB 740
640 IF P = 1 THEN
    GOSUB 1010

```

```

650 PRINT
660 PRINT "ЖЕЛАЕТЕ ПРОДОЛЖИТЬ?"
670 PRINT "ВВЕДИТЕ 1, ЕСЛИ ДА, И 0, ЕСЛИ НЕТ"
680 INPUT P
690 IF P < 0 OR P > 1 THEN
    650
700 IF P = 1 THEN
    200
710 PRINT
720 PRINT "**** КОНЕЦ ПРОГРАММЫ ****"
730 END
740 REM
750 REM ПОДПРОГРАММА СИНТЕЗА
760 FOR I = 1 TO 2
770     IF I = 1 THEN
        LET Z = ZE
780     IF I = 2 THEN
        LET Z = Z0
790     LET X = Z * SQR (ER) / 30 / PI
800     LET L = EXP (PI * X)
810     LET M = EXP (PI / X)
820     IF X < = 1 AND X > = 0 THEN
        850
830     LET K = SQR (1 - (L - 2) / (L + 2)) ^ 4
840     GOTO 860
850     LET K = ((M - 2) / (M + 2)) ^ 2
860     IF I = 1 THEN
        LET KE = K
870     IF I = 2 THEN
        LET KO = K
880 NEXT I
890 LET WB = LOG ((1 + (SQR (KE * KO))) / (1 - (SQR (KE * KO)))) / PI
900 LET A = (1 - KO) / (1 - KE)
910 LET A = A * SQR (KE / KO)
920 LET SB = LOG ((1 + A) / (1 - A)) / PI
930 LET W = WB * B
940 LET S = SB * B
950 PRINT
960 PRINT "ШИРИНА ПОЛОСОК W = "INT(W*1000+0.5)/1000" ММ"
970 PRINT "ВЕЛИЧИНА ЗАЗОРА S = "INT(S*1000+0.5)/1000" ММ"
980 PRINT
990 PRINT "*****"
1000 RETURN
1010 REM
1020 REM ПОДПРОГРАММА АНАЛИЗА
1030 LET CF = 2 * LOG ((2 * B - T) / (B - T))
1040 LET CF = CF - T / B * LOG ((T * (2 * B - T)) / (B - T) / (B - T))
1050 LET TH = PI * S / 2 / B
1060 LET AO = 1 + LOG (1 + (EXP (- TH) / (EXP (TH) - EXP (- TH)) *
    2 + 1)) / LOG (2)
1070 LET AE = 1 + LOG (1 + (- EXP (- TH) / (EXP (TH) +
    EXP (- TH)) * 2 + 1)) / LOG (2)
1080 LET Z = 30 * PI * (B - T) / SQR (ER)
1090 LET ZE = Z / (W + B * CF / 2 / PI * AE)
1100 LET Z0 = Z / (W + B * CF / 2 / PI * AO)
1110 PRINT
1120 PRINT "ВОЛН. СОПР. ДЛЯ ЧЕТНОЙ МОДЫ ZBE = "INT(ZE*100+0.5)/100" ОМ"
1130 PRINT "ВОЛН. СОПР. ДЛЯ НЕЧЕТНОЙ МОДЫ ZBO = "INT(Z0*100+0.5)/100" ОМ"
1140 LET C = 20 / 2.303 * LOG (ABS ((ZE - Z0) / (ZE + Z0)))
1150 PRINT "КОЭФФИЦИЕНТ СВЯЗИ С = "INT(C*100+0.5)/100" ДБ"
1160 PRINT "
1170 PRINT "*****"
1180 RETURN

```

КОНЕЦ ТЕКСТА ПРОГРАММЫ

JRUN

ВВЕДИТЕ 1 ДЛЯ АНАЛИЗА
ВВЕДИТЕ 0 ДЛЯ СИНТЕЗА

?1

ВВЕДИТЕ РАЗМЕР В (ММ)

?10

ВВЕДИТЕ ТОЛЩИНУ ПОЛОСОК Т (ММ)

?0.005

ВВЕДИТЕ ОТНОС. ДИЭЛ. ПРОНИЦ.

?2

ВВЕДИТЕ ШИРИНУ ПОЛОСОК W (ММ)

?9

ВВЕДИТЕ ВЕЛИЧИНУ ЗАЗОРА S (ММ)

?0.02

**** РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА ****

ШИРИНА ПОЛОСОК W = 9 ММ

ВЕЛИЧИНА ЗАЗОРА S = .02 ММ

РАССТОЯНИЕ В = 10 ММ

ТОЛЩИНА ПОЛОСОК Т = 5E-03 ММ

ОТНОС. ДИЭЛ. ПРОНИЦ. = 2

ВОЛН. СОПР. ДЛЯ ЧЕТНОЙ МОДЫ ZBE = 59.35 ОМ

ВОЛН. СОПР. ДЛЯ НЕЧЕТНОЙ МОДЫ ZBO = 22.49 ОМ

КОЭФФИЦИЕНТ СВЯЗИ С = -6.93 ДБ

ЖЕЛАЕТЕ ПРОДОЛЖИТЬ?

ВВЕДИТЕ 1, ЕСЛИ ДА , И 0, ЕСЛИ НЕТ

?1

ВВЕДИТЕ 1 ДЛЯ АНАЛИЗА

ВВЕДИТЕ 0 ДЛЯ СИНТЕЗА

?0

ВВЕДИТЕ РАЗМЕР В (ММ)

?10

ВВЕДИТЕ ТОЛЩИНУ ПОЛОСОК Т (ММ)

?0.005

ВВЕДИТЕ ОТНОС. ДИЭЛ. ПРОНИЦ.

?2

ВВЕДИТЕ НЕОБХОДИМУЮ ВЕЛИЧИНУ СВЯЗИ В ДБ

?-10

ВВЕДИТЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ZB В ОМАХ

?50

**** РЕЗУЛЬТАТЫ СИНТЕЗА ****

НЕОБХОДИМЫЙ КОЭФФИЦИЕНТ СВЯЗИ = .3162 ИЛИ -10 ДБ

ВОЛН. СОПР. ДЛЯ ЧЕТНОЙ МОДЫ ZBE = 69.37 ОМ

ВОЛН. СОПР. ДЛЯ НЕЧЕТНОЙ МОДЫ ZBO = 36.04 ОМ

РАССТОЯНИЕ В = 10 ММ

ТОЛЩИНА ПОЛОСОК Т = 5E-03 ММ

ОТНОС. ДИЭЛ. ПРОНИЦ. = 2

ШИРИНА ПОЛОСОК W = 7.213 ММ

ВЕЛИЧИНА ЗАЗОРА S = .387 ММ

ЖЕЛАЕТЕ ПРОДОЛЖИТЬ?

ВВЕДИТЕ 1, ЕСЛИ ДА , И 0, ЕСЛИ НЕТ

?0

**** КОНЕЦ ПРОГРАММЫ ****

2.7.2. СВЯЗАННЫЕ МИКРОПОЛОСКОВЫЕ ЛИНИИ

В микрополосковых направленных ответвителях ввиду планарности структуры используется, как правило, лишь боковая связь. Анализ и построение таких направленных ответвителей усложняется тем, что в микрополосковых линиях (МПЛ) фазовая скорость четной и нечетной мод различна. Задача синтеза обычно решается с помощью итерационной процедуры, основанной на многократном решении задачи анализа*. Возможны два различных подхода при реализации такого алгоритма. Первый, и наиболее точный, описан в [12] применительно к петлевым направленным ответвителям и реализуется в виде сложной численной процедуры, основанной на совместном решении системы уравнений для распределения заряда в связанных линиях. По результатам расчета строится система графиков, которые весьма полезны на стадии предварительного проектирования, когда решается задача синтеза ответвителя. Второй подход развит в [13] и основан на полуэмпирических соотношениях, с которыми можно ознакомиться, обратившись к первоисточнику. Соотношения из [13] положены в основу программы 2.8 СМИС и позволяют получать точность до 97 %. Вычислительная процедура достаточно проста, но ограничена по точности.

3C FORMATTED LISTING
FILE: PROGRAM 2.8 СМИС.
PAGE-1

```
10 REM
20 REM ** СВЯЗАННЫЕ МИКРОПОЛОСКИ **
30 REM
40 REM ЭТА ПРОГРАММА ПРЕДНАЗНАЧЕНА
50 REM ДЛЯ СИНТЕЗА
60 REM ЛИБО АНАЛИЗА
70 REM СВЯЗАННЫХ МПЛ
80 REM С БОКОВОЙ СВЯЗЬЮ
90 REM ЗАДАЮТСЯ: ПАРАМЕТРЫ
100 REM ПОДЛОЖКИ И
110 REM ВЕЛИЧИНА
120 REM КОЭФФИЦИЕНТА СВЯЗИ
130 REM В ДБ
140 REM
150 REM ER = ОТНОС. ДИЭЛ. ПРОНИЦ.
160 REM H = ТОЛЩИНА ПОДЛОЖКИ В ММ
170 REM T = ТОЛЩИНА ПОЛОСКИ В ММ
180 REM DB = КОЭФФИЦИЕНТ СВЯЗИ В ДБ
190 REM FRQ = ЧАСТОТА В ГГЦ
200 REM ZO = ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ В ОМАХ
210 REM ZBE = ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ДЛЯ ЧЕТНОЙ МОДЫ В ОМАХ
220 REM ZBO = ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ДЛЯ НЕЧЕТНОЙ МОДЫ В ОМАХ
230 REM GO = ДЛИНА ВОЛНЫ В ЛИНИИ ДЛЯ
240 REM НЕЧЕТНОЙ МОДЫ В СМ
250 REM GE = ДЛИНА ВОЛНЫ В ЛИНИИ ДЛЯ
260 REM ЧЕТНОЙ МОДЫ В СМ
270 REM
280 REM ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ
290 CLS
300 PRINT
310 PRINT "НЕОБХОДИМ СИНТЕЗ ИЛИ АНАЛИЗ?"
320 PRINT "ВВЕДИТЕ 1, ЕСЛИ СИНТЕЗ"
330 PRINT "ВВЕДИТЕ 0, ЕСЛИ АНАЛИЗ"
340 INPUT P
350 IF P < 0 OR P > 1 THEN
    290
```

* Так называемый параметрический синтез. – Прим. ред.

```

360 PRINT "ВВЕДИТЕ ОТН. диэл. прониц."
370 INPUT ER
380 PRINT "ВВЕДИТЕ ТОЛЩИНУ ПОДЛОЖКИ Н (ММ)"
390 INPUT H
400 PRINT "ВВЕДИТЕ ТОЛШИНУ ПОЛОСКИ Т (ММ)"
410 INPUT T
420 PRINT "ВВЕДИТЕ ЧАСТОТУ В ГГЦ"
430 INPUT FRQ
440 IF P = 1 THEN
    500
450 PRINT "ВВЕДИТЕ ВЕЛИЧИНУ ЗАЗОРА S (ММ)"
460 INPUT S
470 PRINT "ВВЕДИТЕ ШИРИНУ ПОЛОСКИ W (ММ)"
480 INPUT W
490 IF P = 0 THEN
    540
500 PRINT "ВВЕДИТЕ КОЭФФИЦИЕНТ СВЯЗИ В ДБ"
510 INPUT DB
520 PRINT "ВВЕДИТЕ ВОЛН. СОПРОТИВЛЕНИЕ ZB (ОМ)"
530 INPUT ZB
540 PRINT
550 IF P = 0 THEN
    PRINT "**** РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА ****"
560 IF P = 0 THEN
    580
570 PRINT "**** РЕЗУЛЬТАТЫ СИНТЕЗА ****"
580 PRINT
590 PRINT "ОТНОС. диэл. прониц. = "ER
600 PRINT "ТОЛЩИНА ПОДЛОЖКИ Н = "H" ММ"
610 PRINT "ТОЛШИНА ПОЛОСКИ Т = "T" ММ"
620 PRINT "РАБОЧАЯ ЧАСТОТА = "FRQ" ГГЦ"
630 IF P = 0 THEN
    730
640 PRINT "ВОЛНОВОЕ СОПР. ZB = "ZB" ОМ"
650 LET X = DB / 20
660 LET CO = 10 ^ X
670 LET C = INT(CO * 10000 + 0.5) / 10000
680 PRINT "КОЭФФИЦИЕНТ СВЯЗИ CO = "C" ИЛИ "DB" ДБ"
690 LET F1 = (1 + CO) / (1 - CO)
700 LET F2 = 1 / F1
710 LET ZBE = ZB * SQR(F1)
720 LET ZBO = ZB * SQR(F2)
730 LET FRQ = FRQ * 1E9
740 LET B = 376.6 / SQR(ERO)
750 LET D = 1 / 3 / SQR(ERO)
760 LET F = 1.35 / LOG(4 * H / T)
770 LET K = 1
780 IF P = 0 THEN
    880
790 LET W = 0
800 LET M = 0
810 LET STE = 0.01 SE
820 IF K > 1000 THEN
    850
830 GOTO 870
840 PRINT
850 PRINT "ЧИСЛО ИТЕРАЦИИ 1000"
860 GOTO 1610
870 LET W = W + STE
880 LET A = W / H
890 LET G = (A + 1) ^ 2
900 LET AA = D * (A - (1 / G))
910 LET BB = D / G
920 IF P = 0 THEN
    1200
930 LET CC = A + AA + 0.5 * D * A - BB + 1.5 * F
940 LET DD = 0.5 * D * A + 0.5 * F
950 LET X = ((B / ZBE) - CC) / DD

```

```

960 LET Y = 1 / X
970 LET XX = 4 * (Y - 1)
980 LET S = W / XX
990 IF S > 0 THEN
    1020
1000 LET TE = 1E10
1010 GOTO 1080
1020 LET Z1 = 2 * AA
1030 LET M = M + 1
1040 LET Z2 = 4 * D / ((S / W) + 1)
1050 LET Z3 = 1.35 / LOG (4 * S / (3.141592 * T))
1060 LET TE = B / (A + Z1 + F + Z2 + Z3)
1070 IF M = 1 THEN
    LET STE = STE / 10
1080 LET CH = (TE - ZB0) / ZB0
1090 IF (ABS (CH)) <= 0.01 THEN 1230
1100 IF CH = 0 THEN 1230
1110 IF CH > 0 THEN
    1180
1120 IF CH < 0 THEN
    1140
1130 IF M = 1 THEN
    LET STE = STE * 10
1140 LET W = W - STE
1150 LET STE = STE / 10
1160 LET K = K + 1
1170 GOTO 820
1180 LET K = K + 1
1190 GOTO 820
1200 REM
1210 REM ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИНЫ ВОЛНЫ
1220 REM НЕЧЕТНОЙ МОДЫ
1230 LET K1 = ER / (2.998E8 * 376.6)
1240 LET C1 = 2 * K1 * AA
1250 LET C2 = B * D * K1 / ((S / W + 1))
1260 LET CP = K1 * W / H
1270 LET CF = K1 * 2.7 / LOG (4 * H / T)
1280 LET CD = K1 * 2.7 / LOG (4 * S / (3.141592 * T))
1290 LET CO = CP + 0.5 * C1 + 0.5 * CF + 0.5 * C2 + 0.5 * CD
1300 LET AL = 1 / (1 + ((C1 + C2) * (1 - (1 / SQR (ER)))) / (2 * CO))
1310 LET AK = 1 / SQR (1 + AL * AL * (ER - 1))
1320 LET GO = INT (3E10 * AK / FRQ * 100 + 0.5) / 100
1330 REM
1340 REM ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИНЫ ВОЛНЫ
1350 REM ЧЕТНОЙ МОДЫ
1360 LET C4 = K1 * (F + F / (1 + W / 4 / S))
1370 LET C5 = K1 * ((D * W / H) + (D * W / H / (1 + W / 4 / S))) BB * 2
1380 LET C6 = CP + 0.5 * C1 + 0.5 * CF + 0.5 * C4 + 0.5 * C5
1390 LET A1 = 1 / (1 + ((C1 + C5) * (1 - (1 / SQR (ER)))) / (2 * C6))
1400 LET A1 = 1 / SQR (1 + A1 ^ 2 * (ER - 1))
1410 LET GE = INT (3E10 * A1 / FRQ * 100 + 0.5) / 100
1420 IF P = 0 THEN
    1440
1430 GOTO 1470
1440 LET ZBE = 376.6 * K1 / SQR (ER) / C6
1450 LET ZB0 = 376.6 * K1 / SQR (ER) / CO
1460 LET C = 20 / 2.303 * LOG (ABS ((ZBE / ZB0 - 1) / (ZBE / ZB0 + 1)))
1470 LET ZB0 = INT (ZB0 * 10000 + 0.5) / 10000
1480 LET ZBE = INT (ZBE * 10000 + 0.5) / 10000
1490 LET W = INT (W * 1000 + 0.5) / 1000
1500 LET S = INT (S * 1000 + 0.5) / 1000
1510 PRINT
1520 PRINT "ШИРИНА ПОЛОСКИ W = "W" MM"
1530 PRINT "ЗАЗОР S = "S" MM"
1540 PRINT "СОПРОТИВЛЕНИЕ ZB0 = "ZB0" OM"
1550 PRINT "СОПРОТИВЛЕНИЕ ZBE = "ZBE" OM"
1560 PRINT "ДЛИНА ВОЛНЫ ЧЕТНОЙ МОДЫ = "GE" CM"
1570 PRINT "ДЛИНА ВОЛНЫ НЕЧЕТНОЙ МОДЫ = "GO" CM"

```

```

1580 IF P = 0 THEN
    PRINT "МАКСИМАЛЬНО ДОСТИЖИМЫЙ КОЭФФИЦИЕНТ СВЯЗИ CO =
        "INT(C * 100 + 0.5) / 100" ДБ"
1590 PRINT
1600 PRINT "*****"
1610 PRINT
1620 PRINT "ЖЕЛАЕТЕ ПРОДОЛЖИТЬ?"
1630 PRINT "ВВЕДИТЕ 1, ЕСЛИ ДА, И 0, ЕСЛИ НЕТ"
1640 INPUT L
1650 IF L = 1 THEN
    290
1660 IF L = 0 THEN
    1680
1670 IF L < 0 OR L > 1 THEN
    1610
1680 PRINT
1690 PRINT "**** КОНЕЦ ПРОГРАММЫ ****"
1700 END

```

КОНЕЦ ТЕКСТА ПРОГРАММЫ

3RUN

НЕОБХОДИМ СИНТЕЗ ИЛИ АНАЛИЗ?
 ВВЕДИТЕ 1, ЕСЛИ СИНТЕЗ
 ВВЕДИТЕ 0, ЕСЛИ АНАЛИЗ
 ?1
 ВВЕДИТЕ ОТНОС. ДИЭЛ. ПРОНИЦ.
 ?2.3
 ВВЕДИТЕ ТОЛЩИНУ ПОДЛОЖКИ H (ММ)
 ?0.16
 ВВЕДИТЕ ТОЛЩИНУ ПОЛОСКИ T (ММ)
 ?0.08
 ВВЕДИТЕ ЧАСТОТУ В ГГЦ
 ?0.5
 ВВЕДИТЕ КОЭФФИЦИЕНТ СВЯЗИ В ДБ
 ?-20
 ВВЕДИТЕ ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ZB (ОМ)
 ?50

**** РЕЗУЛЬТАТЫ СИНТЕЗА ****

ОТНОС. ДИЭЛ. ПРОНИЦ. = 2.3
 ТОЛЩИНА ПОДЛОЖКИ H = .16 ММ
 ТОЛЩИНА ПОЛОСКИ T = .08 ММ
 РАБОЧАЯ ЧАСТОТА = .5 ГГЦ
 ВОЛНОВОЕ СОПР. ZB = 50 ОМ
 КОЭФФИЦИЕНТ СВЯЗИ CO = .1 ИЛИ -20 ДБ

ШИРИНА ПОЛОСКИ W = .372 ММ
 ЗАЗОР S = .251 ММ
 СОПРОТИВЛЕНИЕ ZBO = 45.2267 ОМ
 СОПРОТИВЛЕНИЕ ZBE = 55.2771 ОМ
 ДЛИНА ВОЛНЫ ЧЕТНОЙ МОДЫ = 41.06СМ
 ДЛИНА ВОЛНЫ НЕЧЕТНОЙ МОДЫ = 41.05СМ

ЖЕЛАЕТЕ ПРОДОЛЖИТЬ?
 ВВЕДИТЕ 1, ЕСЛИ ДА, И 0, ЕСЛИ НЕТ
 ?1

НЕОБХОДИМ СИНТЕЗ ИЛИ АНАЛИЗ?
 ВВЕДИТЕ 1, ЕСЛИ СИНТЕЗ
 ВВЕДИТЕ 0, ЕСЛИ АНАЛИЗ
 ?0
 ВВЕДИТЕ ОТНОС. ДИЭЛ. ПРОНИЦ.
 ?2.3

ВВЕДИТЕ ТОЛЩИНУ ПОДЛОЖКИ Н (ММ)

?0.17

ВВЕДИТЕ ТОЛЩИНУ ПОЛОСКИ Т (ММ)

?0.05

ВВЕДИТЕ ЧАСТОТУ В ГГЦ

?1

ВВЕДИТЕ ВЕЛИЧИНУ ЗАЗОРА S (ММ)

?0.5

ВВЕДИТЕ ШИРИНУ ПОЛОСКИ W (ММ)

?3

**** РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА ****

ОТНОС. ДИЭЛ. ПРОНИЦ. = 2.3

ТОЛЩИНА ПОДЛОЖКИ Н = .17 ММ

ТОЛЩИНА ПОЛОСКИ Т = .05 ММ

РАБОЧАЯ ЧАСТОТА = 1 ГГЦ

ШИРИНА ПОЛОСКИ W = 3 ММ

ЗАЗОР S = .5 ММ

СОПРОТИВЛЕНИЕ Z_{BO} = 10.6455 ОМ

СОПРОТИВЛЕНИЕ Z_{BE} = 9.8859 ОМ

ДЛИНА ВОЛНЫ ЧЕТНОЙ МОДЫ = 20.72 ОМ/СМ

ДЛИНА ВОЛНЫ НЕЧЕТНОЙ МОДЫ = 20.51 ОМ/СМ

МАКСИМАЛЬНО ДОСТИЖИМЫЙ КОЭФФИЦИЕНТ СВЯЗИ СО = -28.63 ДБ

ЖЕЛАЕТЕ ПРОДОЛЖИТЬ?

ВВЕДИТЕ 1, ЕСЛИ ДА, И 0, ЕСЛИ НЕТ

?0

**** КОНЕЦ ПРОГРАММЫ ****

Обратимся к рис. 2.11 а. В микрополосковой линии краевые поля составляют весьма значительную долю общего электрического поля, причем, как отмечалось в разд. 2.7, более сильная связь имеет место при нечетном возбуждении. На этом соображении и формулах полученных в [13], основан анализ связанных линий с боковой связью. Анализ опирается на раздельное рассмотрение четной и нечетной мод, причем при расчете полная емкость линии для каждой из мод представляется в виде суммы достаточно элементарно определяемых частичных емкостей [13]:

емкости плоского конденсатора, обусловленной энергией электрического поля, запасенной между нижней поверхностью полосок и заземленным экраном;

краевой емкости, связанной с полями вблизи краев полосок;

емкости, связанной с той частью полей, которые находятся над поверхностью полосок.

Каждая из этих емкостей зависит от величин W и s . Процедура синтеза состоит в общих чертах из следующих этапов:

- а) выбор коэффициента связи и волнового сопротивления питающей линии;
- б) расчет по формулам [13] сопротивлений Z_{Be} и Z_{Bo} для четной и нечетной мод;
- в) нахождение величин W и s из уравнений $Z_{Be} = f_1(C_e)$ и $Z_{Bo} = f_2(C_o)$, где $C_{e,o}$ – полная погонная емкость для четной и нечетной мод;
- г) определение длины связанных отрезков линии. На данном этапе используются определенные полуэмпирические положения, излагаемые ниже в этом разделе.

Указанная последовательность реализована в программе 2.8 СМИС. Сначала по заданным значениям коэффициента связи и волнового сопротивления Z_B по формулам (2.28) находятся величины Z_{Be} и Z_{Bo} . Далее, задаваясь некоторым начальным значением ширины полосок W , по известному значению Z_{Be} определяется величина

зазора s . Эти значения W и s подставляются в выражение, описывающее Z_{vo} . Вычисленное значение Z_{vo} сравнивается с требуемым. Если относительное расхождение превышает допустимый уровень (в программе 0,01), то меняется начальное значение W , снова рассчитываются величины s и Z_{vo} , выполняется сравнение, и так далее, пока не будет с требуемой точностью достигнуто совпадение с Z_{vo} . В итоге находятся обе искомые величины: ширина полосок и величина зазора между ними, что позволяет определять длину волны в линии для четной и нечетной мод.

Так как структура электрических полей при четном и нечетном возбуждении различна, параметр $\epsilon_{\text{эфф}}$ несколько отличен для каждой из мод. Возникающее в результате этого различие в фазовых скоростях мод приводит к определенным трудностям. В частности, ухудшается такой параметр ответвителя, как направленность, равный отношению сигналов на входе ответвителя и в том плече, куда энергия поступать не должна. Чем больше величина связи, тем этот эффект проявляется сильнее. В первом приближении неравенство фазовых скоростей можно учесть, если определить эквивалентную длину волны в связанной линии как полусумму длин волн для четной и нечетной мод.

Вручную приближенный синтез можно выполнять, пользуясь графиками, построенными по результатам численного расчета с помощью программы СМІС, либо, что предпочтительнее, графиками, приведенными в [12]. Достаточно иметь зависимость величин Z_{ve} и Z_{vo} от параметра W/h при различных значениях s/h и заданном значении ϵ . Затем рассчитываются те же зависимости, но при воздушном заполнении, что позволяет определить фазовую скорость и длину волны для каждой из мод. Действительно*,

$$Z_{ve,o} = v_{\phi e,o} L, Z_{ve,o}^{\text{возд}} = cL,$$

т. е.

$$v_{\phi e,o} = cZ_{ve,o} / Z_{ve,o}^{\text{возд}}$$

и

$$\lambda_{ge,o} = v_{\phi e,o} / f = cZ_{ve,o} / fZ_{ve,o}^{\text{возд}}, \quad (2.31)$$

где f – рабочая частота.

При ориентировочных расчетах можно полагать, что длина волны в связанной линии совпадает с длиной волны в одиночной полосковой линии с той же шириной полоски. Погрешность достигает 10 %.

При боковой связи в направленных ответвителях на микрополосковой линии коэффициент связи не превышает -10 дБ из-за технологических трудностей, связанных с реализацией малых зазоров между полосками и открытым характером линии. Максимум связи достигается при длине области связи, равной четверти длины волны в линии.

Пример 2.12. С помощью графиков на рис. 2.12 определить величины W и s в связанных микрополосковых линиях, если заданы толщина подложки $h = 0,25$ мм, ее относительная диэлектрическая проницаемость $\epsilon_r = 2,3$, коэффициент связи $C = -10$ дБ, рабочая частота $f = 1$ ГГц и волновое сопротивление питающей линии $Z_B = 50$ Ом.

Решение

Из соотношений (2.28) определяем величины
 $-10 = 20 \lg C_0$, откуда $C_0 = 0,32$,

* Так как у диэлектрика $\mu_r = 1$, погонная индуктивность линии в первом приближении не зависит от характера диэлектрического заполнения. – Прим. ред.

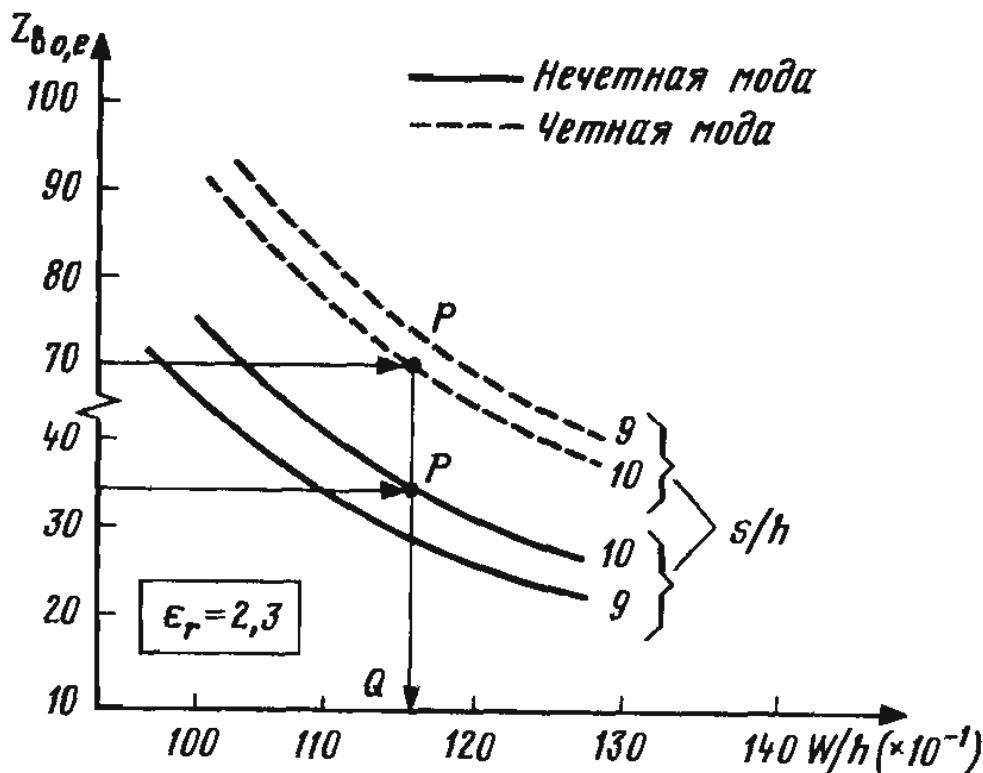


Рис. 2.12. Графики для проектирования связанных микрополосковых линий

$$Z_{Be} = Z_B \left(\frac{1 + C_0}{1 - C_0} \right)^{1/2} = 50 \left(\frac{1 + 0,32}{1 - 0,32} \right)^{1/2} = 1,39 \cdot 50 \approx 69,7 \text{ Ом},$$

$$Z_{Bo} = Z_B \left(\frac{1 - C_0}{1 + C_0} \right)^{1/2} = 50 (0,68/1,32)^{1/2} = 0,72 \cdot 50 = 36 \text{ Ом},$$

Проверим выполнение равенства

$$Z_B = (Z_{Be} Z_{Bo})^{1/2} = (69,7 \cdot 36)^{1/2} = 50,01 \approx 50 \text{ Ом}.$$

Для нахождения отношений W/h и s/h обратимся к рис. 2.12. Наносим на вертикальную ось полученные значения Z_{Be} и Z_{Bo} . Проводим прямые, параллельные горизонтальной оси, до пересечения с кривыми, соответствующими одному и тому же значению s/h (точки P на рис. 2.12), и опускаем перпендикуляр, проходящий через эти точки, до пересечения с горизонтальной осью (точка Q).

$$P = 10 = s/h, \text{ т. е. } s = 10 \cdot 0,25 = 2,5 \text{ мм},$$

$$Q = 11,7 = W/h, \text{ т. е. } W = 11,7 \cdot 0,25 \approx 2,9 \text{ мм}.$$

Из (2.25)

$$\varepsilon_{\text{эфф}} \approx \frac{2,3 + 1}{2} + \frac{2,3 - 1}{2} \left(1 + 12(0,25/2,9) \right)^{1/2} \approx 2,11,$$

следовательно,

$$\lambda_g \approx (c/f)(2,11)^{-1/2} = \frac{3 \cdot 10^{10}}{1 \cdot 10^9} \cdot 0,69 = 21 \text{ см}.$$

Изготовленный по результатам расчета ответвитель может потребовать экспериментальной доводки. Изменение ширины полосок и зазора между ними меняет волновое сопротивление как для четной, так и для нечетной моды. При настройке соответственно меняется и величина коэффициента связи. Чтобы сохранить величину коэффициента связи неизменной, необходимо ширину полосок и зазор менять одновременно. Как правило, следует увеличивать и зазор, и ширину.

По мере накопления опыта настройки подобных устройств процедура подбора величины зазора и ширины полоски становится более целенаправленной.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Ramo, S., Whinnery, J. R. and Van Duzer, T., *Fields and Waves in Communication Electronics*, Wiley, 1967.
- 2 Lamont, H. R. L., *Wave Guides*, Methuen's Monographs on Physical Subjects, 1953.

- 3 Glazier, E. V. D and Lamont, H. R. L., *The Services Textbook of Radio, Volume 5, Transmission and Propagation*, H.M.S.O., 1958.
- 4 Cohn, S., 'Problems in Strip Transmission Lines', *Microwave Theory and Techniques*, 3(2), March. 1955, 119–26.
- 5 Wheeler, H. A., 'Transmission Line Properties of Parallel Strips Separated by Dielectric Sheets', *Microwave Theory and Techniques*, 13(2), March 1965, 172–85. (Copyright © 1965 IEEE.)
- 6 Bahl, I. J. and Garg, R., 'Simple and Accurate Formulas for a Microstrip with Finite Thickness', *Proceedings of the I.E.E.E.*, 5(11), Nov. 1977, 1611–12.
- 7 Hammerstadt, E. O., 'Equations for Microstrip Circuit Design', *Proceedings European Microwave Conference*, 1975, 262–72.
- 8 Getsinger, W. J., 'Microstrip Dispersion Model', *I.E.E.E. Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 21(1), Jan. 1973, 34–9.
- 9 Edwards, T. C., *Foundations for Microstrip Circuit Design*, Wiley, 1981.
- 10 Cohn, S. B., 'Shielded Coupled-Strip Transmission Line', *I.R.E. Transactions Microwave Theory and Techniques*, 3, Oct. 1955, 29–38.
- 11 Howe, H., *Stripline Circuit Design*, Artech House, 1974.
- 12 Weiss, J. A., 'Microwave Propagation for Coupled Pairs of Microstrip Transmission Lines', *Advances in Microwaves*, 8, 1974, 295–320.
- 13 Schwarzmann, A., 'Approximate Solutions for a Coupled Pair of Microstrip Lines in Microwave Integrated Circuits', *Microwave Journal*, 12(5), May 1969, 79–82.
- 14 Bahl, I. J. and Trivedi, D. K., 'A Designers Guide to Microstrip Line', *Microwaves*; 16 (5), May 1977, 174–82.

Глава 3

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА

В этой главе при решении задач статики используется уравнение Лапласа, представленное в конечно-разностной форме. Переход в уравнении Лапласа к конечно-разностным представлениям оказывается эффективным в тех случаях, когда возможности аналитического решения ограничены, в частности, при решении задач с нестандартной геометрией. Метод прост в реализации, и уже созданы программы для ЭВМ, с помощью которых можно выполнить предварительный расчет сложных цепей из линий, исследовать влияние такого эффекта, как подтравливание, возникающего при изготовлении планарных структур. Иногда требуется исследовать распределение заряда лишь в ограниченной области либо определить разность потенциалов только между двумя заданными точками. Получить решение при подобных условиях с использованием обычной конечно-разностной аппроксимации весьма сложно, так как при этом оказываются недопустимо велики затраты машинного времени и повышаются требования к ЭВМ. При детальном анализе обычно приходится работать с густыми сетками, что связано с повышением объема памяти и быстродействия ЭВМ. В данной главе рассматривается альтернативный подход, основанный на методе случайного блуждания, что позволяет найти решение уравнения Лапласа в отдельных точках

внутри заданной области линии передачи. Обсуждается также простая реализация более мощного численного метода, известного как метод моментов и применимого, в частности, при решении трехмерных задач.

3.1. УРАВНЕНИЕ ЛАПЛАСА

Как было показано в разд. 1.1, в линиях с модой ТЕМ или квази-ТЕМ погонная емкость не зависит* от рабочей частоты. Поэтому волновое сопротивление любой такой линии можно найти, предварительно определив величину погонной емкости из решения соответствующей статической задачи.

Пусть линия передачи состоит из центрального проводника, находящегося под потенциалом $1B$, и охватывающего его замкнутого внешнего проводника, находящегося под потенциалом земли. Форма поперечного сечения проводников произвольна. Если пространство между проводниками заполнено воздухом, то волновое сопротивление такой линии

$$Z_{\text{в}}^{\text{возд}} = (L/C_{\text{возд}})^{1/2} = cL = 1/cC_{\text{возд}},$$

где $C_{\text{возд}}$ – погонная емкость, а L – погонная индуктивность линии; $c = 3 \cdot 10^{10}$ см/с – скорость света в вакууме. Отсюда

$$L = Z_{\text{в}}^{\text{возд}}/c = 1/c^2 C_{\text{возд}}.$$

Как отмечалось выше, погонные индуктивности в линии, заполненной диэлектриком с относительной проницаемостью ϵ_r , и в линии с воздушным заполнением равны. Тогда

$$Z_{\text{в}} = (L/C)^{1/2} = (1/c^2 C_{\text{возд}} C)^{1/2} = (1/c)(C_{\text{возд}} C)^{-1/2}, \quad (3.1)$$

где $Z_{\text{в}}$ – волновое сопротивление линии с диэлектрическим заполнением и C – погонная емкость этой же линии. Следовательно, волновое сопротивление линии передачи произвольной формы с диэлектрическим заполнением однозначно связано с погонными емкостями этой линии и линии без диэлектрика, т. е. волновое сопротивление можно полагать известным, если определены обе эти емкости. В свою очередь, погонные емкости выражаются через решения уравнения Лапласа.

Запишем разность потенциалов между двумя точками, расположенными на расстоянии d друг от друга:

$$\Delta\phi = -\mathbf{E} \cdot \mathbf{d}, \quad (3.2)$$

где \mathbf{E} и \mathbf{d} – векторы, характеризующие электрическое поле и расстояние в пространстве соответственно. В декартовой системе координат

$$\mathbf{d} = i\Delta x + j\Delta y + k\Delta z,$$

$$\mathbf{E} = iE_x + jE_y + kE_z,$$

где i, j и k – единичные взаимно перпендикулярные векторы.

Расписывая скалярное произведение двух векторов в правой части (3.2), получаем

$$\Delta\phi = - (E_x \Delta x + E_y \Delta y + E_z \Delta z). \quad (3.3)$$

Так как $\Delta\phi$ – функция координат x, y и z , то

* Лишь в первом приближении. – Прим. ред.

$$\Delta\phi = (\partial\phi/\partial x) \Delta x + (\partial\phi/\partial y) \Delta y + (\partial\phi/\partial z) \Delta z. \quad (3.4)$$

Сравнение (3.3) и (3.4) показывает, что

$$E_x = -(\partial\phi/\partial x) \text{ и т. д.,}$$

т. е.

$$\mathbf{E} = -(\mathbf{i}(\partial\phi/\partial x) + \mathbf{j}(\partial\phi/\partial y) + \mathbf{k}(\partial\phi/\partial z)). \quad (3.5)$$

Вектор электрической индукции \mathbf{D} связан с вектором \mathbf{E} известным соотношением $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$, где $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$. Если индукция создается зарядом с объемной плотностью ρ , то в соответствии с законом Гаусса

$$(\partial D_x/\partial x) + (\partial D_y/\partial y) + (\partial D_z/\partial z) = \rho,$$

а из (3.5) следует

$$\mathbf{D} = -\epsilon(\mathbf{i}(\partial\phi/\partial x) + \mathbf{j}(\partial\phi/\partial y) + \mathbf{k}(\partial\phi/\partial z)). \quad (3.6)$$

Введем оператор

$$\nabla = \mathbf{i}(\partial/\partial x) + \mathbf{j}(\partial/\partial y) + \mathbf{k}(\partial/\partial z),$$

тогда равенства (3.5) и (3.6) примут вид

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi; \mathbf{D} = -\epsilon\nabla\phi.$$

Так как из закона Гаусса $\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$, то $\nabla \cdot (-\epsilon\nabla\phi) = \rho$, и при $\epsilon = \text{const}$

$$\nabla^2\phi = -\rho/\epsilon.$$

В декартовых координатах

$$(\partial^2\phi/\partial x^2) + (\partial^2\phi/\partial y^2) + (\partial^2\phi/\partial z^2) = -\rho/\epsilon. \quad (3.7)$$

Уравнение (3.7), устанавливающее связь между потенциалом, созданным произвольно распределенными зарядами, и объемной плотности этих зарядов, известно как уравнение Пуассона.

В частном случае, когда в рассматриваемом объеме нет зарядов, например вне проводников линии передачи, уравнение (3.7) упрощается:

$$(\partial^2\phi/\partial x^2) + (\partial^2\phi/\partial y^2) + (\partial^2\phi/\partial z^2) = 0, \quad (3.8)$$

или

$$\nabla^2\phi = 0.$$

Уравнение (3.8) – уравнение Лапласа, которое и будет использовано для нахождения погонных емкостей, входящих в выражение (3.1).

3.2. КОНЕЧНО-РАЗНОСТНАЯ АППРОКСИМАЦИЯ УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА

Переход в дифференциальных уравнениях к конечно-разностной аппроксимации позволяет получить решение с помощью итерационной процедуры на ЭВМ. Если этим методом решается уравнение Лапласа для конкретной линии передачи, то задача формулируется следующим образом: найти решение уравнения в частных производных для двух- либо трехмерного потенциала, удовлетворяющее заранее заданным граничным условиям. Когда распределение потенциала найдено, по нему с помо-

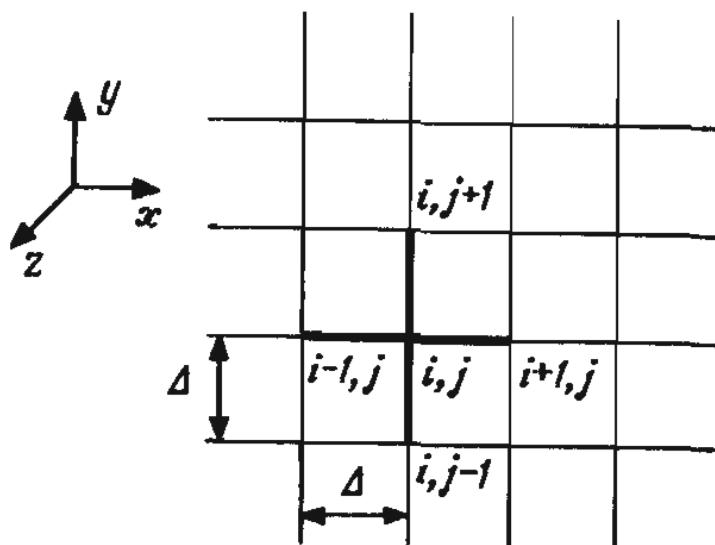


Рис. 3.1. Двухмерная сетка с равномерным шагом

водных. В случае, когда для анализа линии передачи используется уравнение Лапласа, распределение потенциала ищется в ограниченной области, которую разбивают линиями на большое число малых ячеек. Каждая точка пересечения двух линий, являющихся сторонами ячейки, образует узел. Значения потенциала в узлах являются искомыми величинами.

В двухмерном случае простейшая равномерная сетка, изображенная на рис. 3.1, состоит из квадратных ячеек, и ее рассмотрение наиболее естественно проводить в декартовой системе координат. Из каждого узла сетки, двигаясь вдоль сторон ячеек, можно попасть в четыре соседних узла, а при трехмерной сетке – в шесть соседних узлов. В первом случае сетка пятиточечная, во втором – семиточечная.

Используя обозначения, принятые в разд. 3.1, переписываем двухмерное уравнение Лапласа в декартовых координатах:

$$(\partial^2 \phi / \partial x^2) + (\partial^2 \phi / \partial y^2) = 0.$$

Прежде чем приступить к решению этого уравнения, представим его в конечно-разностной форме, удобной для численного анализа. Для равномерной сетки, изображенной на рис. 3.1,

$$x_{i+1} - x_i = x_i - x_{i-1} = \Delta x,$$

$$y_{j+1} - y_j = y_j - y_{j-1} = \Delta y$$

и $\Delta x = \Delta y = \Delta$. Обозначим через $\phi_{i,j}$ значение потенциала в узле (i, j) . Двигаясь по прямой от узла (i, j) к узлу $(i+1, j)$, находим

$$(\partial \phi / \partial x) \approx (\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j}) / \Delta,$$

а при движении по прямой от узла (i, j) к узлу $(i-1, j)$ получаем

$$(\partial \phi / \partial x) \approx (\phi_{i,j} - \phi_{i-1,j}) / \Delta.$$

Тогда для второй производной можно записать приближенное выражение

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \approx \frac{(\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j}) / \Delta - (\phi_{i,j} - \phi_{i-1,j}) / \Delta}{\Delta} \approx \frac{\phi_{i+1,j} + \phi_{i-1,j} - 2\phi_{i,j}}{\Delta^2}.$$

Аналогично двигаясь вдоль координаты y , находим

$$(\partial^2 \phi / \partial y^2) \approx (\phi_{i,j+1} + \phi_{i,j-1} - 2\phi_{i,j}) / \Delta^2.$$

шью (3.5) находится структура электрического поля, а затем – и емкость линии. Далее уже без особых трудностей определяются эффективная диэлектрическая проницаемость и волновое сопротивление линии.

3.2.1. ОДНОРОДНЫЙ ДИЭЛЕКТРИК. РАВНОМЕРНЫЕ СЕТКИ

Первая проблема, с которой приходится сталкиваться при реализации конечно-разностного метода, – это вывод конечно-разностных уравнений в интересующей нас области из соответствующего дифференциального уравнения в частных производных.

В случае, когда для анализа линии передачи используется уравнение Лапласа, распределение потенциала ищется в ограниченной области, которую разбивают линиями на большое число малых ячеек. Каждая точка пересечения двух линий, являющихся сторонами ячейки, образует узел. Значения потенциала в узлах являются искомыми величинами.

В двухмерном случае простейшая равномерная сетка, изображенная на рис. 3.1, состоит из квадратных ячеек, и ее рассмотрение наиболее естественно проводить в декартовой системе координат. Из каждого узла сетки, двигаясь вдоль сторон ячеек, можно попасть в четыре соседних узла, а при трехмерной сетке – в шесть соседних узлов. В первом случае сетка пятиточечная, во втором – семиточечная.

Используя обозначения, принятые в разд. 3.1, переписываем двухмерное уравнение Лапласа в декартовых координатах:

$$(\partial^2 \phi / \partial x^2) + (\partial^2 \phi / \partial y^2) = 0.$$

Прежде чем приступить к решению этого уравнения, представим его в конечно-разностной форме, удобной для численного анализа. Для равномерной сетки, изображенной на рис. 3.1,

$$x_{i+1} - x_i = x_i - x_{i-1} = \Delta x,$$

$$y_{j+1} - y_j = y_j - y_{j-1} = \Delta y$$

и $\Delta x = \Delta y = \Delta$. Обозначим через $\phi_{i,j}$ значение потенциала в узле (i, j) . Двигаясь по прямой от узла (i, j) к узлу $(i+1, j)$, находим

$$(\partial \phi / \partial x) \approx (\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j}) / \Delta,$$

а при движении по прямой от узла (i, j) к узлу $(i-1, j)$ получаем

$$(\partial \phi / \partial x) \approx (\phi_{i,j} - \phi_{i-1,j}) / \Delta.$$

Тогда для второй производной можно записать приближенное выражение

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \approx \frac{(\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j}) / \Delta - (\phi_{i,j} - \phi_{i-1,j}) / \Delta}{\Delta} \approx \frac{\phi_{i+1,j} + \phi_{i-1,j} - 2\phi_{i,j}}{\Delta^2}.$$

Аналогично двигаясь вдоль координаты y , находим

$$(\partial^2 \phi / \partial y^2) \approx (\phi_{i,j+1} + \phi_{i,j-1} - 2\phi_{i,j}) / \Delta^2.$$

Подставляя значения вторых производных в приведенное выше двухмерное уравнение Лапласа, получаем разностное представление

$$\phi_{i+1,j} + \phi_{i-1,j} + \phi_{i,j+1} + \phi_{i,j-1} - 4\phi_{i,j} = 0. \quad (3.9)$$

Равенство (3.9) – искомая конечно-разностная аппроксимация уравнения Лапласа в однородной среде. Из (3.9) находим потенциал в узле (i, j) сетки:

$$\phi_{i,j} = (\phi_{i+1,j} + \phi_{i-1,j} + \phi_{i,j+1} + \phi_{i,j-1})/4. \quad (3.10)$$

Следовательно, если значения потенциала в правой части равенства (3.10) известны либо могут быть каким-либо образом определены, то потенциал в узле (i, j) находится как среднее арифметическое всех значений. На этом основан один из возможных методов решения уравнения (3.10) – итерационный. Идея метода заключается в следующем: задаются некоторые достаточно произвольные начальные значения потенциала во всех узлах сетки. Затем по (3.10) в каждом из узлов сетки эти значения потенциала пересчитываются в новые. Найденные таким образом значения еще раз представляются в (3.10), и так до тех пор, пока изменения потенциала от итерации к итерации в каждом из узлов не будут меньше некоторого заданного уровня. Во всех узлах, расположенных на каждой из металлических поверхностей, потенциал задается одинаковым, что гарантирует выполнение граничных условий. В трехмерных задачах разностное уравнение, аналогичное (3.10), имеет вид

$$\phi_{i,j,k} = (\phi_{i-1,j,k} + \phi_{i+1,j,k} + \phi_{i,j-1,k} + \phi_{i,j+1,k} + \phi_{i,j,k-1} + \phi_{i,j,k+1})/6.$$

Аппроксимация, описанная выше и приведшая к уравнению (3.10), относится к числу простейших.

Опишем более общий подход, позволяющий не только переходить к неравномерным сеткам, но и включать в рассмотрение границы сложной формы. Подробности обсуждаются в подразд. 3.2.2. Здесь же проиллюстрируем его на примере равномерной сетки и трехмерного уравнения Лапласа в декартовой системе координат:

$$(\partial^2 \phi / \partial x^2) + (\partial^2 \phi / \partial y^2) + (\partial^2 \phi / \partial z^2) = 0.$$

Конечно-разностная аппроксимация основана на разложении функции в ряд Тейлора, который позволяет записать разложение функции $g(x)$ в окрестности точки a , если положить $x = a + \Delta$, где Δ мало по сравнению с a . Этот бесконечный ряд имеет вид

$$g(x) = g(a + \Delta) = g(a) + \Delta(\partial g(a)/\partial x)|_a + (\Delta^2/2!)(\partial^2 g(a)/\partial x^2)|_a + (\Delta^3/3!)(\partial^3 g(a)/\partial x^3)|_a + \dots$$

В нашей задаче, посвященной решению уравнения Лапласа, начнем с рассмотрения потенциала ϕ как функции координаты x .

Запишем ряд Тейлора

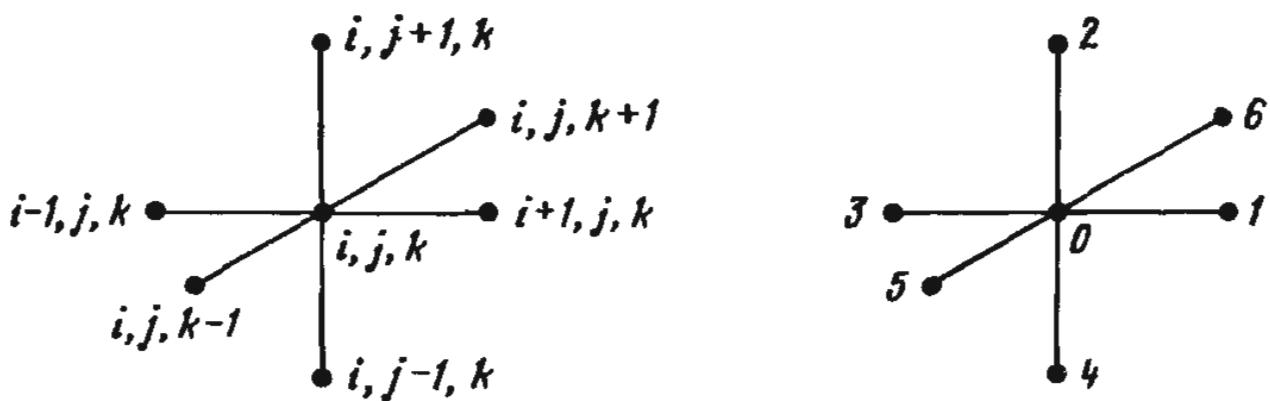
$$\phi(a + \Delta) = \phi(a) + \Delta(\partial \phi/\partial x)|_a + (\Delta^2/2)(\partial^2 \phi/\partial x^2)|_a + \dots$$

Пусть точка a – центр пространственной равномерной кубической сетки из семи узлов, изображенной на рис. 3.2. Присвоим центральному узлу (i, j, k) нулевой номер, а остальным узлам – номера от 1 до 6 ($i, j, k = 0; i+1, j, k = 2$ и т. д.). Тогда $\phi_1 = \phi(a + \Delta)$ – потенциал в узле 1, $\phi_0 = \phi(a)$ – потенциал в узле 0 и

$$\phi_1 = \phi_0 + \Delta(\partial \phi/\partial x)|_0 + (\Delta^2/2)(\partial^2 \phi/\partial x^2)|_0 + \dots$$

Аналогично для $\phi_3 = \phi(a - \Delta)$

Рис. 3.2. Кубическая сетка из семи узлов



$$\phi_3 = \phi_0 - \Delta(\partial\phi/\partial x)|_0 + (\Delta^2/2)(\partial^2\phi/\partial x^2)|_0 - \dots$$

Складывая эти равенства, получаем

$$\phi_1 + \phi_3 = 2\phi_0 + \Delta^2(\partial^2\phi/\partial x^2)|_0 + \text{слагаемые более высокого порядка по } \Delta^2.$$

В этом выражении, когда величина Δ достаточно мала, слагаемыми с Δ^4 и всеми последующими можно пренебречь ввиду их малости. Соответственно погрешность при расчете как потенциала, так и полей сохраняется отличной от нуля. Следует всегда помнить, что получаемое по методу конечных разностей решение всегда является приближенным, степень приближения зависит от густоты сетки и способа аппроксимации.

Вернемся к нашему рассмотрению. Легко видеть, что из последнего выражения следует соотношение

$$(\partial^2\phi/\partial x^2)|_0 \approx (\phi_1 + \phi_3 - 2\phi_0)/\Delta^2.$$

Аналогично

$$(\partial^2\phi/\partial y^2)|_0 \approx (\phi_2 + \phi_4 - 2\phi_0)/\Delta^2$$

и

$$(\partial^2\phi/\partial z^2)|_0 \approx (\phi_5 + \phi_6 - 2\phi_0)/\Delta^2$$

Суммируя последние три равенства, получаем конечно-разностную аппроксимацию трехмерного уравнения Лапласа в декартовой системе координат:

$$\nabla^2\phi = (1/\Delta^2)(\phi_1 + \phi_2 + \phi_3 + \phi_4 + \phi_5 + \phi_6 - 6\phi_0) = 0.$$

В двухмерном случае

$$\phi_5 = \phi_6 = (\partial\phi/\partial z)|_0 = (\partial^2\phi/\partial z^2)|_0 = 0,$$

следовательно

$$\phi_0 = (\phi_1 + \phi_2 + \phi_3 + \phi_4)/4,$$

что совпадает с уравнением (3.10), полученным выше менее строго.

Воспользуемся для иллюстрации конечно-разностным уравнением (3.10) и найдем распределение потенциала в прямоугольной области (рис. 3.3), ограниченной прямолинейными идеально проводящими металлическими электродами. Наличие небольшого зазора между электродами позволяет поддерживать между ними отличную от нуля разность потенциалов. Величина потенциала на каждом из электродов постоянна и не зависит от времени. Пространство, ограниченное электродами, разбивается на 12 квадратных подобластей; в результате образуется шесть внутренних узлов с номерами от I до IV включительно и 14 внешних узлов (обозначенных буквами от *a* до *p* включительно), потенциал которых совпадает с потенциалом соответствующей границы.

Порядок решения следующий. Положим потенциал всех внутренних узлов равным нулю и по (3.10) определим новые значения потенциала во внутренних узлах:

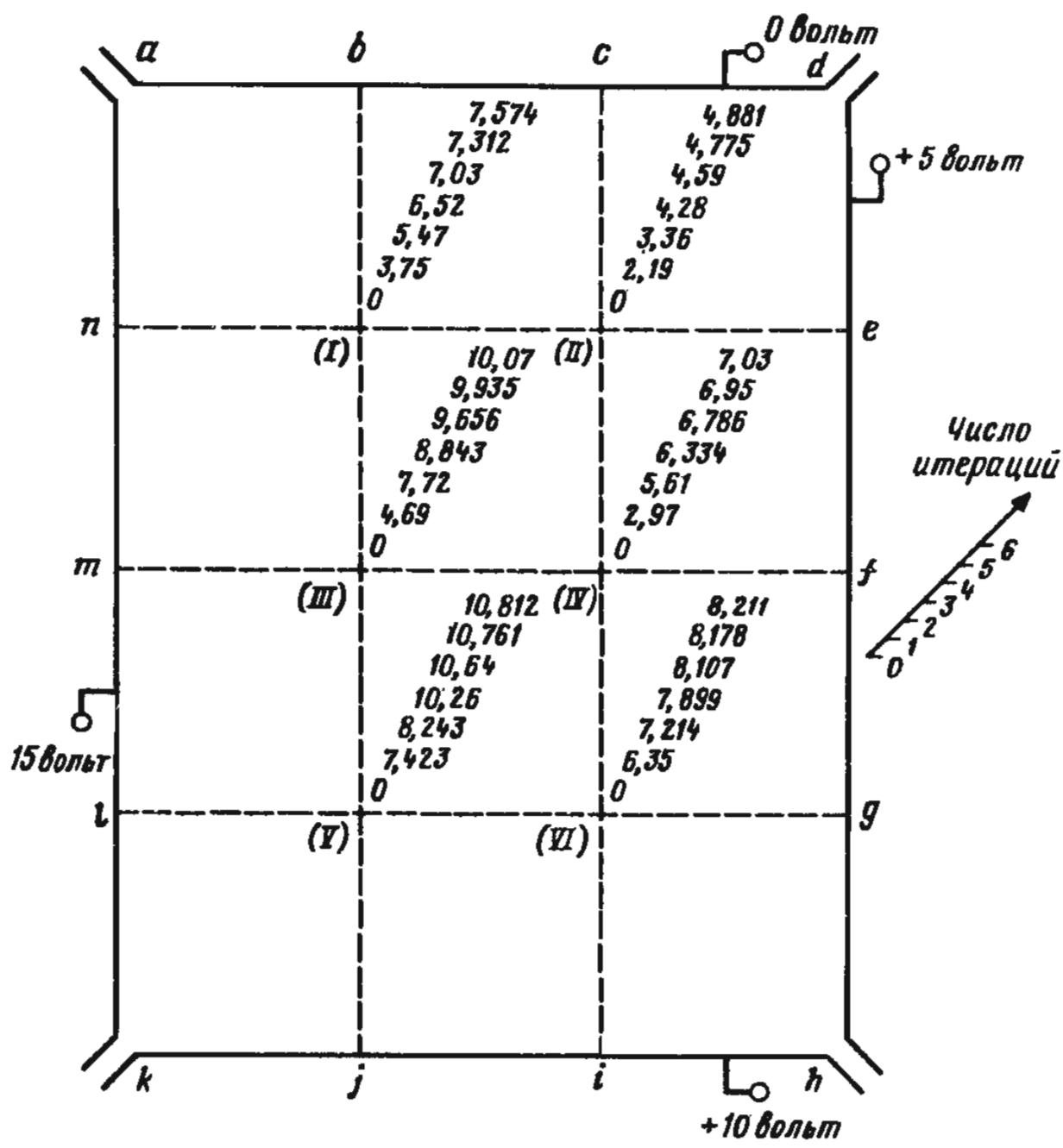


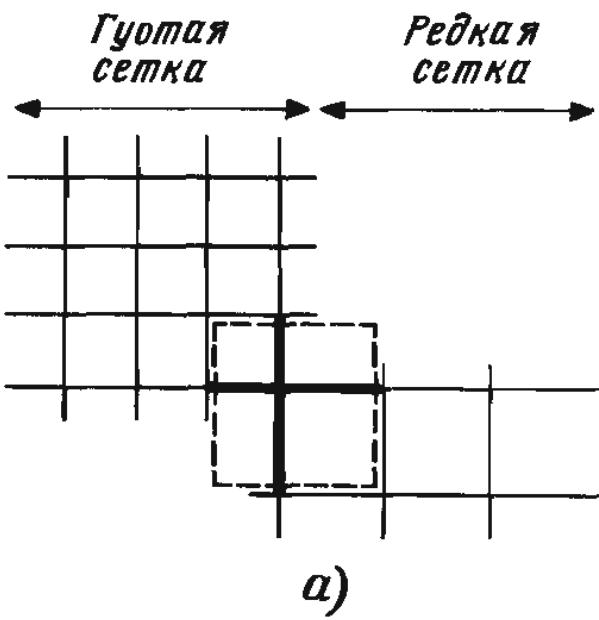
Рис. 3.3. Пример решения конечно-разностных уравнений методом итераций

узел I, первая итерация, $= (1/4)(0 + 0 + 0 + 15) = 3,75$,
 узел II, первая итерация, $= (1/4)(0 + 5 + 0 + 3,75) = 2,19$,
 узел III, первая итерация, $= (1/4)(3,75 + 0 + 0 + 15) = 4,69$.

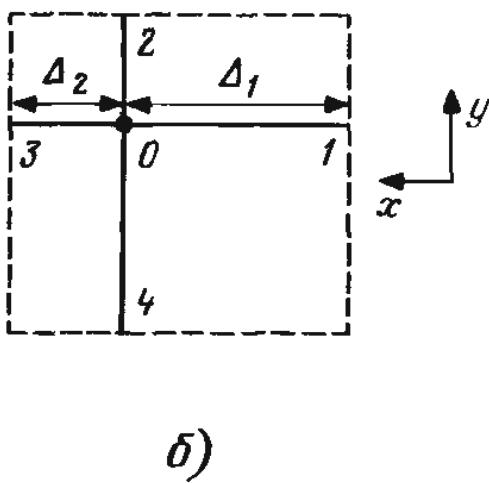
Отметим, что найденное значение потенциала в одном из внутренних узлов сразу же используется для отыскания потенциала в соседнем узле. Данная процедура повторяется для каждого из узлов обычно до тех пор, пока два следующих друг за другом приближения не совпадут с требуемой точностью, либо пока полная емкость исследуемой структуры не достигнет некоторого стационарного значения. На рис 3.3 вычисленные на каждом шаге итерации значения потенциала в каждом из узлов сетки выписаны вдоль диагоналей соответствующих квадратов. Как видно, эти значения постепенно сближаются, так как разность между ними уменьшается. Необходимо отметить, что все расчеты потенциалов в узлах проводятся с числами, имеющими ограниченное число десятичных разрядов. В результате появляется дополнительная погрешность округления, которая добавляется к погрешности, возникающей при конечно-разностной аппроксимации уравнения в частных производных.

3.2.2. ОДНОРОДНЫЙ ДИЭЛЕКТРИК. НЕРАВНОМЕРНЫЕ СЕТКИ

Описанный выше метод, опирающийся на разложение в ряд Тейлора, является весьма гибким и позволяет получать конечно-разностную аппроксимацию, когда сетка неравномерна (асимметрична). Такие сетки, как известно, особенно полезны, когда возникает необходимость более тщательного исследования полей в отдельных подобластях. С точки зрения вычислений во внутренних краевых задачах целесообразнее уменьшать размер ячейки именно в тех подобластях, информация о кото-



a)



б)

Рис. 3.4. Неравномерная сетка (*a*) и элементарный участок сетки (*б*)

рых должна быть более детальной, чем работать с более грубой, но равномерной сеткой. Поэтому необходимо уметь переходить от редкой сетки к более густой. Такая переходная область состоит, естественно, из ячеек различных размеров, что отражено на рис. 3.4, *a*.

Запишем с помощью ряда Тейлора потенциалы ϕ_1 и ϕ_3 , используя разложение по координате x для неравномерной сетки* из пяти узлов (рис. 3.4, *б*):

$$\phi_1 = \phi_0 - \Delta_1 \frac{d\phi}{dx} \Big|_0 + \frac{\Delta_1^2}{2} \frac{d^2\phi}{dx^2} \Big|_0 - \dots \quad (3.11)$$

Аналогично для

$$\phi_3 = \phi_0 + \Delta_2 \frac{d\phi}{dx} \Big|_0 + \frac{\Delta_2^2}{2} \frac{d^2\phi}{dx^2} \Big|_0 + \dots \quad (3.12)$$

Из этих выражений следует, что

$$\frac{d\phi}{dx} \Big|_0 = \frac{\phi_0 - \phi_1}{\Delta_1} + \text{слагаемые более высокого порядка}$$

$$\frac{d\phi}{dx} \Big|_0 = \frac{\phi_3 - \phi_0}{\Delta_2} + \text{слагаемые более высокого порядка.}$$

Простейшая аппроксимация, основанная на пренебрежении слагаемыми более высокого порядка, недопустима, так как приводит к весьма значительной погрешности. Поэтому получим более точную конечно-разностную аппроксимацию, чем использовалась ранее. Умножим обе части равенств (3.11) и (3.12) на некоторые постоянные A и B соответственно и сложим полученные выражения:

$$A(\phi_1 - \phi_0) + B(\phi_3 - \phi_0) = \frac{d\phi}{dx} \Big|_0 (B\Delta_2 - A\Delta_1) + \frac{1}{2} \frac{d^2\phi}{dx^2} \Big|_0 (B\Delta_2^2 + A\Delta_1^2) + \dots \quad (3.13)$$

Второе слагаемое в (3.13) равно нулю, если

$$A = -B\Delta_2^2/\Delta_1^2.$$

Подставляя это значение A в (3.13), находим

* За положительное выбрано направление от узла 0 к узлу 3. — Прим. ред.

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|_0 = \frac{\Delta_1^2(\phi_3 - \phi_0) - \Delta_2^2(\phi_1 - \phi_0)}{\Delta_1 \Delta_2 (\Delta_1 + \Delta_2)} + \text{слагаемые более высокого порядка}$$

В этом равенстве уже можно пренебречь слагаемыми более высокого порядка, так как первое из отбрасываемых слагаемых имеет порядок Δ^3 .

Аналогично, если положить в (3.13)

$$A = B \Delta_2 / \Delta_1,$$

то можно определить

$$\left. \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right|_0 = 2 \frac{\Delta_2(\phi_1 - \phi_0) + \Delta_1(\phi_3 - \phi_0)}{\Delta_1 \Delta_2 (\Delta_1 + \Delta_2)} + \text{слагаемые более высокого порядка}, \quad (3.14)$$

где первое из слагаемых более высокого порядка пропорционально Δ^3 , т. е. ими также можно пренебречь. Представляет интерес положить в (3.14) $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta$, что соответствует переходу от неравномерной сетки к равномерной. В этом случае согласно (3.15)

$$\left. \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right|_0 = \frac{\phi_1 + \phi_3 - 2\phi_0}{\Delta^2},$$

что совпадает с ранее полученным выражением для равномерной сетки из пяти узлов.

Выписав выражение, аналогичное (3.14), для второй производной, но уже по координате y , можно получить искомую конечно-разностную аппроксимацию уравнения Лапласа на неравномерной сетке. Отметим, что погрешность аппроксимации на равномерной сетке имела порядок Δ^4 , т. е. аппроксимация (3.14) менее точна. Поэтому в областях с быстрым изменением полей предпочтение следует отдать густым равномерным сеткам; там, где изменение полей более медленное, — тоже равномерным, но редким. Тогда неравномерная сетка появляется лишь в переходных областях.

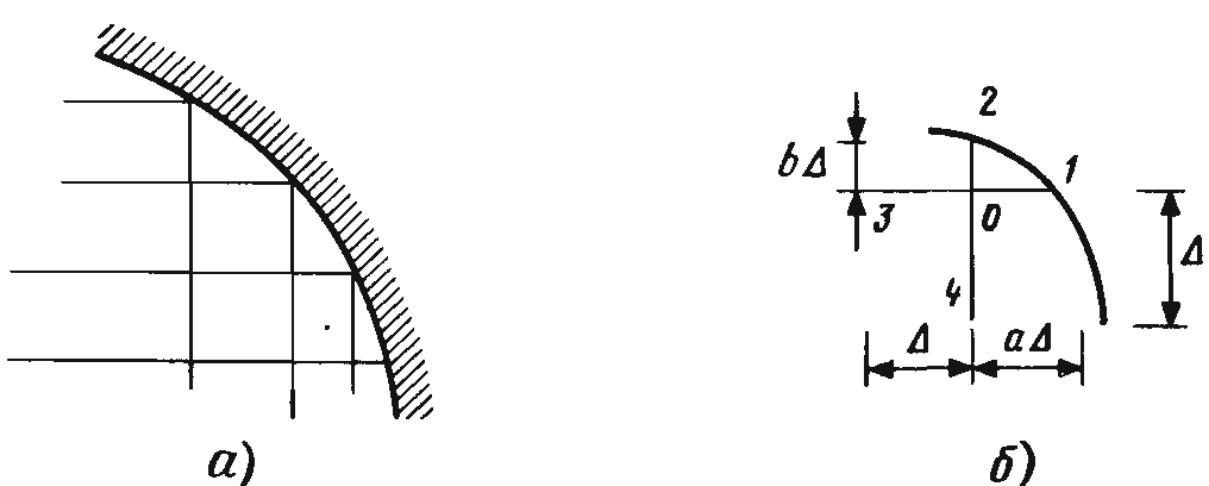
3.2.3. ОДНОРОДНЫЙ ДИЭЛЕКТРИК. КРИВОЛИНЕЙНЫЕ ГРАНИЦЫ

Весьма важным моментом при разработке программ для решения конечно-разностных уравнений является учет влияния криволинейной границы, на которой задаются значения потенциала. Это не означает, что необходимо переходить к специальным сеткам внутри области, с тем чтобы включить в рассмотрение граничные точки.

Рассмотрим отдельно малый элемент криволинейной границы, изображенной на рис. 3.5, б. Из разложения в ряд Тейлора следует:

для узла 1

Рис. 3.5. Равномерная сетка вблизи криволинейной границы (а) и элементарный участок сетки (б)



$$\phi_1 = \phi_0 + a \Delta \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_0 + \frac{a^2 \Delta^2}{2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \Big|_0 + \frac{a^3 \Delta^3}{6} \frac{\partial^3 \phi}{\partial x^3} \Big|_0 + \dots$$

для узла 3*

$$\phi_3 = \phi_0 - \Delta \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_0 + \frac{\Delta^2}{2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \Big|_0 - \frac{\Delta^3}{6} \frac{\partial^3 \phi}{\partial x^3} \Big|_0 + \dots$$

Следовательно,

$$\phi_1 + a\phi_3 = (1+a)\phi_0 + \frac{a}{2} \Delta^2 (1+a) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \Big|_0 + \text{слагаемые более высокого порядка.}$$

Допуская некоторую погрешность в расчете, снова пренебрегаем слагаемыми более высокого порядка. Тогда

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \Big|_0 = \frac{1}{\Delta^2} \left[\frac{2\phi_1}{a(1+a)} + \frac{2\phi_3}{1+a} - \frac{2\phi_0}{a} \right].$$

Аналогично по координате y

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \Big|_0 = \frac{1}{\Delta^2} \left[\frac{2\phi_2}{b(1+b)} + \frac{2\phi_4}{(1+b)} - \frac{2\phi_0}{b} \right].$$

Из этих двух соотношений непосредственно следует конечно-разностная аппроксимация. Отметим, что при $a = b = 1$ эти равенства переходят в полученные ранее для границ, параллельных осям декартовой системы координат.

Все столь подробно обсуждаемые здесь выражения практически пригодны для анализа полей лишь в областях, удобных для описания в декартовой (прямоугольной) системе координат. В частности, их целесообразно использовать при расчете полосковых линий с прямолинейными границами. При переходе к коаксиальным структурам прямоугольная система координат уже не столь удобна. Например, для коаксиального кабеля гораздо естественнее цилиндрическая система координат, поскольку его геометрия хорошо вписывается в эту систему координат.

3.2.4. ОДНОРОДНЫЙ ДИЭЛЕКТРИК. ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ КООРДИНАТЫ

Прежде чем приступить к конечно-разностной аппроксимации уравнения Лапласа в цилиндрической системе координат, опишем эту систему координат и уравнение Лапласа в ней. На рис. 3.6 изображен отрезок кругового цилиндра и указаны координаты точек на его поверхности, характеризуемые значениями трех величин: r , θ , z . Уравнение Лапласа в этих координатах имеет вид

$$\nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0.$$

При записи уравнения учитывалась угловая симметрия, т. е. предполагалось, что потенциал от угла θ не зависит (рис. 3.6, б). Воспользуемся выражениями, полученными в подразд. 3.2.1 для равномерной сетки с пятью узлами:

*За положительное принято направление от узла 0 к узлу 1. – Прим. ред.

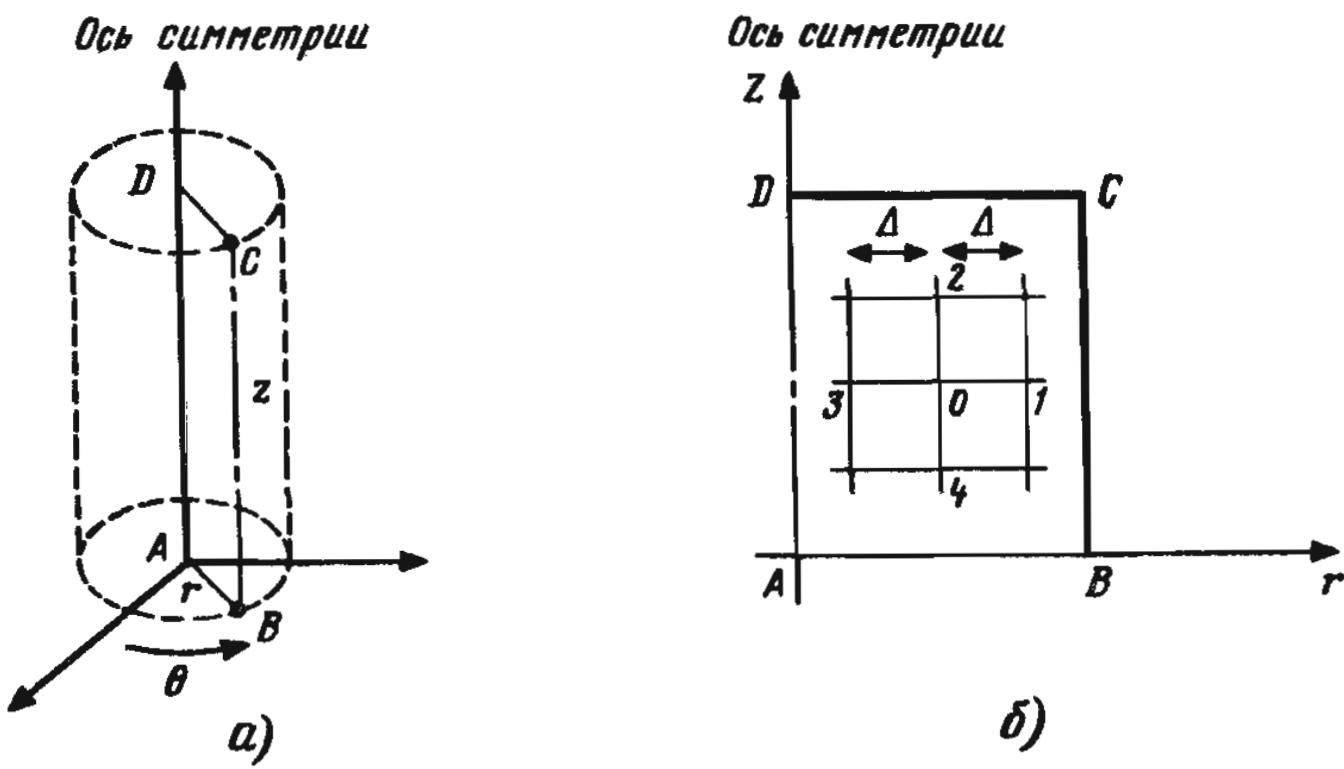


Рис. 3.6. Сетка в цилиндрической системе координат:
а) цилиндрическая система координат; б) положение узлов

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} \Big|_0 = \frac{\phi_1 + \phi_3 - 2\phi_0}{\Delta},$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} \Big|_0 = \frac{1}{r} \left(\frac{\phi_1 - \phi_3}{2\Delta} \right),$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \Big|_0 = \frac{\phi_4 + \phi_2 - 2\phi_0}{\Delta^2}.$$

Второе слагаемое в правой части уравнения Лапласа содержит слагаемое с множителем $1/r$. Если узловая точка приближается к оси симметрии, т. е. $r \rightarrow 0$, то произведение $(1/r)(\partial\phi/\partial r)$ может оказаться слишком большим, что в высшей степени нежелательно при численных расчетах. Чтобы обойти эту трудность, воспользуемся известным из математики и весьма изящным правилом Лопитала, в соответствии с которым

$$\lim_{r \rightarrow a} \frac{G(r)}{F(r)} = \lim_{r \rightarrow a} \frac{G'(r)}{F'(r)}.$$

Положим $G(r) = \partial\phi/\partial r$ и $F(r) = r$, тогда согласно этому правилу

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{\partial\phi/\partial r}{r} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2}.$$

Следовательно, на оси симметрии конечно-разностное уравнение в цилиндрических координатах принимает вид

$$\nabla^2 \phi \Big|_{r=0} = 2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}.$$

Так как в этом выражении все точки лежат на оси симметрии, возможны дополнительные упрощения. Сдвинем сетку, изображенную на рис. 3.6, б, так, чтобы узлы 0, 2 и 4 лежали на оси z . Тогда ввиду угловой симметрии $\phi_1 = \phi_3$. Объединяя всю информацию о конечно-разностной аппроксимации уравнения Лапласа в цилиндрических

координатах, получаем

$$\nabla^2 \phi|_{r=0} = 4\phi_1 + \phi_4 + \phi_2 - 6\phi_0 = 0,$$

$$\nabla^2 \phi|_{r \neq 0} = \phi_1 \left(1 + \frac{\Delta}{2r}\right) + \phi_3 \left(1 - \frac{\Delta}{2r}\right) + \phi_4 + \phi_2 - 4\phi_0 = 0.$$

Отметим, что при больших значениях r ($r \gg \Delta$) конечно-разностная аппроксимация уравнения Лапласа в цилиндрических координатах сводится к простой пятиточечной аппроксимации в декартовых координатах.

Во всех преобразованиях, выполненных выше, предполагалось, что диэлектрик однородный. Что же делать, если диэлектрическое заполнение слоистое, т. е. состоит из нескольких диэлектриков? Рассмотрим подробнее этот случай.

3.2.5 Слоистый диэлектрик

При многослойном заполнении, когда линия передачи содержит более одной диэлектрической среды, необходимо соответствующим образом преобразовать уравнение (3.10), описывающее распределение потенциала в пространстве. Простейший вариант такого заполнения, допускающий введение равномерной квадратной сетки, изображен на рис. 3.7. Слоистая среда состоит из двух диэлектриков с плоской границей раздела между ними. С подобным вариантом заполнения мы столкнулись в микрополосковой линии. Сетку построим так, чтобы границы части ячеек сетки совпали с границей раздела между диэлектриками. Пусть шаг сетки равен Δ и отсчет номеров узлов ведется от узла в центре, которому присвоим, например, индексы i, j (рис. 3.7). Выпишем уравнение Лапласа при однородном заполнении:

$$\nabla^2 \phi = 0.$$

Чтобы вывести более общее уравнение, справедливое при неоднородном заполнении, обратимся к дифференциальной форме закона Гаусса, рассмотренного в разд. 3.1:

$$\nabla \cdot D = \rho, \text{ где } D = \epsilon E.$$

Так как в пространстве вне проводников нет свободных зарядов, то $\rho = 0$ и

$$\nabla \cdot D = 0,$$

т. е. в двухмерном случае для прямоугольных координат

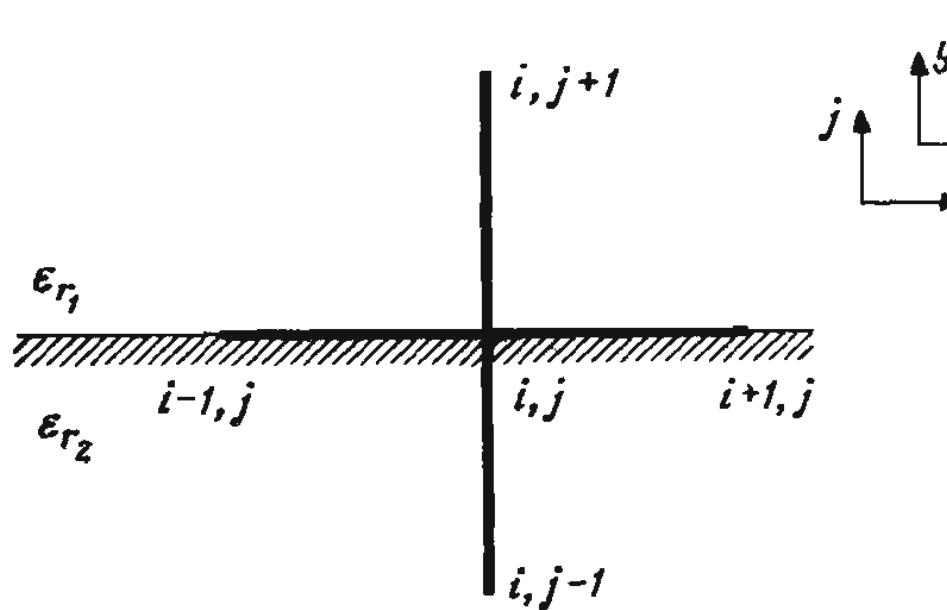


Рис. 3.7. Двухслойный диэлектрик

$$\frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} = 0.$$

Из этого равенства и вытекают конечно-разностные уравнения, связывающие поля по обе стороны от границ. Как было показано в разд. 3.1, $D = -\epsilon \nabla \phi$. Следовательно, в полупространстве над границей раздела, где $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_{r1}$, составляющая вектора индукции, параллельная координате y ,

$$D_y = -\frac{\epsilon_0 \epsilon_{r1} (\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j})}{\Delta},$$

под границей, где $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_{r2}$, —

$$D_y = -\frac{\epsilon_0 \epsilon_{r2}(\phi_{i,j} - \phi_{i,j-1})}{\Delta}.$$

При записи этих соотношений использовались конечно-разностные выражения для первых производных, полученные в подразд. 3.2.1. Скорость изменения нормальной к границе составляющей электрической индукции при переходе через границу раздела

$$\frac{\partial D_y}{\partial y} = \frac{D_y^{\text{над}} - D_y^{\text{под}}}{\Delta} = -\frac{\epsilon_0}{\Delta} \left[\epsilon_{r1}(\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j}) - \epsilon_{r2}(\phi_{i,j} - \phi_{i,j-1}) \right]. \quad (3.15)$$

Аналогичное выражение можно записать и для производной от составляющей D_x в направлении координаты x , однако не ясно, какое значение приписать ϵ_r в узлах $(i-1, j)$ и $(i+1, j)$. Так как на данном этапе выяснить это пока трудно, положим, что $\epsilon_r = \epsilon_{r3}$. Тогда

$$\frac{\partial D_x}{\partial x} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_{r3}}{\Delta} (\phi_{i+1,j} + \phi_{i-1,j} - 2\phi_{i,j}). \quad (3.16)$$

Складывая равенства (3.15) и (3.16) и приравнивая результат к нулю, получаем

$$-\phi_{i,j}(\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2} + 2\epsilon_{r3}) + \epsilon_{r1}\phi_{i,j+1} + \epsilon_{r2}\phi_{i,j-1} + \epsilon_{r3}\phi_{i+1,j} = 0,$$

т. е. значение потенциала в точках, расположенных на границе раздела,

$$\phi_{i,j} = \frac{\epsilon_{r1}\phi_{i,j+1} + \epsilon_{r2}\phi_{i,j-1} + \epsilon_{r3}(\phi_{i+1,j} + \phi_{i-1,j})}{\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2} + 2\epsilon_{r3}}. \quad (3.17)$$

Подчеркнем, что это уравнение используется только для точек на границе, а выше или ниже границы — уравнение (3.10). Перейдем к определению величины ϵ_{r3} , полагая, что вклад в величину $\phi_{i,j}$ узловых потенциалов $\phi_{i-1,j}$, $\phi_{i+1,j}$ вдоль оси y одинаков, т. е.

$$\epsilon_{r1}\phi_{i,j+1} + \epsilon_{r2}\phi_{i,j-1} = \epsilon_{r3}(\phi_{i-1,j} + \phi_{i+1,j}),$$

откуда

$$\epsilon_{r3} = \frac{\epsilon_{r1}\phi_{i,j+1} + \epsilon_{r2}\phi_{i,j-1}}{\phi_{i-1,j} + \phi_{i+1,j}}. \quad (3.18)$$

Прежде чем обратиться к уравнению (3.17), необходимо на каждом шаге итерации из (3.18) определить ϵ_{r3} , а затем подставить его в уравнение (3.17), которое используется уже обычным образом. Оригинальный подход к конечно-разностной аппроксимации уравнения Лапласа в областях со слоистым диэлектриком предложен в [6]. Обратимся к структуре из четырех ячеек при сетке с пятью

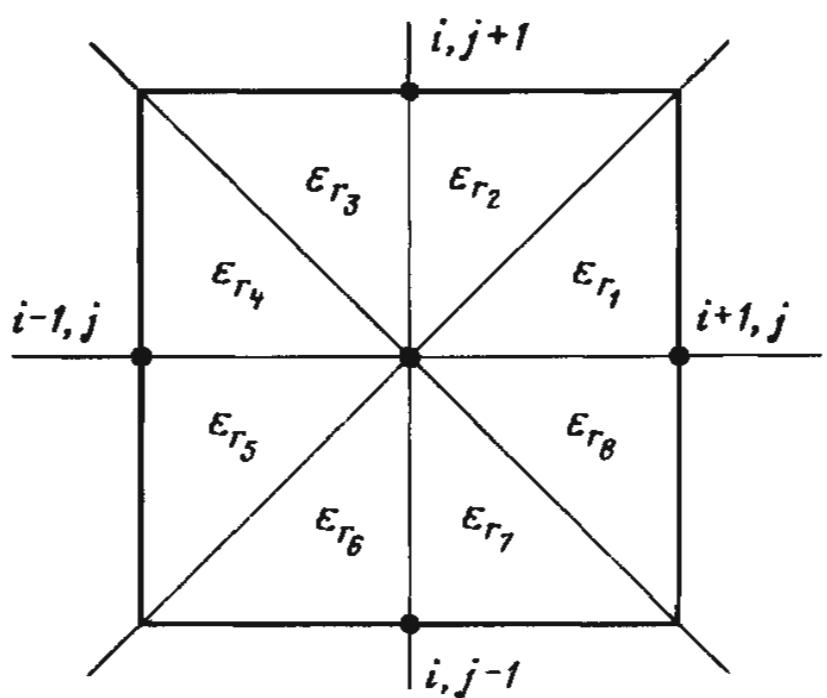


Рис. 3.8. Диэлектрик со сложной структурой

узлами, изображенной на рис. 3.8. В каждую ячейку входит слоистая среда из двух диэлектриков, т. е. всего восемь диэлектриков с различной проницаемостью. Используя тот факт, что уравнение Лапласа, для каждой из восьми подобластей можно представить в одной из форм $\epsilon \nabla^2 \phi = \nabla \epsilon \cdot \nabla \phi = \operatorname{div}(\epsilon \operatorname{grad} \phi) = 0$, и суммируя восемь составляющих* вектора $\epsilon \operatorname{grad} \phi = 0$, получаем соотношение

$$(\epsilon_{r1} + \epsilon_{r8})(\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j}) + (\epsilon_{r2} + \epsilon_{r3})(\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j}) + (\epsilon_{r4} + \epsilon_{r5}) \times \\ \times (\phi_{i-1,j} - \phi_{i,j}) + (\epsilon_{r6} + \epsilon_{r7})(\phi_{i,j-1} - \phi_{i,j}) = 0. \quad (3.19)$$

Ценность данной формулы состоит в том, что с ее помощью упрощается решение задач для многослойного диэлектрика при числе слоев до восьми. В частности, воспользовавшись ею для определения величины потенциала на границе раздела в микрополосковой линии, где диэлектрическое заполнение состоит всего из двух плоских слоев. Тогда в соответствии с рис. 3.8 $\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2} = \epsilon_{r3} = \epsilon_{r4}$ и $\epsilon_{r5} = \epsilon_{r6} = \epsilon_{r7} = \epsilon_{r8}$, а узлы $(i-1, j)$, (i, j) и $(i+1, j)$ располагаются на границе раздела, как и на рис. 3.7. Из (3.19) следует

$$(\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2})(\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j}) + 2\epsilon_{r1}(\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j}) + (\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2})(\phi_{i-1,j} - \phi_{i,j}) + \\ + 2\epsilon_{r2}(\phi_{i,j-1} - \phi_{i,j}) = 0,$$

т. е.

$$4\phi_{i,j}(\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}) = (\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2})\phi_{i+1,j} + 2\epsilon_{r1}\phi_{i,j+1} + (\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2})\phi_{i-1,j} + \\ + 2\epsilon_{r2}\phi_{i,j-1}.$$

Если положить $2K = \epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}$, то

$$\phi_{i,j} = (1/4K)[K(\phi_{i+1,j} + \phi_{i-1,j}) + \epsilon_{r1}\phi_{i,j+1} + \epsilon_{r2}\phi_{i,j-1}].$$

Из этого равенства, как и из (3.17), определяется значение потенциала для центрального узла, расположенного на плоской границе раздела двух диэлектриков в пятиточечной схеме на равномерной сетке.

Если в (3.18) учесть, что в соседних узлах сетки значения потенциала отличаются весьма незначительно, т. е. $\phi_{i,j+1} \approx \phi_{i,j-1}$, то

$$2\epsilon_{r3} = \epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}.$$

В этом приближении выражения (3.17) и полученное на основании работы [6] совпадают. Тем самым подтверждаются сделанные при выводе (3.17) предположения.

3.2.6. МЕТОДЫ, УСКОРЯЮЩИЕ РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ИЗ КОНЕЧНО-РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ

В подразд. 3.2.1 на простом численном примере была проиллюстрирована итерационная процедура решения системы конечно-разностных уравнений, позволившая определить при заданных граничных условиях значения потенциала во внутренних узлах двухмерной области. Как следует из этого примера, при вычислениях на k -м шаге итерации никак не учитывались значения потенциала, найденные на $(k-1)$ -м шаге. Поэтому целесообразно перейти от классического итерационного метода решения конечно-разностных уравнений, описанного в подразд. 3.2.1, к более быстрому, опираясь на модификацию конечно-разностного уравнения (3.10). В однородной двухмерной среде модифицированная форма уравнения (3.10) имеет вид

* По одной в каждой из подобластей. – Прим. ред.

$$\phi_{i,j} \Big|_{\text{новое}} = R \left(\frac{\phi_{i+1,j} + \phi_{i-1,j} + \phi_{i,j+1} + \phi_{i,j-1}}{4} + (1 - R) \phi_{i,j} \Big|_{\text{старое}} \right).$$

Конечно, в это уравнение вносится соответствующая корректировка при слоистом диэлектрике и криволинейной границе раздела. В приведенном выше уравнении R – параметр релаксации. Отметим, что при $R = 1$, модифицированное конечно-разностное уравнение сводится к (3.10). Как видно из графиков на рис. 3.9, наличие обратной связи, обусловленное параметром R , позволяет заметно повысить сходимость итерационной процедуры, используемой при решении конечно-разностных уравнений. Величина этой обратной связи зависит от достигнутой погрешности.

При $R \leq 1$ говорят о методе нижней релаксации, а при $R > 1$ – о методе верхней релаксации. Этот метод известен как поточечная релаксация, и ему отдается предпочтение перед простым итерационным методом решения конечно-разностных уравнений (ср. рис. 3.10 и 3.3).

Хотя не существует единого оптимального значения множителя R для всех классов задач, описываемых конечно-разностными уравнениями, обычно при $R = 1,5$ достигается достаточно быстрая сходимость, что приводит к эффективной численной реализации для широкого круга проблем.

Популярность метода релаксации весьма велика, поскольку он относительно просто реализуется на ЭВМ. Однако всегда следует помнить о существовании других методов и при большом числе узлов необходимо быть готовым к применению альтернативных методов решения конечно-разностных уравнений. Для получения результата с требуемой точностью объем вычислений при большом числе узлов оказывается весьма значительным. Альтернативой методам простой итерации и релаксации при решении конечно-разностных уравнений может служить матричный подход, описываемый ниже.

Обратимся еще раз к структуре, изображенной на рис. 3.3. Для каждого узла запишем конечно-разностное уравнение, их всего шесть для данной задачи:

$$\begin{aligned} 4V_{(I)} &= V_b + V_{(II)} + V_{(III)} + V_n, \\ 4V_{(II)} &= V_c + V_e + V_{(IV)} + V_{(I)}, \\ 4V_{(III)} &= V_{(I)} + V_{(IV)} + V_{(V)} + V_m, \\ 4V_{(IV)} &= V_{(II)} + V_f + V_{(VI)} + V_{(III)}, \\ 4V_{(V)} &= V_{(III)} + V_{(VI)} + V_j + V_l, \\ 4V_{(VI)} &= V_{(IV)} + V_g + V_i + V_{(V)}. \end{aligned}$$

Перепишем эти шесть уравнений так, чтобы потенциалы в граничных узлах с индексами от a до n оказались в правой части, и сохраним порядок, в котором они появились:

$$\begin{aligned} 4V_{(I)} - V_{(II)} - V_{(III)} + 0V_{(IV)} + 0V_{(V)} + 0V_{(VI)} &= V_b + V_n, \\ -V_{(I)} + 4V_{(II)} + 0V_{(III)} - V_{(IV)} + 0V_{(V)} + 0V_{(VI)} &= V_c + V_e, \end{aligned}$$

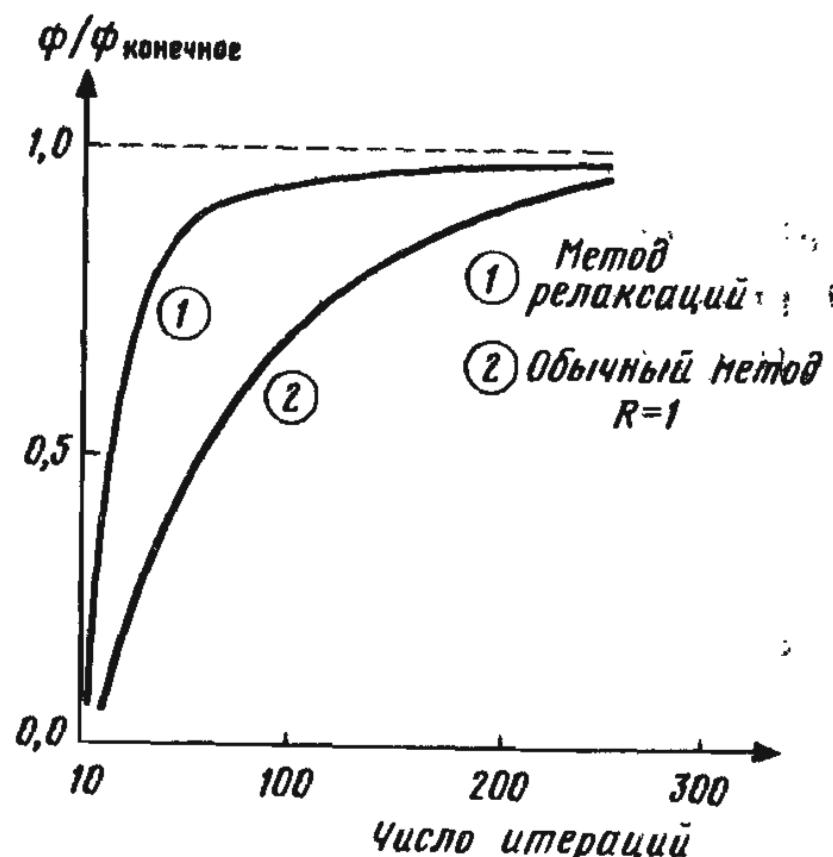


Рис. 3.9. Сходимость конечно-разностного метода

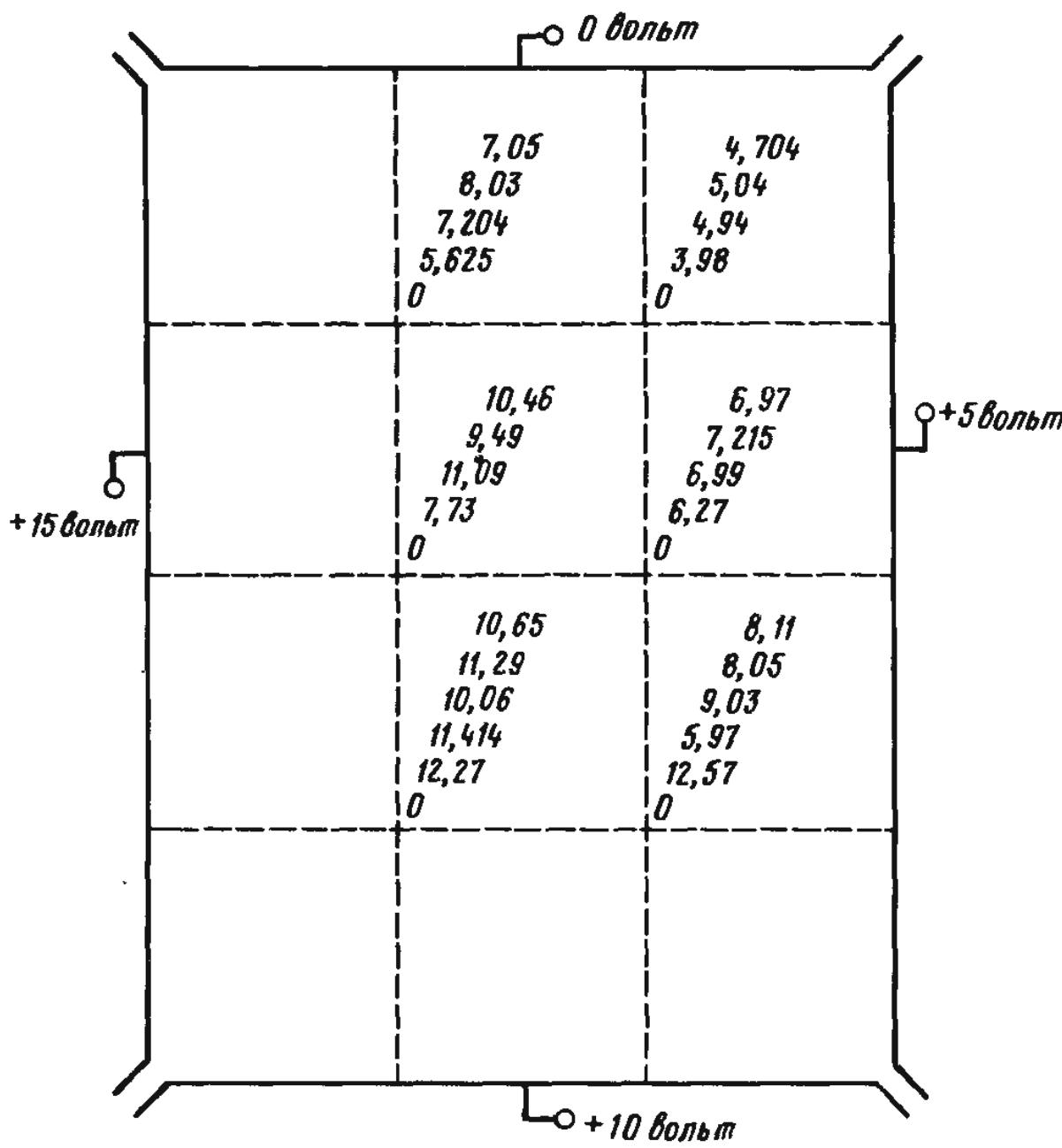


Рис. 3.10. Пример решения конечно-разностных уравнений методом релаксации

$$\begin{aligned}
 -V_{(I)} + 0V_{(II)} + 4V_{(III)} - V_{(IV)} - V_{(V)} + 0V_{(VI)} &= V_m, \\
 0V_{(I)} - V_{(II)} - V_{(III)} + 4V_{(IV)} + 0V_{(V)} - V_{(VI)} &= V_f, \\
 0V_{(I)} + 0V_{(II)} - V_{(III)} + 0V_{(IV)} + 4V_{(V)} - V_{(VI)} &= V_j + V_l, \\
 0V_{(I)} + 0V_{(II)} + 0V_{(III)} - V_{(IV)} - V_{(V)} + 4V_{(VI)} &= V_g + V_i.
 \end{aligned}$$

На первый взгляд такая запись более громоздка, но в матричной форме приобретает более симметричный вид:

$$\begin{bmatrix} -4 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -4 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -4 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -4 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{(I)} \\ V_{(II)} \\ V_{(III)} \\ V_{(IV)} \\ V_{(V)} \\ V_{(VI)} \end{bmatrix} = -1 \begin{bmatrix} V_b + V_n \\ V_c + V_e \\ V_m \\ V_f \\ V_j + V_l \\ V_g + V_i \end{bmatrix}$$

или в более компактной форме

$$AX = B,$$

где X – вектор-столбец, состоящий из искомых значений потенциала; B – вектор-столбец, состоящий из известных значений потенциала на границе. Матрица A , как нетрудно заметить, – всегда квадратная порядка $n \times n$, где n – число внутренних узлов в области, равное шести в рассматриваемой задаче. Отметим также, что матрица симметрична относительно главной диагонали. Обусловлено это в данном примере однородностью диэлектрического заполнения, т. е. структура конечно-разностных уравнений одна и та же для всей области. Заметим далее, что большинство элементов в матрице нулевые. В данном примере их около 40 % от общего числа. Подобная особенность характерна, как правило, для большинства систем высокого порядка из конеч-

но-разностных уравнений. Для решения таких систем с разреженной матрицей разработаны специальные методы.

Как найти решение задачи? Поскольку все элементы матриц A и B известны, а искомыми являются элементы вектор-столбца X , содержащего искомые значения потенциала внутри области, достаточно слева умножить матрицу B на матрицу, обратную A . При этом из равенства

$$AX = B$$

следует

$$A^{-1}AX = A^{-1}B \text{ или } IX = A^{-1}B,$$

где I – единичная матрица. Окончательно получаем

$$X = A^{-1}B.$$

Благодаря тому, что матрица A разрежена и положение большинства ее нулевых элементов фиксировано, возможна разработка сложных, но эффективных вычислительных алгоритмов перехода от матрицы A к матрице A^{-1} . В сущности, это означает, что при наличии объема памяти ЭВМ, достаточного для хранения обратной матрицы A и выполнения самой процедуры обращения, определение узловых потенциалов этим методом может быть выполнено существенно быстрее, чем методом релаксации либо итерации. Основные погрешности, возникающие в данном методе: во-первых, процедура округления из-за ограниченной длины слова в ЭВМ и, во-вторых, ошибки, обусловленные самой конечно-разностной аппроксимацией уравнений в частных производных. Погрешности, связанные с выбором числа итерационных циклов и возникающие в методах релаксации или итерационном, здесь отсутствуют.

Однако матричному методу присущи некоторые недостатки, связанные с эффективностью реализации на ЭВМ алгоритмов обращения матрицы. Эти алгоритмы достаточно сложны. Основная сложность состоит в том, что элементы матрицы A упаковываются так, чтобы сэкономить память ЭВМ и свести к минимуму связанное с этим увеличение затрат времени на вычисления. Соответственно необходимы специальные и достаточно сложные подпрограммы, на составление которых каждым отдельным программистом затрачивается весьма значительное время. Проще обратиться к профессионально отработанным алгоритмам и программам, что несколько ограничивает применимость методов, основанных на обращении матриц, поскольку их реализация возможна лишь на тех ЭВМ, где эти программы включены в библиотеку пользователя [13].

3.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОГОННОЙ ЕМКОСТИ

В предыдущем разделе рассматривались методы построения конечно-разностных уравнений для различных случаев диэлектрического заполнения и геометрии области. Была описана также методика численного решения этих уравнений, что позволяет определить распределение потенциала в пространстве, окружающем проводящие элементы линии. Границные условия задаются величиной потенциала на каждом из проводников, и эти значения потенциала вошли в конечно-разностные уравнения. Предположим, что образующие систему конечно-разностные уравнения решены и необходимо определить не только напряженность электрического поля, но и погонную емкость линии, ее волновое сопротивление и длину волны в линии. Покажем, как все это делается.

В общем случае емкость связана с величиной полного заряда в анализируемой

системе равенством

$$C = Q/\phi_0,$$

где ϕ_0 – потенциал центрального проводника, обычно принимаемый равным +1 В. Полная энергия, запасенная в системе,

$$W = \frac{1}{2} C \phi_0^2.$$

С другой стороны, полную энергию можно выразить через электрическое поле в объеме V :

$$W = \frac{1}{2} \int_V \epsilon |E|^2 dV \text{ при } \phi_0 = 1 \text{ В.}$$

Так как оба значения энергии должны совпадать,

$$C = \int_V \epsilon |E|^2 dV.$$

В двухмерном случае

$$C = \int_A \epsilon |E|^2 dA,$$

где A – область интегрирования. Из приведенных соотношений и выражений (3.1), (2.11) и (2.24) следует, что все параметры линий: погонную емкость, волновое сопротивление и длину волны в ней – можно определить, если известна структура электрического поля.

Структура электрического поля восстанавливается по формуле (3.5). В первом приближении составляющая E_x равна среднему значению* изменения потенциалов в точках j и $j+1$, т. е.

$$E_x \approx -\frac{1}{2} \left(\frac{\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j}}{\Delta} + \frac{\phi_{i+1,j+1} - \phi_{i,j+1}}{\Delta} \right) = -\frac{1}{2\Delta} (\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j} + \phi_{i+1,j+1} - \phi_{i+1,j}).$$

Аналогично

$$E_y \approx -\frac{1}{2\Delta} (\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j} + \phi_{i+1,j+1} - \phi_{i+1,j}).$$

Энергия запасенная в малой области размером $\Delta \cdot \Delta$, охватывающей точку (i, j) ,

$$\Delta W_{i,j} = \frac{1}{2} \epsilon (E_x^2 + E_y^2) \Delta^2 = \frac{\epsilon}{4} [(\phi_{i,j} - \phi_{i+1,j+1})^2 + (\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j+1})^2]. \quad (3.20)$$

Полная энергия, запасенная в электрическом поле, очевидно, равна сумме энергий, запасенных в каждой из малых областей:

$$W = \sum_{i=1}^{i_{\max}-1} \sum_{j=1}^{j_{\max}-1} \Delta W_{i,j}.$$

Так как $\phi_0 = +1$ В и погонная емкость $C = 2W/\phi_0^2$,

$$C = 2W.$$

* Апроксимация неудачная, так как при подобном усреднении $E_x = E_y$. – Прим. ред.

3.4. РАСЧЕТ МИКРОПОЛОСКОВОЙ ЛИНИИ

3.4.1. ОДНОЧНАЯ ЛИНИЯ

На рис. 3.11 изображено поперечное сечение экранированной микрополосковой линии, где высота диэлектрической подложки равна 10 усл. ед., ширина полоски – 30, толщина – 1 усл. ед. При решении используем равномерную квадратную сетку. Необходимо, опираясь на исходную статическую задачу, определить с помощью методов, описанных выше, погонную емкость линии, изображенной на рис. 3.11, с

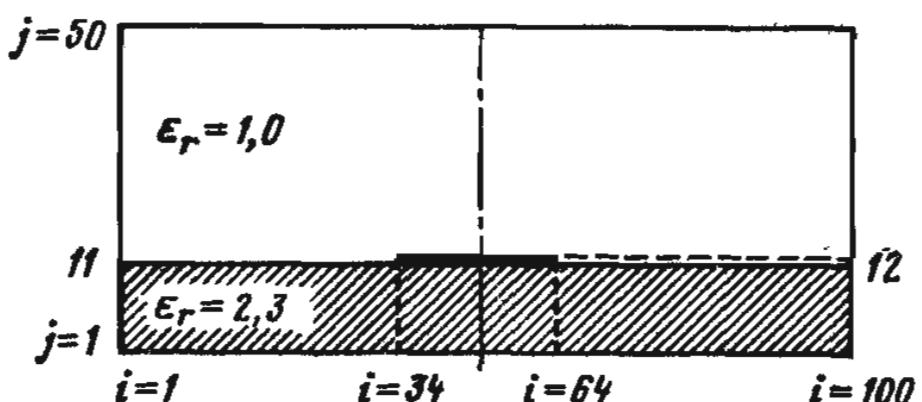


Рис. 3.11. Экранированная микрополосковая линия

диэлектрическим заполнением и без него, ее волновое сопротивление и длину волны в линии. Для решения подобных задач предназначена программа 3.1 RELGRID, с помощью которой решение проводится в два этапа: сначала с диэлектриком, затем – без. По программе 2.6 была найдена величина волнового сопротивления 50 Ом. Программа RELGRID дает для тех же исходных данных 46 Ом, т. е. расхождение порядка 8 %. Чтобы уменьшить эту разницу, необходимо перейти к более густой сетке, которая покрывает рассматриваемую структуру. Естественно, что при этом возрастают затраты машинного времени. Программа RELGRID, как будет показано ниже, позволяет анализировать и связанные микрополосковые линии.

!C FORMATTED LISTING
FILE: PROGRAM 3.1 RELGRID
PAGE--1

```
10 REM
20 REM ---- СЕТОЧНАЯ РЕЛАКСАЦИЯ ----
30 REM
40 REM В ЭТОЙ ПРОГРАММЕ
50 REM ИСПОЛЬЗУЕТСЯ КОНЧНОРАЗНОСТНАЯ
60 REM АППРОКСИМАЦИЯ ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ ИЗ
70 REM УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА
80 REM РЕШЕНИЙ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ
90 REM ПРОГРАММА ПОЗВОЛЯЕТ
100 REM ОПРЕДЕЛЯТЬ
110 REM ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ
120 REM ЭФФЕКТИВНУЮ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКУЮ
130 REM ПРОНИЦАЕМОСТЬ ДЛЯ
140 REM ОДНОЧНОЙ
150 REM МИКРОПОЛОСКОВОЙ ЛИНИИ,
160 REM НАХОДЯЩЕЙСЯ В
170 REM ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩЕМ
180 REM МЕТАЛЛИЧЕСКОМ ЭКРАНЕ.
190 REM ВОЗМОЖЕН РАСЧЕТ
200 REM СВЯЗАННЫХ ЛИНИЙ.
210 REM
220 REM ITRY = МАКС. ЧИСЛО ИТЕРАЦИИ
230 REM X1,Y1 = КООРДИНАТЫ ЛЕВОГО
240 REM КРАЯ ПОЛОСКИ
250 REM X2,Y2 = КООРДИНАТЫ ПРАВОГО
260 REM КРАЯ ПОЛОСКИ
```

```

270 REM RES = ВЕЛИЧИНА НЕВЯЗКИ
280 REM
290 REM ER = ОТНОС. ДИЭЛ. ПРОНИЦ.
300 REM ACC = ДОСТИГНУТАЯ ТОЧНОЧТЬ
310 REM
320 REM В ЭТОЙ ПРОГРАММЕ
330 REM МАКСИМАЛЬНЫЙ РАЗМЕР ЭКРАНА
340 REM РАВЕН 100 X 50
350 REM ДЛЯ ZVE УСТАНОВИТЕ
360 REM DIM V(101,50)
370 REM
380 REM ПРОГРАММА ЗАВЕРШАЕТСЯ
390 REM ПРИ СХОДИМОСТИ ПРОЦЕССА ВЫЧИСЛЕНИЯ
400 REM ЕМКОСТИ ЛИНИИ
410 REM
420 DIM V(100,50)
430 CLS
440 LET MEW = 12.57E - 7
450 LET EO = 8.854E - 12
460 CLS
470 PRINT "ВВЕДИТЕ ОТНОС. ДИЭЛ. ПРОНИЦ."
480 INPUT ER
490 LET ACC = 0.01
500 LET D = 0
510 LET RES = 1.5
520 PRINT "ВВЕДИТЕ МАКС. ЧИСЛО ИТЕРАЦИИ"
530 INPUT ITRY
540 REM
550 REM ОПИСАНИЕ МЕТАЛ. ЭКРАНА
560 PRINT "ВВЕДИТЕ КООРДИНАТЫ ПРАВОГО ВЕРХНЕГО УГЛА МЕТАЛ."
570 PRINT "СНАЧАЛА X - ЗАТЕМ Y - КООРДИНАТУ"
580 INPUT X,Y
590 REM
600 REM ОПИСАНИЕ ПОЛОСКИ
610 PRINT "ВВЕДИТЕ РАЗМЕРЫ ПОЛОСКИ,"
620 PRINT "СООТНЕСЕННЫЕ С РАЗМ. ЭКРАНА"
630 PRINT "СНАЧАЛА X - КООРД. ЛЕВОГО И ПРАВОГО КРАЕВ"
640 INPUT X1,X2
650 PRINT "ТЕПЕРЬ Y - КООРД. НИЖНЕЙ И ВЕРХНЕЙ ПОВЕРХНОСТИ"
660 INPUT Y1,Y2
670 CLS
680 PRINT
690 PRINT "*****"
700 PRINT
710 PRINT "ОТНОС. ДИЭЛ. ПРИНЦ. = "ER
720 PRINT "МАКС. ЧИСЛО ИТЕРАЦИИ = "ITRY
730 PRINT
740 PRINT "РАЗМЕРЫ ЭКРАНА "X" X "Y:
    PRINT
750 PRINT "РАЗМЕРЫ ПОЛОСКИ: ---"
760 PRINT "X - КООРДИНАТЫ: "X1" ; "X2
770 PRINT "Y - КООРДИНАТЫ: "Y1" ; "Y2"
780 PRINT "ИДЕТ СЧЕТ. ЗАПАСИТЕСЬ ТЕРПЕНИЕМ"
790 REM ЗНАЧЕНИЕ ПОТЕНЦИАЛА 1 ВОЛЬТ
800 REM ДЛЯ РАСЧЕТА ZBO ИЗМЕНИТЬ ОПЕРАТОР В СТРОКЕ 830 НА
810 REM FOR I = (X-1-(X2-X1))
820 REM TO (X-1)
830 FOR I = X1 TO X2
    FOR J = Y1 TO Y2
        LET V(I,J) = 1
    NEXT J
870 NEXT I
880 REM
890 LET E = (1 + ER) / 2
900 REM
910 REM
920 REM ИТЕРАЦИОННЫЙ ЦИКЛ
930 FOR L7 = 1 TO 2

```

```

940      IF L7 = 2 THEN
950          LET ER = 1
960      FOR L4 = 1 TO ITRY
970          LET E1 = 0
980          LET E2 = 0
990          REM ДЛЯ РАСЧЕТА ZBE ИЗМЕНИТЬ ОПЕРАТОР В СТРОКЕ 1
1000         REM FOR I=2 TO X
1010         REM И ВВЕСТИ НОВУЮ СТРОКУ С ОПЕРАТОРОМ
1010         REM V(101,J)=V(99,J)
1020         FOR I = 2 TO (X - 1)
1030             FOR J = 2 TO (Y - 1)
1040                 IF V(I,J) = 1 THEN
1140
1050                 IF (J - Y1) = 0 THEN
1070                     GOTO 1090
1060                     LET UCAL = (V(I,J + 1) + ER * V(I,J - 1) +
1070                         1,J) + V(I - 1,J))) / (1 + ER + 2 * E) *
1080                         (1 - RES) * V(I,J)
1080                     GOTO 1100
1090                     LET UCAL = (V(I + 1,J) + V(I - 1,J) + V(I,
1090                         V(I,J - 1)) / 4 * RES + (1 - RES) * V(I,J)
1100                     LET D1 = (UCAL - V(I,J)) ^ 2
1110                     IF D1 > E1 THEN
1120                         LET E1 = D1
1120                         LET E2 = E2 + D1
1130                         LET V(I,J) = UCAL
1140                         NEXT J
1150                         NEXT I
1160                         IF INT ( INT (L4 / 10) * 10 - L4) = 0 THEN
1180
1170                         GOTO 1340
1180                         LET CAP = 0
1190                         REM НАХОЖДЕНИЕ ЕМКОСТИ
1200                         FOR I = 1 TO (X - 1)
1210                             FOR J = 1 TO (Y - 1)
1220                                 LET L5 = (V(I,J) - V(I + 1,J + 1)) ^ 2
1230                                 LET L6 = (V(I + 1,J) - V(I,J + 1)) ^ 2
1240                                 LET LOT = L5 + L6
1250                                 IF J < Y1 THEN
1250                                     LET LOT = LOT * ER
1260                                 LET CAP = CAP + LOT
1270                                 NEXT J
1280                                 NEXT I
1290                                 LET CAP = CAP * E0 / 2
1300                                 REM ПРОВЕРКА СХОДИМОСТИ ВЫЧИСЛЕНИЙ
1310                                 IF L4 < 20 THEN
1340
1320                                 IF ABS (CAP - D) < ACC * ABS (CAP) THEN
1360
1330                                     LET D = CAP
1340                                     NEXT L4
1360                                     LET D = CAP
1370                                     LET CFINAL = D
1380                                     IF (L7 - 1) < = 0 THEN
1460
1390                                     LET Z0 = SQR (E0 * MEW / CFINAL / CKEEP)
1400                                     LET EEF = CKEEP / CFINAL
1410                                     PRINT
1420                                     PRINT "ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ = " INT(Z0*100+0.5)/100
1430                                     PRINT
1440                                     PRINT "ЭФФЕКТ. ДИЭЛЕКТР. ПРОНИЦ. = " INT(EEF*100+0.5)
1450                                     GOTO 1480
1460                                     LET CKEEP = D
1470                                     NEXT L7
1480                                     PRINT
1490                                     PRINT "**** КОНЕЦ ПРОГРАММЫ ****"
1500                                     PRINT

```

1510 END

КОНЕЦ ТЕКСТА ПРОГРАММЫ

JRUN

ВВЕДИТЕ ОТНОС. ДИЭЛ. ПРОНИЦ.

?2.3

ВВЕДИТЕ МАКС. ЧИСЛО ИТЕРАЦИИ

?200

ВВЕДИТЕ КООРДИНАТЫ ПРАВОГО ВЕРХНЕГО УГЛА МЕТАЛ. ЭКРАНА

СНАЧАЛА X- ЗАТЕМ Y-КООРДИНАТУ

?100

?250

ВВЕДИТЕ РАЗМЕРЫ ПОЛОСКИ,

СООТНЕСЕННЫЕ С РАЗМ. ЭКРАНА

СНАЧАЛА X-КООРД. ЛЕВОГО И ПРАВОГО КРАЕВ

?32

?42

ТЕПЕРЬ Y-КООРД. НИЖНЕЙ И ВЕРХНЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

?12

?13

ОТНОС. ДИЭЛ. ПРОНИЦ. = 2.3

МАКС. ЧИСЛО ИТЕРАЦИЙ = 200

РАЗМЕР ЭКРАНА 100 X 50

РАЗМЕРЫ ПОЛОСКИ: ----

X-КООРДИНАТЫ: 32; 42

Y-КООРДИНАТЫ: 12; 13

ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ = 86.32 ОМ

ЭФФЕКТ. ДИЗЕЛЕКТР. ПРОНИЦ. = 1.74

"*** КОНЕЦ ПРОГРАММЫ ***"

3.4.2. СВЯЗАННАЯ ЛИНИЯ

Основой расчета связанных линий является определение сопротивления для четной и нечетной мод. При возбуждении нечетной моды потенциал одного из проводников полагается равным + 1 В, другого - 1 В, а волновое сопротивление линии находится по величине погонной емкости любого из проводников относительно экрана (рис. 3.12). Так как в структуре, изображенной на рис. 3.12, распределение электрических полей симметрично относительно оси $X - X'$, достаточно подсчитать лишь половину запасенной энергии. Объясняется это тем, что правая и левая (относительно оси $X - X'$) половники структуры вносят равную долю в общую запасенную энергию (см. рис. 2.11).

Опираясь на эту симметрию, анализ связанных линий можно свести к анализу

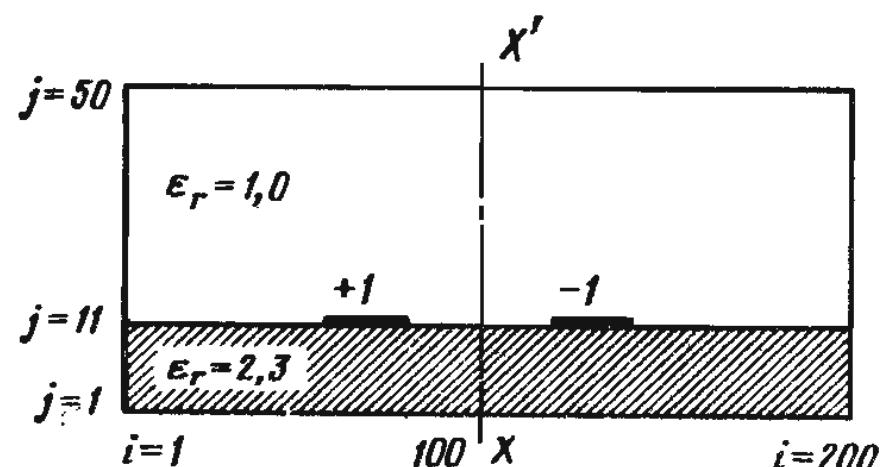


Рис. 3.12. Связанные микрополосковые линии.

одиночной линии, т. е. в памяти ЭВМ достаточно иметь программу расчета параметров лишь одиночной линии*. Такой программой RELGRID мы уже пользовались; необходимо только внести небольшие изменения, указанные в тексте программы для величин Z_{B_0} и Z_{B_e} .

Расчет характеристик четной моды несколько сложнее, чем нечетной. Объясняется это тем, что при четном возбуждении потенциал обеих полосок равен +1 В и структуры электрических полей справа и слева от сечения $X - X'$ идентичны, как при зеркальном отражении. Поэтому достаточно рассчитать распределение потенциала в узлах сетки, начиная с $i = 1$ до узлов в плоскости симметрии ($i = 100$ на рис. 3.12). Так как необходимо восстановить значения потенциала на оси симметрии, то при конечно-разностной аппроксимации число узлов с индексом i увеличивается на единицу (до 101 для линии на рис. 3.12)**. Необходимые пояснения читатель найдет в тексте программы. Время счета по программе `RELGRID` не превышает нескольких часов ввиду большого числа операций, которые должны быть выполнены.

3.5. МЕТОД МОНТЕ-КАРЛО

Рассмотренный выше метод сеточной релаксации при решении уравнения Лапласа становится трудоемким не только при переходе к трехмерным задачам, но и при густых сетках. Основная трудность – ограниченность объема памяти ЭВМ. Известен другой численный метод решения уравнений вида (3.10) и (3.17), в котором значения потенциала в некоторой наперед заданной области линии передачи можно найти, не определяя предварительно значений потенциала во всех остальных узлах сетки. Такой метод чрезвычайно эффективен, когда нас интересует более подробно распределение потенциала лишь в некоторой подобласти. Например, требуется определить разность потенциалов между двумя (или несколькими) фиксированными точками. При этом никаких особых требований к объему оперативной памяти ЭВМ не предъявляется.

В основу положен метод статистических испытаний или, как говорят математики, метод Монте-Карло [7]. Проследим за движением пылинки, помещенной в один из узлов сетки, изображенной на рис. 3.1.

Если пылинка участвует в броуновском движении, т. е. движется беспорядочно (точнее, вероятность перемещения в любом направлении одинакова), то в некоторый узел (i, j) частица может попасть с равной вероятностью из любого из четырех узлов, окружающих этот узел, т. е. вероятность попадания в узел (i, j) есть среднее значение вероятности попадания частицы в соседние узлы. Обозначим эту вероятность через $P_{i,j}$; тогда при движении в плоскости

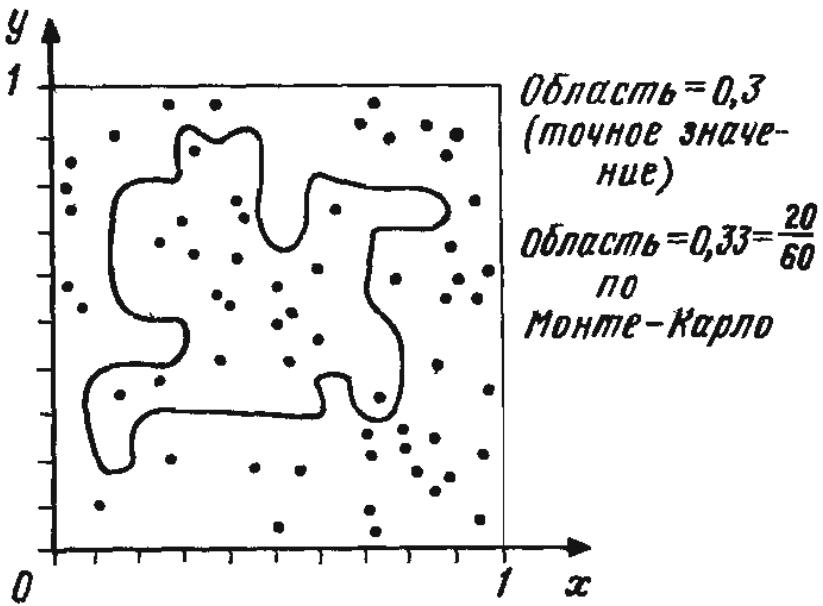
$$P_{i,j} = (P_{i+1,j} + P_{i-1,j} + P_{i,j+1} + P_{i,j-1})/4 \quad (3.21)$$

При пространственном блуждании коэффициент 4 в знаменателе равенства (3.21) следует заменить на 6. Сравнивая (3.21) с (3.10) и (3.17), легко заметить их сходство. Как показано в [7], аналогия между конечно-разностными уравнениями и уравнением, описывающим случайные блуждания, может быть использована для решения уравнения Лапласа. Обратимся к рис. 3.11. Пусть пылинка начала свой путь из неко-

* В сечении $X - X'$ при нечетном возбуждении потенциал равен нулю. – Прим. ред.

** С помощью оператора $V(101, J) = V(99, J)$ (см. в тексте программы оператор 1010) учитывается симметрия относительно оси симметрии. – Прим. ред.

Рис. 3.13. Оценка области в методе Монте-Карло



торой узловой точки и после случайного блуждания попала на поверхность заземленного проводника, потенциал которого, как обычно, нулевой. Этому событию приписывается значение 0. Затем новая пылинка начинает свое движение из той же узловой точки. Если после случайного блуждания частица попадает на поверхность проводника с потенциалом + 1 В, то событию приписывается значение 1. Повторяя описанную процедуру достаточно много раз и на каждом шаге фиксируя результаты эксперимента, находим отношение числа пылинок, достигших проводника с потенциалом + 1 В, к общему числу пылинок, начавших движение из интересующего нас узла. Полученное отношение совпадает со значением потенциала в этом узле. По существу, метод Монте-Карло используется для решения системы уравнений в отдельных узлах, а не на всей сетке, как это имеет место при конечно-разностном решении. Этим определяются простота и универсальность метода Монте-Карло: 1) возможность вычисления потенциала в любой заданной точке без определения его во всех остальных точках; 2) тривиальность реализации.

Чтобы ближе познакомиться с методом, обратимся к рис. 3.13, где изображена расположенная в единичном квадрате двухмерная область, ограниченная замкнутым контуром. Точки блуждания распределены случайно по двум координатам; 20 из них попали внутрь контура, тогда как общее число точек равно 60. Это позволяет оценить площадь внутри контура, занимающую $20/60 = 0,33$ от общей площади (более точное значение 0,3). Чем больше точек используется при эксперименте, тем точность результата выше. Однако следует учесть следующую особенность всех алгоритмов с использованием метода Монте-Карло: для повышения точности, скажем, в 5 раз необходимо увеличить число точек в 25 раз*. Это следует из закона больших чисел (теорема Бернулли).

Вернемся к нашей основной задаче нахождения волнового сопротивления и длины волны в линии через погонную емкость. В подходе, развитом в разд. 3.3, емкость определялась по значению потенциала во всех узловых точках, принадлежащих поперечному сечению линии. Существует другой метод определения емкости, основанный на законе Гаусса и не требующий столь полной информации, которому следует отдать предпочтение, если используется метод Монте-Карло.

3.6. ЗАКОН ГАУССА

Применение закона Гаусса основано на неизменности потока вектора электрической индукции через замкнутую поверхность, охватывающую заряженный проводник. Это хорошо согласуется с методом Монте-Карло, так как, определив значения потен-

* Соответственно возрастает и время, затрачиваемое на решение. – Прим. ред.

циала лишь в ограниченном числе точек вокруг проводника, можно найти значения нормальной к его поверхности составляющей электрического поля, а следовательно, и величину погонного заряда на нем.

Электрическое поле у поверхности идеального проводника всегда направлено по нормали к его поверхности. Как следует из закона Гаусса, сумма проекций вектора электрической индукции на нормаль к замкнутой поверхности, охватывающей проводник, равна полному заряду Q . В двумерном случае погонный заряд

$$Q = \oint_L \epsilon E_n dl,$$

где L – замкнутый контур, охватывающий проводник, и E_n – нормальная к контуру составляющая электрического поля. Погонная емкость

$$C = Q/\phi_0 = \oint_L \epsilon E_n dl \text{ при } \phi_0 = 1 \text{ В}; \quad (3.22)$$

перпендикулярная к поверхности контура составляющая $E_n = -\frac{\partial \phi}{\partial n}$ находится по известному распределению потенциала

$$\mathbf{E} = -\nabla \phi = -\left(i \frac{\partial \phi}{\partial x} + j \frac{\partial \phi}{\partial y} + k \frac{\partial \phi}{\partial z} \right).$$

В (3.22) интегрирование ведется вдоль замкнутого контура; поэтому с помощью метода статистических испытаний достаточно определить значения потенциала лишь в непосредственной близости от проводника*. По своей природе данные, получаемые методом статистических испытаний, "зашумлены". Интегрирование осуществляет фильтрацию, т. е. подавления части шумов.

Осталось рассмотреть особенности численной реализации метода, опирающегося на соотношение (3.22). Обратимся к рис. 3.14, полагая, что распределение потенциала в узлах, близких к проводнику, известно. При единичном шаге квадратной сетки касательная и нормальная составляющие электрического поля вычисляются с помощью формул

$$E_x(i, j) = \phi_{i+1, j} - \phi_{i, j},$$

$$E_y(i, j) = \phi_{i, j+1} - \phi_{i, j}.$$

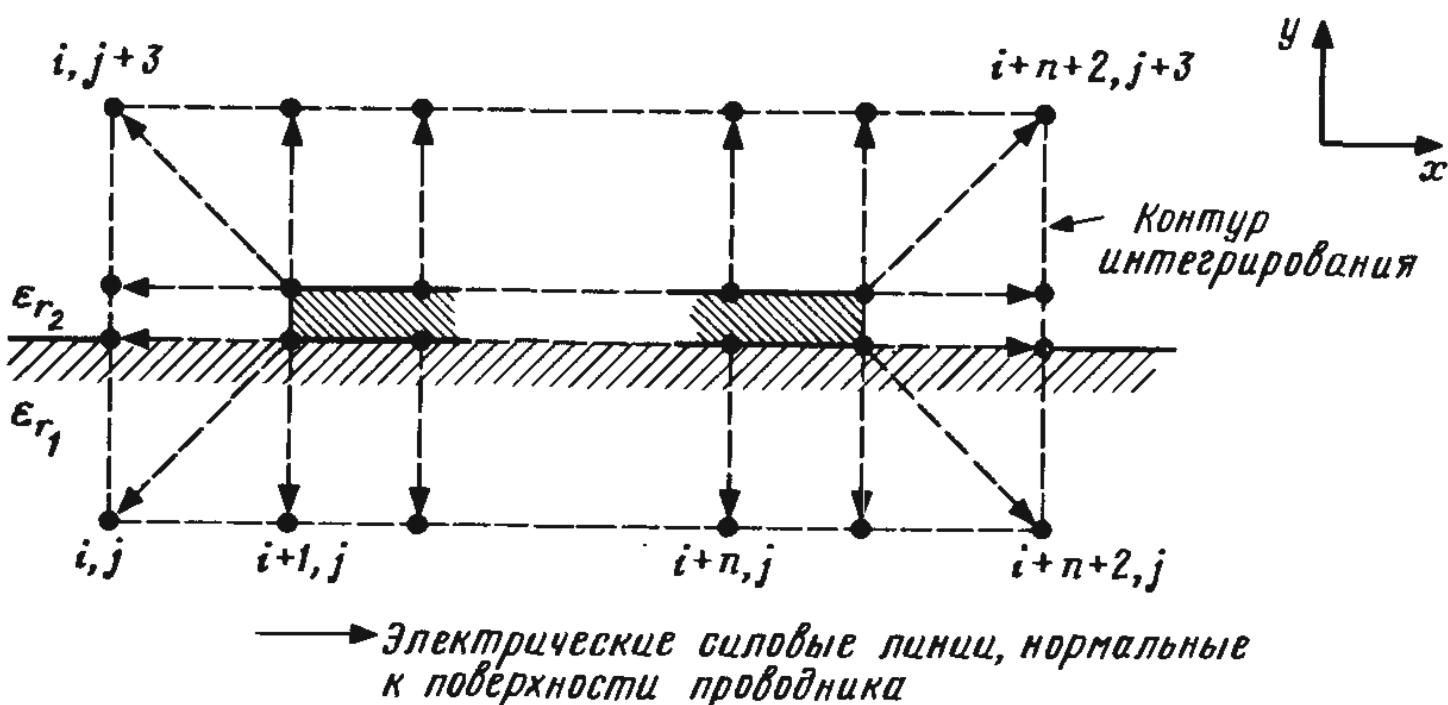


Рис. 3.14. Поперечное сечение линии при вычислении распределения заряда по закону Гаусса

* Потенциал проводника известен и задается обычно, как указывалось выше, равным + 1 В. – Прим. ред.

Таблица 3.1.

Расчет погонной емкости

$$\text{Снизу} = (\epsilon_0)(2,3)(0,05/2 + 0,3 + 0,2 + 0,2 + 0,3 + 0,05/2) = 21 \text{ пФ/м}$$

$$\text{Сверху} = (\epsilon_0)(0,055/2 + 0,2 + 0,1 + 0,1 + 0,2 + 0,055/2) = 6 \text{ пФ/м}$$

$$\text{Слева-справа} = (\epsilon_0)(0,1 \cdot 2,3/2 + 0,35 \cdot (2,3 + 1)/2 + 0,325 + 0,18/2) = 0,98 \text{ пФ/м}$$

$$\text{Полная} = 21 + 6 + 0,98 + 0,98 = 29 \text{ пФ/м}$$

Результаты такого численного расчета погонной емкости по (3.22) приведены в табл. 3.1. При расчете в табл. 3.1 наряду с истинными значениями диэлектрической проницаемости использована и полусумма ϵ_{r1} , ϵ_{r2} , как в подразд. 3.2.5. Отметим, что при определении заряда первое и последнее число в каждой из круглых скобок делится на два. Объясняется это тем, что численное интегрирование велось по формуле трапеций, в которую оба эти числа входят с коэффициентом 1/2.

Повторяя для проводника расчет методом Монте-Карло по той же сетке, но уже при $\epsilon_{r1} = 1$, находим еще одно значение погонной емкости. Оба полученных значения емкости необходимы для определения волнового сопротивления и эффективной диэлектрической проницаемости. Программа 3.2 MONTE позволяет методом статистических испытаний рассчитать на ЭВМ* распределение потенциала вблизи проводника микрополосковой линии со слоистым диэлектриком и ее погонную емкость. В программе используется датчик случайных чисел, необходимый для моделирования случайного блуждания от узла к узлу сетки. Операторы 320 – 1320 реализуют распределение точек для случайного блуждания и вычисляют вероятность достижения поверхности проводника.

JC FORMATTED LISTING
FILE: PROGRAM 3.2 MONTE
PAGE-1

```

10 REM
20 REM ---- МОНТЕ-КАРЛО ----
30 REM
40 REM ПО МЕТОДУ МОНТЕ-КАРЛО
50 REM И ЗАКОНУ ГАУССА ОПРЕДЕЛЯЕТСЯ
60 REM ПОГОННАЯ ЕМКОСТЬ
70 REM МИКРОПОЛОСКОВОЙ
80 REM ЛИНИИ
90 REM
100 DIM V(12,4),E1(4),E2(4),E3(12),E4(12)
110 REM =
120 REM :ОПИСАНИЕ ДИЗЛЕКТРИКА
130 REM =
140 LET E0 = 8.854E - 12
150 LET ER = 2.3
160 LET E = (1 + ER) / 2
170 REM :ОПИСАНИЕ ВЕРОЯТНОСТЕЙ
180 LET D = 1 + ER + 2 * E
190 LET P1 = ER / D
200 LET P2 = 1 / D
210 LET P3 = E / D
220 REM :ОПИСАНИЕ ЭКРАНА

```

* Программу желательно доработать так, чтобы конструктивные размеры микрополосковой линии задавались в процессе диалога с ЭВМ, а не фиксировались внутри программы. – Прим. ред.

```

430 LET YBOT = 0
440 LET YTIP = 50
450 LET XBOT = 0
460 LET XTIP = 100
470 REM :ОПИСАНИЕ ПОЛОСКИ
480 REM :X1,Y1 - КООРДИНАТЫ ЛЕВОГО НИЖНЕГО УГЛА
490 REM :X2,Y2 - КООРДИНАТЫ ПРАВОГО ВЕРХНЕГО УГЛА
500 LET X1 = 48
510 LET X2 = 52
520 LET Y1 = 12
530 LET Y2 = 13
540 REM :ФОРМИРУЕМ ТАБЛИЦУ
550 DIM SEED(15,5)
560 LET C2 = 2
570 FOR I = 0 TO (X2 - X1 + 2)
      FOR J = 0 TO (Y2 - Y1 + 2)
          LET SEED(I,J) = C2
          LET C2 = C2 + 1
610     NEXT J
620 NEXT I
630 REM :
640 CLS
650 PRINT "I           J           НАПРЯЖЕНИЕ"
660 REM ВЫБИРАЕМ ТОЧКИ, ПРЕДСТАВЛЯЮЩИЕ ИНТЕРЕС
670 FOR I = (X1 - 1) TO (X2 + 1)
680     FOR J = (Y1 - 1) TO (Y2 + 1)
690         REM :ВЫБИРАЕМ УЗЛЫ, ПРОСМАТРИВАЯ ТАБЛИЦУ
700         LET SA = I - (X1 - 1)
710         LET SB = J - (Y1 - 1)
720         LET X9 = SEED(SA,SB)
730         IF (I - (X1 - 1)) < 0 THEN
              1320
730         IF (I - (X1 - 1)) = 0 THEN
              840
740         IF (I - (X1 - 1)) > 0 THEN
              750
750         IF (I - (X2 + 1)) < 0 THEN
              780
760         IF (I - (X2 + 1)) = 0 THEN
              840
770         IF (I - (X2 + 1)) > 0 THEN
              1320
780         IF (J - (Y1 - 1)) < 0 THEN
              1310
790         IF (J - (Y1 - 1)) = 0 THEN
              840
800         IF (J - (Y1 - 1)) > 0 THEN
              810
810         IF (J - (Y2 + 1)) < 0 THEN
              840
820         IF (J - (Y2 + 1)) = 0 THEN
              840
830         IF (J - (Y2 + 1)) > 0 THEN
              1310
840         LET N1 = 0
850         LET N2 = 0
860         REM :START
870         LET X = I
880         LET Y = J
890         LET N1 = N1 + 1
900         RANDOMIZE 32765: X7 = RND
910         REM :ПРОВЕРЯЕМ ПОЛОЖЕНИЕ ТОЧКИ
920         IF Y = Y1 THEN
              1080
930         IF (X7 - 0.25) <= 0 THEN
              950
940         IF (X7 - 0.25) > 0 THEN
              970

```

```

950      LET X = X - 1
960      GOTO 1220
970      IF (X7 - 0.5) <= 0 THEN
990          990
980          IF (X7 - 0.5) > 0 THEN
1010              1010
990          LET X = X + 1
1000      GOTO 1220
1010      IF (X7 - 0.75) <= 0 THEN
1030          1030
1020      IF (X7 - 0.75) > 0 THEN
1050          1050
1030      LET Y = Y - 1
1040      GOTO 1220
1050      LET Y = Y + 1
1060      GOTO 1220
1070      REM :НА ПОВЕРХНОСТИ ДИЗЛЕКТРИКА
1080      IF (X7 - P1) <= 0 THEN
1100          1100
1090      IF (X7 - P1) > 0 THEN
1120          1120
1100      LET Y = Y - 1
1110      GOTO 1220
1120      IF (X7 - P1 - P2) <= 0 THEN
1140          1140
1130      IF (X7 - P1 - P2) > 0 THEN
1160          1160
1140      LET Y = Y + 1
1150      GOTO 1220
1160      IF (X7 - P1 - P2 - P3) <= 0 THEN
1180          1180
1170      IF (X7 - P1 - P2 - P3) > 0 THEN
1200          1200
1180      LET X = X - 1
1190      GOTO 1220
1200      LET X = X + 1
1210      REM :УДАЧНАЯ ПОПЫТКА?
1220      IF ((X <= XBOT) OR (X >= XTIP) OR (Y <= YBOT) OR
(Y >= YTIP)) THEN
1270          1270
1230      IF ((X >= X1) AND (X <= X2) AND (Y >= Y1) AND
(Y <= Y2)) THEN
1260          1260
1240      GOTO 900
1250      REM :ЧИСЛО ИТЕРАЦИИ МЕНЬШЕ 200
1260      LET N2 = N2 + 1
1270      IF N1 < 200 THEN
870
1280      REM :ВЫЧИСЛЕНИЕ РАЗНОСТИ ПОТЕНЦИАЛОВ
1290      LET V(I - X1 + 1, J - Y1 + 1) = N2 / N1
1300      PRINT I, J, V(I - X1 + 1, J - Y1 + 1)
1310      NEXT J
1320      NEXT I
1330      REM
1340      REM СТРУКТУРА ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ
1350      FOR J = 0 TO ((Y2 + 1) - (Y1 - 1))
1360          LET E1(J) = V(1, J) - V(0, J)
1370          LET E2(J) = V(X2 + 1 - X1, J) - V(X2 - X1 + 2, J)
1380      NEXT J
1390      FOR J = 0 TO (X2 - X1 + 2)
1400          LET E3(J) = V(J, Y2 - Y1) - V(J, Y2 - Y1 - 1)
1410          LET E4(J) = V(J, Y2 - Y1 + 1) - V(J, Y2 - Y1 + 2)
1420      NEXT J
1430      REM ИНТЕГРИРОВАНИЕ В ЗАКОНЕ ГАУССА
1440      REM ПРИ НАХОЖДЕНИИ ПОЛНОГО ЗАРЯДА
1450      REM ВЕДЕТСЯ ПО
1460      REM ПРАВИЛУ ТРАПЕЦИИ
1470      LET F = 0

```

```

1480 LET G = 0
1490 FOR J = 1 TO (X2 - X1 + 1)
1500     LET F = F + E3(J)
1510     LET G = G + E4(J)
1520 NEXT J
1530 LET LOWQ = E0 * ER * (E3(0) / 2 + E3(6) / 2 + F)
1540 LET UPPQ = E0 * (E4(0) / 2 + E4(6) / 2 + G)
1550 LET LEFTQ = E0 * (E1(0) / 2 * ER + E1(1) * (ER + 1) / 2 +
    E1(2) + E1(3) / 2)
1560 LET RIGHTQ = E0 * (E2(0) / 2 * ER + E2(1) * (ER + 1) / 2 +
    E2(2) + E2(3) / 2)
1570 LET Q = LOWQ + UPPQ + LEFTQ + RIGHTQ
1580 PRINT
1590 PRINT "*****"
1600 PRINT
1610 PRINT "ПОГОННАЯ ЕМКОСТЬ = "INT(Q*1E14+0.5)/100" ПФ/М"
1620 PRINT
1630 PRINT "*****"
1640 END

```

КОНЕЦ ТЕКСТА ПРОГРАММЫ

JRUN

I	J	НАПРЯЖЕНИЕ *)
47	11	.595
47	12	.75
47	13	.775
47	14	.835
48	11	.715
48	12	.845
48	13	.955
48	14	.795
49	11	.755
49	12	.86
49	13	.91
49	14	.8
50	11	.82
50	12	.86
50	13	.905
50	14	.8
51	11	.81
51	12	.865
51	13	.965
51	14	.75
52	11	.715
52	12	.605
52	13	.865
52	14	.835
53	11	.335
53	12	.715
53	13	.625
53	14	.805

ПОГОННАЯ ЕМКОСТЬ = 23.7 ПФ/М

*) КОНКРЕТНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ЗАВИСЯТ ОТ ДАТЧИКА СЛУЧАЙНЫХ ЧИСЕЛ, ЕГО ПЕРЕНАСТРОЙКИ И ТИПА МАШИНЫ (ПРИМ. РЕД.)

С помощью операторов 1070 – 1110 эта вероятность вычисляется со стороны диэлектрика. ЭВМ генерирует лишь псевдослучайные последовательности чисел, т. е. такие последовательности, статистические свойства которых близки к тем, которые истинно случайны. Поэтому при каждом блуждании из узла должна использоваться новая последовательность таких чисел. Тем самым на каждом шаге обеспечивается случайное блуждание, независимое от предыдущего (операторы 690 – 710). Операторы, начиная с 1430 до конца программы, обеспечивают вычисление заряда в соответствии с законом Гаусса. Операторы 1460 – 1520 реализуют процедуру численного интегрирования. Использование в программе более точного правила интегрирования (Симпсона либо аналогичного) может обеспечить меньшую погрешность при определении заряда при том же числе точек. В программе MONTE после запуска требуется на счет около 90 с на 1 точку при числе испытаний до 200.

"Качество" вырабатываемых случайных чисел необходимо проверять. Имеются различные простые способы проверки. Один из них основан на анализе периодичности последовательности, вырабатываемой датчиками случайных чисел (тест-программа 3.3 RANPOM CHECK1). Тест-программа 3.4 RANDOM CHECK2 позволяет определять медиану, математическое ожидание и дисперсию.

DE FORMATTED LISTING
FILE: PROGRAM 3.3 RANDOM CHECK 1
PAGE-1

```

10 REM
20 REM --- RANDOM CHECK 1 ---
30 REM
40 REM THIS PROGRAM CHECKS
50 REM THE LTH. OF A PSEUDO
60 REM RANDOM NO. GENERATOR
70 REM SEQUENCE PRODUCED BY
80 REM SUBROUTINE 370
90 CLS
100 PRINT "TEST OF SEQUENCE LTH."
110 PRINT "I/P SIGNIFICANT PLACES EG. 0.001"
120 INPUT R
130 LET R = 1 / R
140 LET A2 = 24298:
LET C = 9991:
LET AM = 199017:
LET X9 = 2
150 PRINT "WORKING: -----"
160 DIM C(3)
170 FOR I = 1 TO 3
180     GOSUB 440
190     LET Y = X9 / 199017
LET C(I) = Y
200     LET C(I) = INT (C(I) * R + .5) / R
210 NEXT I
220 LET N = 3
230 LET N1 = 3
240 GOSUB 440
250 LET X = INT (Y * R + .5) / R
260 LET N = N + 1
270 LET N1 = N1 + 1
280 IF X = C(1) THEN
    330
290 IF N1 < 10000 THEN
    240

```

```

10 300 PRINT "NO REPEAT YET, N = "N
20 310 LET N1 = 0
30 320 GOTO 250
40 330 GOSUB 390
50 340 IF X < > C(2) THEN
60 250
70 350 GOSUB 390
80 360 IF X < > C(3) THEN
90 250
100 370 PRINT "TEST COMPLETED"
110 380 GOTO 520
120 390 PRINT "REPETED NO. AT N = "N
130 400 GOSUB 440
140 410 LET X = INT (Y * R + .5) / R
150 420 LET N = N + 1
160 430 RETURN
170 440 LET A3 = A2 * X9 + C
180 450 LET A4 = A3 / AM
190 460 LET M2 = INT (A4)
200 470 LET A5 = A3 - M2 * AM
210 480 LET X9 = A5 / AM
220 490 LET Y = X9
230 500 LET X9 = X9 * 199017
240 510 RETURN
250 520 END

```

END-OF-LISTING

]RUN
 TEST OF SEQUENCE LTH.
 I/P SIGNIFICANT PLACES EG. 0.001
 ?0.01
 WORKING: -----

REPETED NO. AT N = 158
 REPETED NO. AT N = 273
 REPETED NO. AT N = 590

•
 •
 •
 •
 •
 •
 •

]C FORMATTED LISTING
 FILE: PROGRAM 3.4 RANDOM CHECK 2
 PAGE-1

```

10 REM
20 REM --- RANDOM CHECK 2 ---
30 REM
40 REM THIS PROGRAM COMPUTES
50 REM THE MEAN, S.D., AND
60 REM % OF OCCURANCE OF
70 REM UNIFORMLY DIST. RANDOM
80 REM NO.S BETWEEN 0,1
90 DIM B(10):
CLS
100 PRINT
110 PRINT "ENTER NO. OF SAMPLES"
120 INPUT L
130 PRINT
140 PRINT "ANALYSIS OF "L" SAMPLES"
150 LET U = SQR (12)
160 LET A = 0:

```

```

LET B = 0:
LET T = 0:
LET V = 0
170 REM
180 REM SET UP RANDOM NO.
190 REM GENERATOR PARAMETERS
200 LET A2 = 24298:
LET C = 9991:
LET AM = 199017:
LET X9 = 2
210 PRINT
220 PRINT WORKING:-----
230 FOR I = 0 TO 9
240     LET B(I) = 0
250 NEXT I
260 PRINT
270 PRINT "THEORETICAL RESULTS:----"
280 PRINT "MEAN VALUE = 0"
290 PRINT "STANDARD DEVIATION = 1"
300 PRINT "MAX. VALUE = +1.732"
310 PRINT "MIN. VALUE = -1.732"
320 FOR I = 1 TO L
330     GOSUB 650
340     LET A = A + X
350     LET V = V + X * X
360     IF Y > T THEN
            390
370     IF X < B THEN
            400
380     GOTO 420
390     LET T = X
400     GOTO 420
410     LET B = X
420 NEXT I
430 LET F0 = (V - A * A / L) / (L - 1)
440 PRINT
450 PRINT "ACTUAL RESULTS*****"
460 PRINT "MEAN = "A / L
470 PRINT "SD = " SQR (F0)
480 PRINT "MAX = "T
490 PRINT "MIN = "B
500 PRINT SAMPLE, "PERCENT"
510 FOR I = 0 TO 9
    PRINT I,B(I) * 100 / L
520
530 NEXT I
540 PRINT
550 PRINT "DO YOU WANT ANOTHER GO?"
560 PRINT "ENTER 1 IF YES ; 0 IF NO"
570 INPUT Y
580 IF Y = 0 THEN
    760
590 IF Y = 1 THEN
    100
600 GOTO 550
610 REM
620 REM RAND. NO. GENERATOR
630 REM X=UNIFORMLY DIST. RAND.
640 REM NO. BETWEEN 0,1
650 LET A3 = A2 * X9 + C
660 LET A4 = A3 / AM
670 LET M2 = INT (A4)
680 LET A5 = A3 - M2 * AM
690 LET X9 = A5 / AM
700 LET X = X9
710 LET X9 = X9 * 199017
720 LET M = INT (10 * X)
730 LET B(M) = B(M) + 1
740 LET X = (X - 0.5) * U

```

```

750 RETURN
760 PRINT
770 PRINT "*** END OF PROGRAM ***"
780 END

```

END-OF-LISTING

3RUN

ENTER NO. OF SAMPLES
?1000

ANALYSIS OF 1000 SAMPLES

WORKING:-----

THEORETICAL RESULTS:----

MEAN VALUE = 0
STANDARD DEVIATION = 1
MAX. VALUE = +1.732
MIN. VALUE = -1.732

ACTUAL RESULTS*****

MEAN = .0158232903
SD = .969824911
MAX = 1.72820407
MIN = -1.73083238

SAMPLE	PERCENT
0	8.7
1	9.9
2	9.9
3	10.2
4	10.1
5	11.3
6	10.1
7	10.8
8	9.7
9	9.3

DO YOU WANT ANOTHER GO?
ENTER 1 IF YES ; 0 IF NO
?0

*** END OF PROGRAM ***

3.7. МЕТОД МОМЕНТОВ

Кроме описанных выше методов – конечно-разностного и Монте-Карло – решение уравнения Лапласа можно получить с помощью метода моментов [8], являющегося упрощенным вариантом более общего и чрезвычайно мощного метода, известного как метод конечных элементов [11].

Исходной точкой при описании метода моментов может служить закон Кулона

$$F = qQ/4\pi\epsilon_0 R^2, \quad (3.23)$$

согласно которому сила F взаимодействия между двумя точечными зарядами q и Q обратно пропорциональна квадрату расстояния R между зарядами. В векторной форме этот закон имеет вид*

$$\mathbf{F} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 R^2} \mathbf{r}, \quad (3.24)$$

* Для вакуума – Прим. ред.

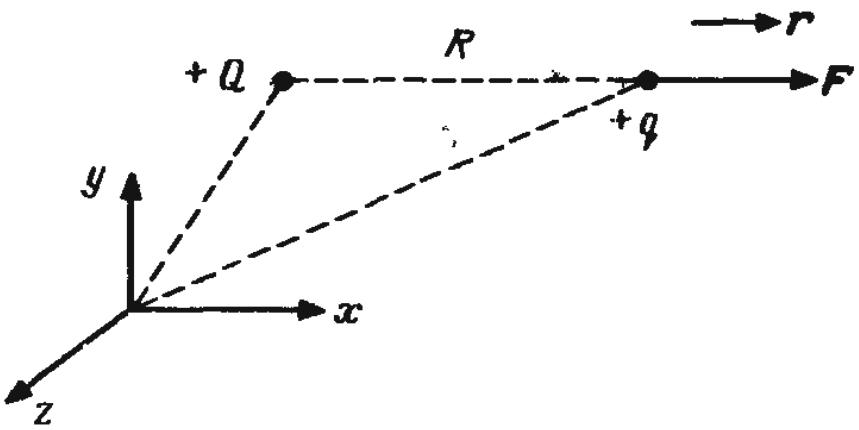


Рис. 3.15. Взаимодействие одноименных зарядов

где \mathbf{F} – векторная величина и \mathbf{r} – единичный вектор, направленный от q к Q . В зависимости от знака заряды притягиваются либо отталкиваются. На рис. 3.15 изображена ситуация, когда заряды одноименные. Если полярность зарядов разная, следует изменить направление вектора \mathbf{F} на противоположное, что будет соответствовать притяжению зарядов. Пусть заряд Q состоит из большого числа отдельных точечных зарядов Q_i . Тогда полная сила, действующая на точечный заряд q , равна векторной сумме всех сил, создаваемых каждым из отдельных зарядов:

$$\mathbf{F} = \sum_{\text{по всем зарядам}} \frac{qQ_i}{4\pi\epsilon_0 R_i^2} \mathbf{r}_i,$$

где индекс i соответствует i -му точечному заряду.

Эта сумма переходит в интеграл, когда заряд распределен с некоторой плотностью ρ вдоль линии, поверхности или в объеме. Интегрирование ведется по всей области, занятой зарядом:

$$\mathbf{F} = \int_V \frac{q\rho}{4\pi\epsilon_0 R^2} \mathbf{r} dV, \quad (3.25)$$

где величина заряда Q_i в i -й точке связана с плотностью ρ распределения заряда в окрестности этой точки соотношением $Q_i = \rho_i dV$. Плотность может быть функцией одной, двух либо трех координат:

$$\rho = \rho(x, y, z).$$

В последнем случае интегрирование в (3.25) ведется по объему V .

Как следует из закона Кулона, на пробный заряд q , расположенный вблизи другого заряда Q , действует сила, пропорциональная Q . Отношение этой силы к заряду q , очевидно, не зависит от величины пробного заряда и характеризует напряженность электрического поля, созданного точечным зарядом Q . Пусть q – бесконечно малый положительный заряд. Тогда вектор напряженности электрического поля

$$\mathbf{E} = \lim_{q \rightarrow 0} \frac{\mathbf{F}}{q} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \mathbf{r},$$

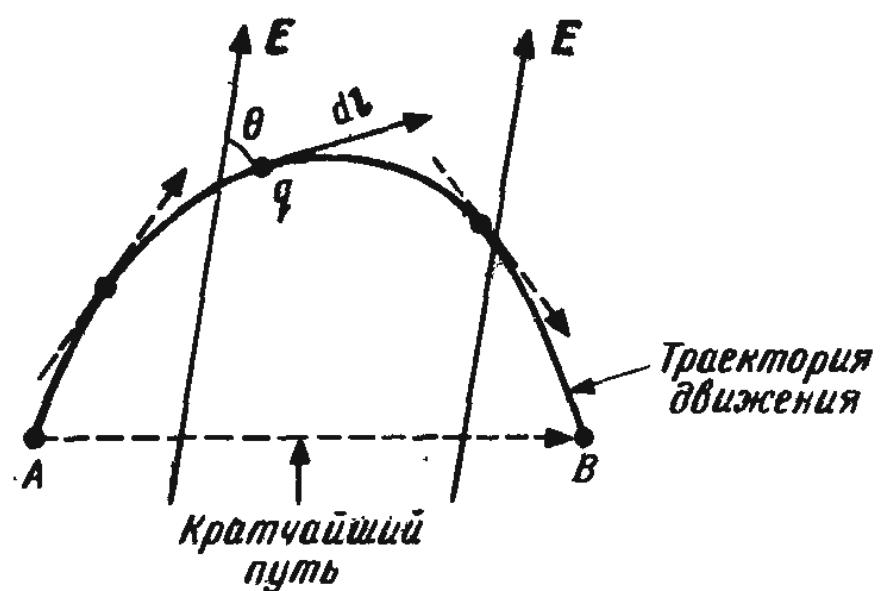
а для непрерывного распределения заряда

$$\mathbf{E} = \int_V \frac{\rho(x, y, z)}{4\pi\epsilon_0 R^2} \mathbf{r} dV \quad [\text{В/м или Н/Кл}].$$

Пусть точечный заряд q перемещается в статическом электрическом поле из точки А в точку В вдоль траектории, изображенной на рис. 3.16. Так как работа есть произведение силы на путь, то

$$\text{Работа} = - q \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l},$$

Рис. 3.16. Движение точечного заряда в электрическом поле



где \cdot – символ скалярного произведения, т. е. $X \cdot Y = |X| |Y| \cos \theta$, где θ – угол между векторами X и Y . Но работа в электрическом поле равна разности потенциалов между точками B и A , поэтому

$$-\int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \phi(B) - \phi(A)$$

или

$$\int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\phi(B) + \phi(A).$$

Полагая, что точка A расположена на бесконечности, где потенциал равен нулю, получаем

$$\phi(B) = - \int_{\infty}^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}. \quad (3.26)$$

Подставляя в (3.26) выражение, описывающее напряженность поля для точечного заряда, и учитывая, что $d\mathbf{l} = r dR \hat{r}$, находим

$$\phi(B) = Q/4\pi\epsilon_0 R,$$

тогда как при непрерывном распределении зарядов с плотностью $\rho(x, y, z)$

$$\phi(x_0, y_0, z_0) = \int_V \frac{\rho(x, y, z)}{4\pi\epsilon_0 R_0} dv, \quad (3.27)$$

где $R_0 = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}$; x, y, z – координаты точек, где расположен заряд; x_0, y_0, z_0 – координаты точек, где определяется потенциал. Можно показать, что выражение (3.27) есть решение уравнения Пуассона

$$\nabla^2 \phi(x, y, z) = -\rho(x, y, z)/\epsilon_0.$$

Предположим, что распределение потенциала $\phi(x, y, z)$ в рассматриваемой системе нам известно, а плотность распределения зарядов не известна. Метод моментов позволяет восстановить функцию $\rho(x, y, z)$. Как это делается? Один из способов заключается в следующем. Искомая функция представляется в виде

$$\rho(x, y, z) = \sum_{i=1}^N K_i f_i(x, y, z), \quad (3.28)$$

где K_i – неизвестные коэффициенты, а $f_i(x, y, z)$ – некоторые функции.

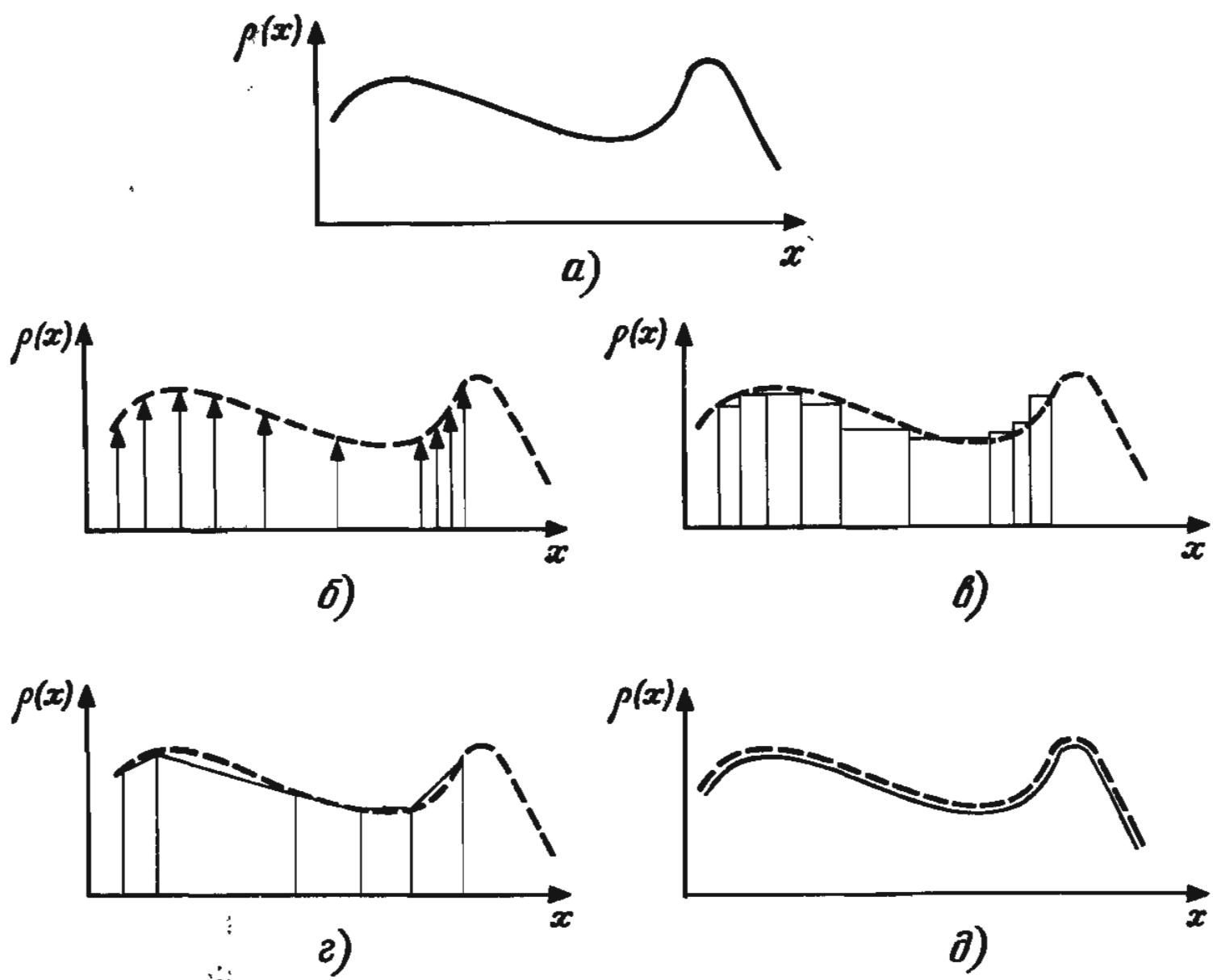


Рис. 3.17. Реальное распределение заряда (а) и его аппроксимация: импульсная (б); ступенчатая (в); кусочно-линейная (г) и с помощью полинома степени N (д)

Согласно этому равенству в этой области или на той поверхности (линии), где находятся заряды, плотность их распределения представляется в виде суммы из N слагаемых, каждое из которых соответствует заранее известному распределению $f_i(x, y, z)$. Эти распределения $f_i(x, y, z)$ выбираются различными способами. Обратимся к рис. 3.17, а, где изображена одномерная зависимость $\rho(x)$. В простейшем случае полагают, что функцию $\rho(x)$, как показано на рис. 3.17, б, можно представить в виде дискретного набора бесконечно узких импульсов, амплитуда каждого из которых равна значению $\rho(x)$ в соответствующей точке вдоль оси x . Эта ситуация показана на рис. 3.18. Поскольку амплитуды (весовые коэффициенты) находятся с некоторой погрешностью, всегда существует расхождение между реальным и рассчитанным распределениями заряда. Отметим, что интервалы между точками вдоль оси x не обязательно равные. Неравномерное распределение точек позволяет более тщательно описывать распределение зарядов в тех областях, где его изменения более сильно выражены.

Следующий вид аппроксимации ступенчатый (рис. 3.17, в). Ширина ступенек выбирается различной и зависит от характера изменения функции $\rho(x)$. Как видно из

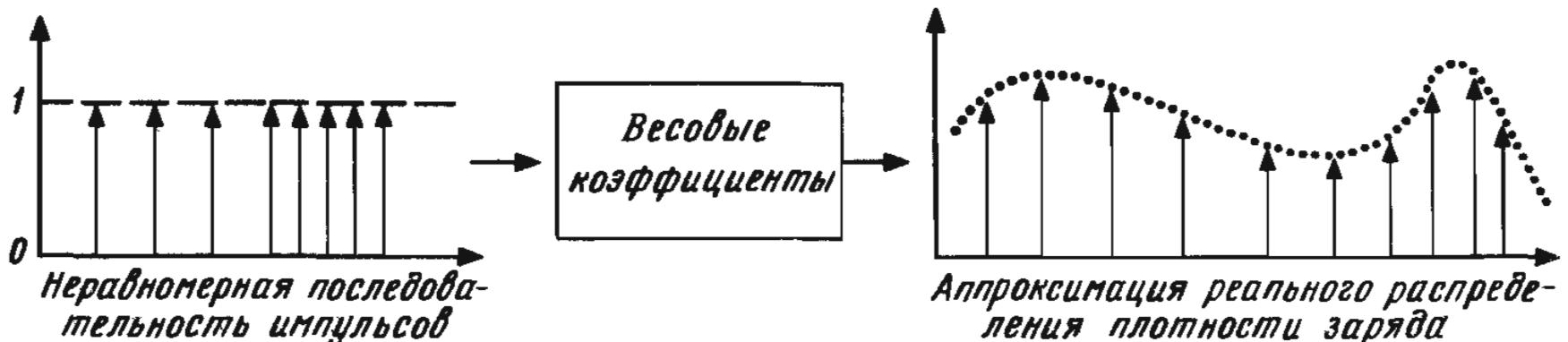


Рис. 3.18. Создание распределения заряда с помощью импульсов с весовыми коэффициентами

рис. 3.17, в, на отдельных интервалах значения аппроксимирующей функции больше истинных, на других – меньше, т. е. исходное распределение заряда описывается с определенной погрешностью. Однако на величине полного заряда эти отклонения сказываются слабо, поскольку определение полного заряда связано с операцией усреднения и сводится к нахождению площади под кривой, описывающей распределение заряда, а это эквивалентно низкочастотной фильтрации. Отсюда следует важный для практики вывод: даже при относительно грубой аппроксимации распределения плотности заряда емкость, определяемая по этому распределению, будет благодаря усреднению (фильтрации) вычислена достаточно точно.

Более сложные виды аппроксимации – кусочно-линейная (рис. 3.17, г) или полиномиальная (рис. 3.17, д) – чаще используются в методе конечных элементов и позволяют достигать лучших результатов; однако реализация на ЭВМ этих видов аппроксимации требует очень хороших навыков в программировании.

Аналогично осуществляется аппроксимация в двухмерном и трехмерном случаях. Подставляя (3.28) в (3.27), получаем

$$\phi_j = \phi(x_j, y_j, z_j) = \sum_{i=1}^N \frac{K_i}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{f_i(v)}{v_i} dv. \quad (3.29)$$

На вычислительной машине наиболее просто реализуется импульсная аппроксимация. Предположим, что под влиянием некоторого потенциала на плоской поверхности прямоугольного проводника (рис. 3.19) появилось некоторое распределение заряда. Разобьем поверхность проводника на большое число малых подобластей. Из физических соображений ясно, что при такой аппроксимации заряд располагается в центре каждой из подобластей, а амплитуда всех импульсов полагается равной единице (рис. 3.19, а). Введение весовых коэффициентов (амплитуд) позволяет с помощью импульсной аппроксимации приблизиться к реальному распределению заряда. На рис. 3.19, б изображена такая аппроксимация для проводника прямоугольной формы, разбитого на девять подобластей площадью ΔA .

Обозначим входящие в (3.29) величины

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dv}{v_i} R_{ij},$$

где $R_{ij} = [(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2]^{1/2}$ – расстояние от центра i -го объема до точки с координатами x_j, y_j, z_j , через C_{ij} ^{*}. При записи учитывалось что, $f_i(x, y, z) = 1$ в

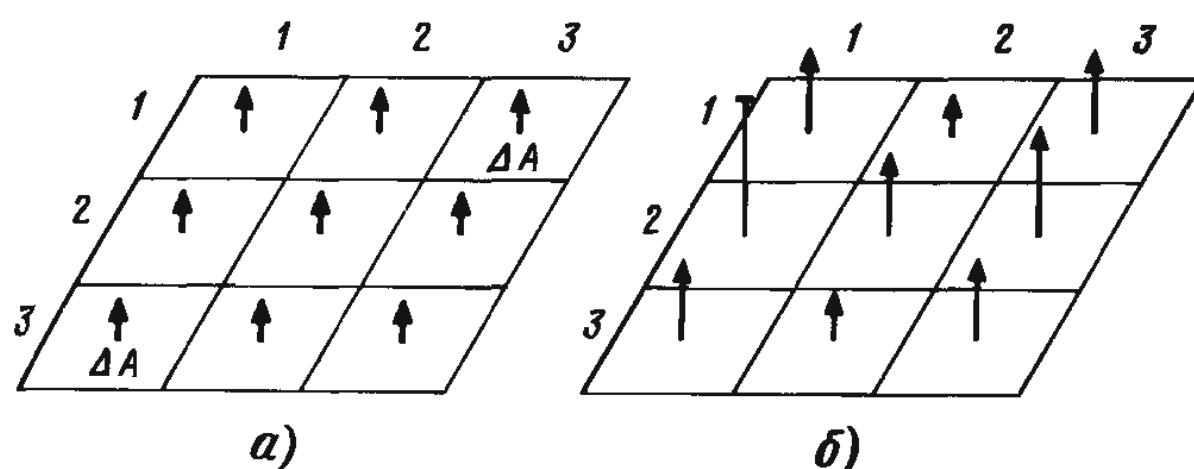


Рис. 3.19. Импульсная аппроксимация при равномерном распределении поверхностного заряда $C_{11} = C_{12} \dots C_{23} = 1$ (а) и с учетом весовых коэффициентов (б)

* Отметим, что при таком определении C_{ij} имеет размерность $[B/(Кл/m^3)]$, т. е. смысл введенных потенциальных коэффициентов: разность потенциалов, приходящихся на единицу объемного заряда (либо поверхностного в двухмерных задачах). – Прим. ред.

объеме v_i и равно 0 вне объема. Тогда (3.29) примет вид

$$\phi_j = \phi(x_j, y_j, z_j) = \sum_{i=1}^N C_{ij} K_i.$$

Записав аналогичные соотношения для точек $j = 1, 2, \dots, N$, можно получаемую при этом систему уравнений представить в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \phi_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \cdots & C_{1N} \\ C_{21} & C_{22} & \cdots & C_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ C_{N1} & C_{N2} & \cdots & C_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ K_N \end{bmatrix}$$

или как

$$\Phi = CK. \quad (3.30)$$

Предположим, что все величины C_{ij} рассчитаны. Вектор-столбец K содержит искомые весовые коэффициенты. Умножая обе части уравнения (3.30) на C^{-1} , где C^{-1} – матрица, обратная C , находим весовые коэффициенты:

$$K = C^{-1}\Phi.$$

Вернемся снова к равенству (3.29). В случае плоского проводника при $f_i(x, y) = 1$ в пределах элемента ΔA_i интеграл

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\Delta A_i} \frac{f_i(x, y)}{R_{ij}} ds \approx \frac{\Delta A_i}{4\pi\epsilon_0 R_{ij}},$$

где ΔA_i – площадь i -й подобласти, в центре которой располагается заряд.

Чтобы подробнее ознакомиться с методом, покажем, как выполнить с его помощью анализ конденсатора с воздушным заполнением. В простейшем случае этот конденсатор состоит из двух параллельных идеально проводящих пластин, разделенных воздушным промежутком. В первом приближении емкость такого конденсатора

$$C = \epsilon_0 ab/d [\Phi].$$

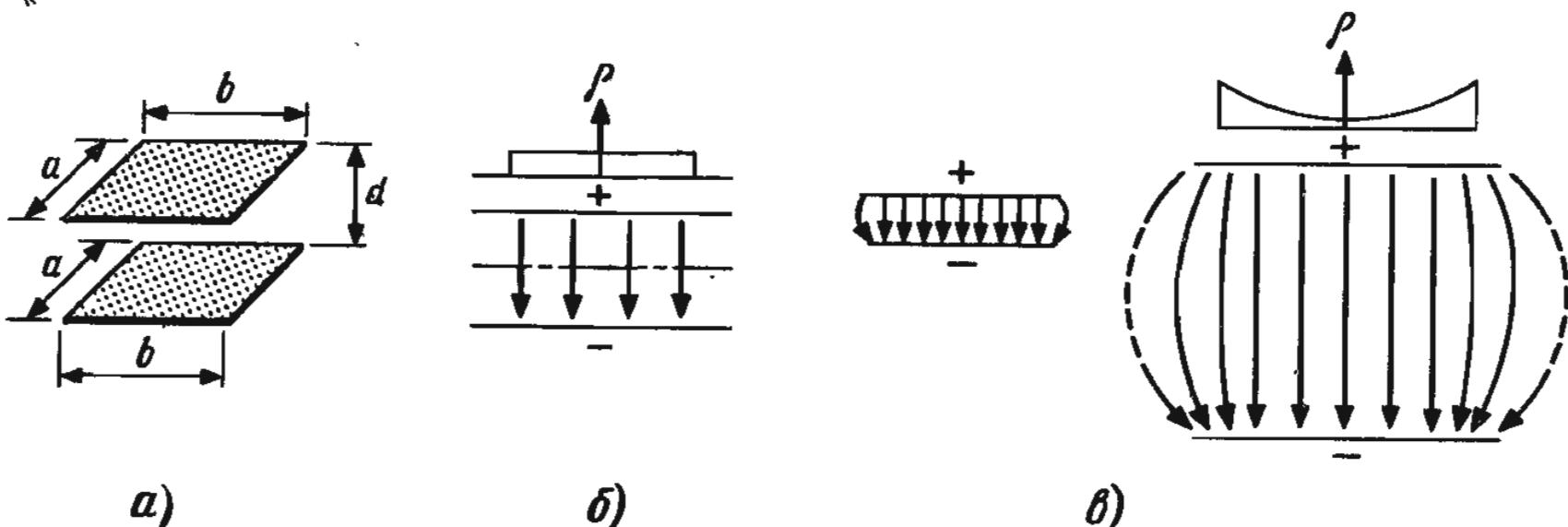


Рис. 3.20. Прямоугольный плоский конденсатор:

а) обозначения; б) структура электрического поля без учета полей на краях пластин; в) поле вблизи краев пластин у конденсатора с небольшим зазором между ними чрезвычайно мало, а у конденсатора с большим расстоянием между пластинами – велико

Смысл величин a , b и d ясен из рис. 3.20. Эта формула получена в предположении, что распределение зарядов по поверхности каждой из пластин равномерное ($\rho = \text{const}$ на рис. 3.20, б), и без учета влияния электрических полей за пределами зазора между пластинами (краевого эффекта).

Метод моментов позволяет учесть дополнительную емкость, обусловленную краевыми полями, и получить более точное значение емкости. Попутно рассчитывается более близкое к реальному распределение заряда на каждой из пластин.

Объем вычислений при нахождении решения можно уменьшить, если положить, что одна из обкладок конденсатора находится под потенциалом +1 В, а другая – под потенциалом -1 В. Благодаря геометрической симметрии конденсатора распределение заряда на нижней его обкладке будет таким же, что и на верхней, но противоположно по знаку. Это позволяет вдвое уменьшить число неизвестных в матричном уравнении. Пусть из N подобластей площадью ΔA n элементов расположено на нижней и n на верхней пластинах. Тогда матричное уравнение принимает вид

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1N} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \dots & C_{nN} \\ \hline C_{n+1,1} & C_{n+1,2} & \dots & C_{n+1,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{N1} & C_{N2} & \dots & C_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ \vdots \\ K_n \\ \hline K_{n+1} \\ \vdots \\ K_{2n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +1 \\ +1 \\ \vdots \\ +1 \\ \hline -1 \\ \vdots \\ -1 \end{bmatrix}$$

верхняя
пластини

нижняя
пластини

Матрица-столбец содержит $N = 2n$ неизвестных коэффициентов, но отмеченная выше симметрия позволяет уменьшить их число. Действительно, заряд элемента 1 будет равен по величине и противоположен по знаку заряду элемента $n + 1$, т. е. $K_{n+1} = -K_1$, а заряд элемента n равен и противоположен заряду элемента $2n$, т. е. $K_{2n} = -K_n$. Поэтому в уравнении остается всего n неизвестных, а само уравнение упрощается:

$$\begin{bmatrix} C_{11} - C_{1,n+1} & C_{12} - C_{1,n+2} & \dots & C_{1n} - C_{1,2n} \\ C_{21} - C_{2,n+1} & C_{22} - C_{2,n+2} & \dots & C_{2n} - C_{2,2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1} - C_{n,n+1} & C_{n2} - C_{n,n+2} & \dots & C_{nn} - C_{n,2n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ \vdots \\ K_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$$

Каждый элемент $C_{ij} - C_{i,n+j}$ модифицированной матрицы \mathbf{C} , выписанной выше, равен вкладу в потенциал* i -го элемента от заряда j -го элемента на верхней пластине и $(n + j)$ -го элемента на нижней пластине.

Поскольку вектор-столбец потенциалов в правой части модифицированного матричного уравнения состоит из одних единиц, то на обращении модифицированной матрицы \mathbf{C} фактически заканчивается решение. Действительно, в этом случае каждый

* См. сноску на стр. 109 – Прим. ред.

из весовых коэффициентов (величины зарядов) в ячейке равен простой арифметической сумме матричных элементов, расположенных в соответствующей строке обратной матрицы C^{-1} . Учитывая, что разность потенциалов между пластинами равна $2V$, находим емкость конденсатора:

$$C = Q/2,$$

где

$$Q = \sum_{i=1}^N K_i \Delta A_i.$$

Если размер всех площадок ΔA_i выбирать единичным, то

$$Q = \sum_{i=1}^N K_i = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^N C_{ij}^{-1},$$

где C_{ij}^{-1} – элементы матрицы C^{-1} .

Необходимо указать на одну трудность, которая может возникнуть при численном расчете диагональных элементов модифицированной матрицы C . Одно из слагаемых в этих элементах описывает потенциал ячейки, созданный ее собственным зарядом, т.е. следует вычислить интеграл вида

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iint_{\Delta A_j} \frac{dxdy}{[(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2]^{1/2}}.$$

Трудность обусловлена тем, что при $x = x_j$, $y = y_j$ подынтегральная функция обращается в бесконечность. Харрингтон [8], используя таблицы интегралов [10], показал, что

$$C_{jj} = 0,8814/\pi\epsilon_0$$

при единичных размерах ячейки.

Результаты, полученные выше, были использованы при составлении программы для ЭВМ. Программа 3.5 САРМАТ позволяет с учетом симметрии найти решение системы емкостных уравнений для конденсаторов с подобластями единичных размеров. Выполнение программы начинается с ввода размеров пластин конденсатора, состоящих из $X \times Y$ подобластей, размеры каждой из которых приводятся к единице. Затем вводится расстояние между пластинами. Далее считаются элементы матрицы C , которая затем обращается с помощью алгоритма Гаусса-Джордана. Завершается программа вычислением полного заряда*.

JE FORMATTED LISTING
FILE: PROGRAM 3.5 SARMAT
PAGE-1

```

10 REM
20 REM **** ЕМКОСТЬ ****
30 REM
40 REM ВЫЧИСЛЯЕТСЯ ЕМКОСТЬ ПРЯМОУГОЛЬНОГО
50 REM КОНДЕНСАТОРА С ВОЗДУШНЫМ ЗАПОЛНЕНИЕМ
60 REM УЧИТЫВАЕТСЯ ВЛИЯНИЕ КРАЕВЫХ ПОЛЕЙ
70 REM ВЫЧИСЛЕНИЯ ВЕДУТСЯ МЕТОДОМ
80 REM МОМЕНТОВ
90 REM ЧИСЛО ЭЛЕМЕНТОВ 6 X 6

```

* Для определения емкости реального конденсатора необходимо полученное значение умножить на площадь пластины и разделить на величину зазора. – Прим. ред.

```

100  CLS
110  PRINT
120  DIM X(36),Y(36),Z(1296)
130  DIM Q(36),A(36,36),B(36,36)
140  PRINT "ВВОД РАЗМЕРОВ КОНДЕНСАТОРА"
150  PRINT "ПРЕДПОЛАГАЕТСЯ, ЧТО ДЛИНА, ШИРИНА И"
160  PRINT "ЗАЗОР У КОНДЕНСАТОРА РАВНЫ,"
170  PRINT "КАК И РАЗМЕРЫ ВСЕХ ЭЛЕМЕНТОВ,"
180  PRINT "ПОЭТОМУ ИСПОЛЬЗУЮТСЯ НОРМИРОВАННЫЕ"
190  PRINT "РАЗМЕРЫ"
200  INPUT M
210  LET N = M:
220  LET D = M
230  LET PI = 3.141593
240  LET EP = 8.8553E - 12
250  REM .2225 - ЭМПИРИЧЕСКИЙ КОЭФФИЦИЕНТ
260  REM ДЛЯ СЕТКИ
270  LET P2 = 3.5256 - .2225
280  LET NN = N * M
290  LET N2 = NN * NN
300  LET FE = 2 * PI * EP * M
310  CLS
320  PRINT "ИДЕТ РАСЧЕТ: ---"
330  FOR J = 1 TO N
340    FOR I = 1 TO M
350      LET I1 = I + (J - 1) * M
360      LET X(I1) = J
370      LET Y(I1) = I
380    NEXT I
390  NEXT J
400  FOR J = 1 TO NN
410    FOR I = 1 TO NN
420      LET I1 = (J - 1) * NN + I
430      IF (I - J) < > 0 THEN
440        460
440      LET Z(I1) = P2
450      GOTO 480
460      LET P3 = (X(I) - X(J)) * (X(I) - X(J)) + (Y(I) - Y(J))
470        * (Y(I) - Y(J))
470      LET Z(I1) = 1 / SQR (P3) - 1 / SQR (P3 + D2)
480    NEXT I
490  NEXT J
500  FOR J = 1 TO NN
510    FOR I = J TO N2 STEP NN
520    NEXT I
530  NEXT J
540  FOR J = 1 TO NN
550    FOR I = 1 TO NN
560      LET I1 = (J - 1) * NN + I
570      LET A(J,I) = Z(I1)
580    NEXT I
590      LET B(J,J) = 1
600  NEXT J
610  FOR J = 1 TO NN
620    FOR I = J TO NN
630      IF A(I,J) < > 0 THEN
640        670
640    NEXT I
650    PRINT "ОСОБАЯ МАТРИЦА"
660    GOTO 980
670    FOR K = 1 TO NN
680      LET S = A(J,K)
690      LET A(J,K) = A(I,K)
700      LET A(I,K) = S
710      LET S = B(J,K)
720      LET B(J,K) = B(I,K)
730      LET B(I,K) = S

```

```

740      NEXT K
750      LET T = 1 / A(J,J)
760      FOR K = 1 TO NN
770          LET A(J,K) = T * A(J,K)
780          LET B(J,K) = T * B(J,K)
790      NEXT K
800      FOR L = 1 TO NN
810          IF L = J THEN
820              LET T = -A(L,J)
830              FOR K = 1 TO NN
840                  LET A(L,K) = A(L,K) + T * A(J,K)
850                  LET B(L,K) = B(L,K) + T * B(J,K)
860              NEXT K
870              NEXT L
880      NEXT J
890      FOR I = 1 TO NN
900          FOR J = 1 TO NN
910          NEXT J
920      NEXT I
930      FOR J = 1 TO NN
940          FOR I = 1 TO NN
950              LET I1 = (J - 1) * NN + I:
              LET Z(I1) = B(J,I)
960          NEXT I
970      NEXT J
980      FOR I = 1 TO NN
990          LET Q(I) = 0
1000      FOR J = 1 TO NN
1010          LET J1 = (J - 1) * NN + I
1020          LET Q(I) = Q(I) + Z(J1)
1030      NEXT J
1040      LET Q(I) = Q(I) * PE
1050      NEXT I
1060      PRINT
1070      PRINT "*****"
1080      PRINT
1090      PRINT "ЕМКОСТИ ОТДЕЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ (ПФ)"
1100      PRINT
1110      FOR I = 1 TO NN
1120          PRINT INT(Q(I) * 1E12 + .5)
1130      NEXT I
1140      PRINT
1150      LET Q3 = 0
1160      FOR J = 1 TO NN
1170          LET Q3 = Q3 + Q(J)
1180      NEXT J
1190      LET Q3 = Q3 / (M * M)
1200      PRINT "ПОЛНАЯ ЕМКОСТЬ РАВНА "INT(Q3 * 1E12 + .5)" (ПФ)"
1210      PRINT
1220      PRINT "*****"
1230      PRINT
1240      PRINT "ЕСЛИ ХОТИТЕ ПРОДОЛЖИТЬ РАСЧЕТ"
1250      PRINT "НАЖМИТЕ КЛАВИШУ RUN"
1260      PRINT
1270      PRINT "**** КОНЕЦ ПРОГРАММЫ ****"

```

КОНЕЦ ТЕКСТА ПРОГРАММЫ

ЭRUN

ВВОД РАЗМЕРОВ КОНДЕНСАТОРА
 ПРЕДПОЛАГАЕТСЯ, ЧТО ДЛИНА, ШИРИНА И
 ЗАЗОР У КОНДЕНСАТОРА РАВНЫ,
 КАК И РАЗМЕРЫ ВСЕХ ЭЛЕМЕНТОВ,
 ПОЭТОМУ ИСПОЛЬЗУЮТСЯ НОРМИРОВАННЫЕ
 РАЗМЕРЫ

ИДЕТ РАСЧЕТ: ---

ЕМКОСТИ ОТДЕЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ (ПФ)

24

24

24

24

ПОЛНАЯ ЕМКОСТЬ РАВНА 24 (ПФ)

ЕСЛИ ХОТИТЕ ПРОДОЛЖИТЬ РАСЧЕТ
НАЖМИТЕ КЛАВИШУ RUN

**** КОНЕЦ ПРОГРАММЫ ****

Модифицированный вариант этой программы можно использовать для расчета волнового сопротивления отрезков симметричной полосковой и микрополосковой линий. Программа должна состоять из трех частей: 1) расчет с диэлектрическим заполнением; 2) расчет без диэлектрика; 3) определение волнового сопротивления в статическом приближении по найденным в пп. 1 и 2 величинам емкостей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Ramo, S., Whinnery, J. R. and van Duzer, T., *Fields and Waves in Communication Electronics*, Wiley, 1967.
- 2 Lavenda, B.H., 'Brownian Motion', *Scientific American*, 252(2), Feb. 1985, 56–67.
- 3 Bevensee, R. M., 'Probabilistic Potential Theory Applied to Electrical Engineering Problems', *Proceedings of the I.E.E.E.* 61, (4), April 1973, 423–37.
Royer, G. M., 'A Monte Carlo Procedure for Potential Theory Problems'
I.E.E.E. Transactions Microwave Theory and Techniques, 19(10), Oct. 1971,
pp. 813–18.
- 4 Fidler, J. K. and Nightingale, C., *Computer Aided Circuit Design*, Nelson, 1978.
- 5 Crawford, T., 'Applesoft Random Function', *Call Apple*, 4 (2), Feb. 1981,
24–7.
- 6 Wensley, J. H. and Parker, F. W., 'The Solution of Electric Field Problems Using a Digital Computer', *Electrical Energy*, 1 (1), 1956.
- 7 Naylor, T. H., *Computer Simulation Techniques*, Wiley, 1966.
Hammersley, J. M. and Handscomb, D. C., *Monte Carlo Methods*, Methuen 1964.
- 8 Harrington, R. F., *Field Computation by Moment Methods*, Macmillan, 1968.
- 9 Adams, A. T., *Electromagnetics for Engineers*, Ronald Press, 1971.
- 10 Dwight, H. B., *Tables of Integrals and Other Mathematical Data*, Macmillan, 1957.
- 11 Silvester, P. P. and Ferrari, R. L., *Finite Elements for Electrical Engineers*, Cambridge University Press, 1983.
- 12 Bajpai, A. C., Mustoe, L. R. and Walker, D., *Engineering Mathematics*, Wiley, 1974.
- 13 Numerical Algorithms Group, *Fortran Library Manual, Mark 10, 4*, NAG Central Office, Mayfield House, 256 Banbury Road, Oxford, England.

Глава 4

СОГЛАСУЮЩИЕ УСТРОЙСТВА НА СОСРЕДОТОЧЕННЫХ И РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ЭЛЕМЕНТАХ. МЕТОДЫ СОГЛАСОВАНИЯ

Проблема согласования сопротивлений – одна из основных, с которой приходится сталкиваться разработчику цепей, образованных из отрезков линий передачи. В гл. 1 было показано, что при рассогласовании (сопротивление нагрузки не равно волновому сопротивлению) часть энергии падающей волны отражается к генератору. Суперпозиция падающей и отраженной волн приводит к появлению в определенных сечениях линии передачи узлов и пучностей. В результате образуется стоячая волна. При высоком уровне передаваемой мощности это нежелательно, так как в режиме стоячей волны максимумы тока и напряжения могут в 2 раза превышать их уровень в режиме согласования. Столь значительное увеличение тока и напряжения нередко приводит к пробою или разрушению диэлектрического заполнения.

Нередко волна, отраженная от нагрузки линии, оказывается причиной затягивания частоты генератора, питающего линию. Генератор начинает работать на частоте, несколько отличающейся от требуемой. В приемных устройствах рассогласование с антенной служит источником потерь части энергии, так как не вся принятая энергия поступает на вход усилителя. Тем самым ухудшаются параметры приемного устройства. Бывает весьма полезно контролировать уровень рассогласования, поскольку, например, в малошумящих усилителях величины входного сопротивления активных элементов, соответствующие максимуму усиления и минимуму шумов, не совпадают. Преднамеренное рассогласование на входе усилителя нередко улучшает шумовые характеристики при несколько меньшем усиении.

Что необходимо предпринять для достижения требуемого уровня согласования? Во-первых, следует овладеть методами расчета уровня рассогласования, вызываемого нагрузкой, подключенной к источнику. Во-вторых, необходимо овладеть методами направленного воздействия на уровень отражений, что дает возможность разработчику достигнуть требуемого уровня согласования. В гл. 1 были получены выражения, связывающие величины рассогласования и $K_{ст} U$. Однако подобная характеристика не является полной. Существенно большую информацию позволяет получать подход, основанный на использовании диаграммы Смита.

4.1. ДИАГРАММА СМИТА

Информацию, необходимую при анализе согласования, можно извлечь из выражения (1.30), связывающего входное сопротивление отрезка линии с сопротивлением нагрузки на его конце. Однако при ручных расчетах воспользоваться этим выражением не столь уж просто из-за наличия в нем гиперболических функций от комплексного аргумента. В 1939 г. П. Х. Смит инженер фирмы Bell Telephone Laboratories, описал метод графического представления характеристик линии передачи [1]. Диаграмма, предложенная им, относится к числу наиболее гибких и общих диаграмм, используемых до настоящего времени при анализе согласования. Изображена эта диаграмма на рис. 4.1. Основная заслуга Смита в том, что он дал отличающееся от известных в то время графическое описание для пассивных нагрузок, когда коэффициент отражения равен единице или меньше. До настоящего времени диаграмма Смита, изображенная на рис. 4.1, относится к числу наиболее универсальных и широко используемых при

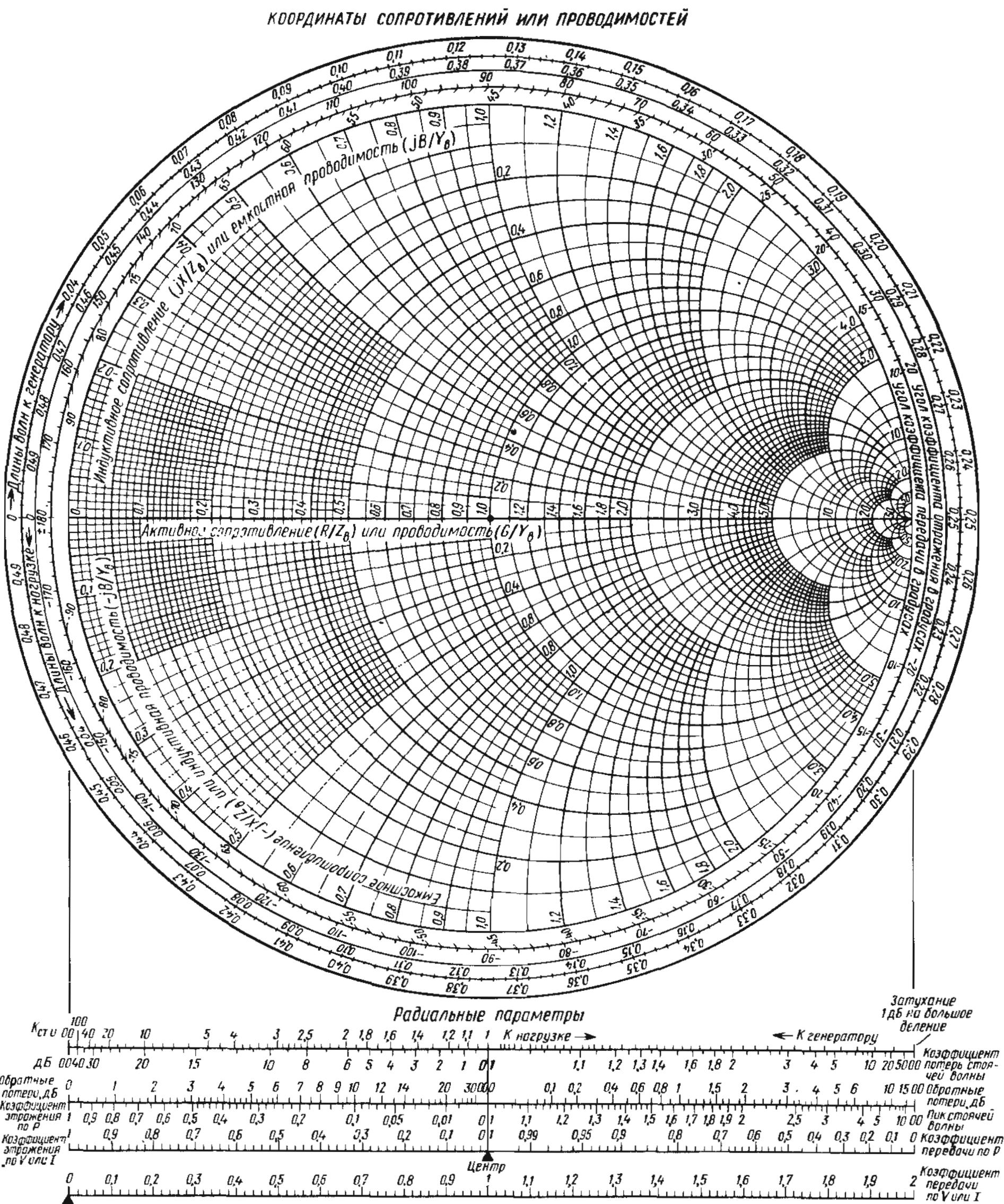


Рис. 4.1. Стандартная форма диаграммы Смита с нормированными величинами сопротивлений

решении проблемы согласования. На первый взгляд диаграмма сложна и непонятна.

Начнем с замечания, что диаграмма Смита основана на графическом представлении коэффициента отражения по напряжению, описываемого равенством (1.37). Перепишем его:

$$\Gamma = (Z_H - Z_B)/(Z_H + Z_B).$$

Нормируя сопротивление нагрузки относительно Z_B , получаем

$$\Gamma = \left(\frac{Z_{\text{H}}}{Z_{\text{B}}} - 1 \right) / \left(\frac{Z_{\text{H}}}{Z_{\text{B}}} + 1 \right). \quad (4.1)$$

Положим

$$\Gamma = u + jv \text{ и } Z_{\text{H}}/Z_{\text{B}} = Z' = R' + jX',$$

где штрих означает нормирование величины к волновому сопротивлению линии. Напомним, что коэффициент отражения и сопротивления в линии, как правило, комплексные величины.

После подстановки этих комплексных величин в (4.1) приходим к равенству

$$u + jv = ((R' - 1) + jX') / ((R' + 1) + jX').$$

Приравняем действительные и мнимые части в обеих частях этого выражения:

$$\left. \begin{aligned} R'(u - 1) - X'v &= -(u + 1), \\ R'v + X'(u - 1) &= -v. \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

Найдем из первого равенства

$$X' = (R'(u - 1) + (u + 1)) / v$$

и подставим во второе

$$R'v + \frac{[R'(u - 1) + (u + 1)](u - 1)}{v} = -v.$$

Приводя к общему знаменателю и объединяя слагаемые при u^2 и v^2 , получаем

$$v^2(R' + 1) - 2uR' + u^2(R' + 1) = 1 - R'$$

или после деления на $R' + 1$

$$v^2 + u^2 - 2uR' / (1 + R') = (1 - R') / (1 + R').$$

Так как

$$\left(u - \frac{R'}{1 + R'} \right)^2 = u^2 - \frac{2uR'}{1 + R'} + \frac{(R')^2}{(1 + R')^2},$$

то

$$v^2 + \left(u - \frac{R'}{1 + R'} \right)^2 = \frac{(R')^2}{(1 + R')^2} + \frac{(1 - R')(1 + R')}{(1 + R')(1 + R')}.$$

или

$$v^2 + \left(u - \frac{R'}{1 + R'} \right)^2 = \frac{1}{(1 + R')^2}. \quad (4.3)$$

В декартовых координатах u , v выражение (4.3) есть уравнение семейства окружностей с центром в точке $u = R' / (1 + R')$, $v = 0$ и радиусом $1 / (1 + R')$.

Эти окружности при различных значениях R' построены на рис. 4.2. Подчеркнем, что каждая окружность – геометрическое место точек, где активная часть нормированного сопротивления постоянна. Центры всех окружностей согласно (4.3) лежат на оси u , а каждая из окружностей с $R' = \text{const}$ проходит через точку с координатами $u = 1$, $v = 0$.

Совершенно аналогично можно из (4.2) исключить величину R' и получить выражение, в которое войдет реактивная часть нормированного сопротивления:

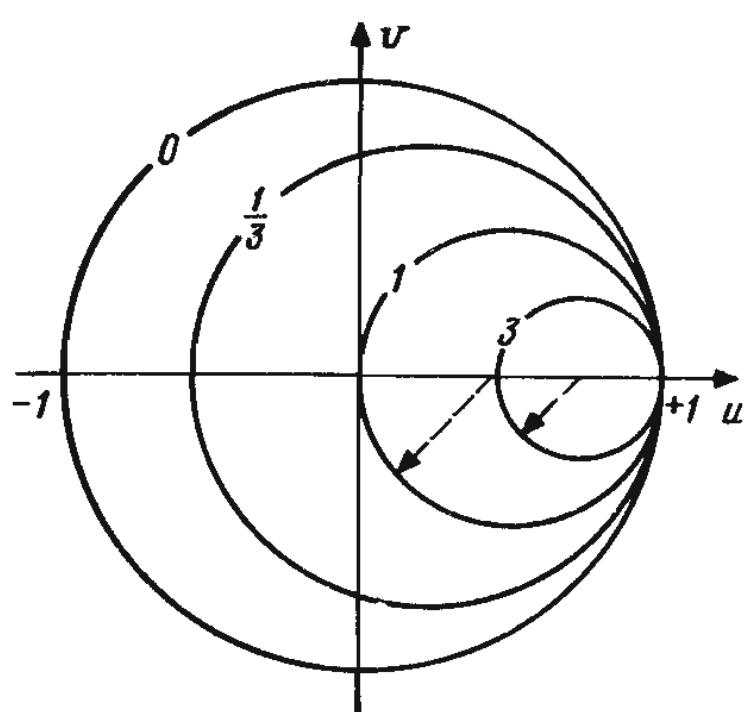


Рис. 4.2. Окружности постоянного нормированного активного сопротивления

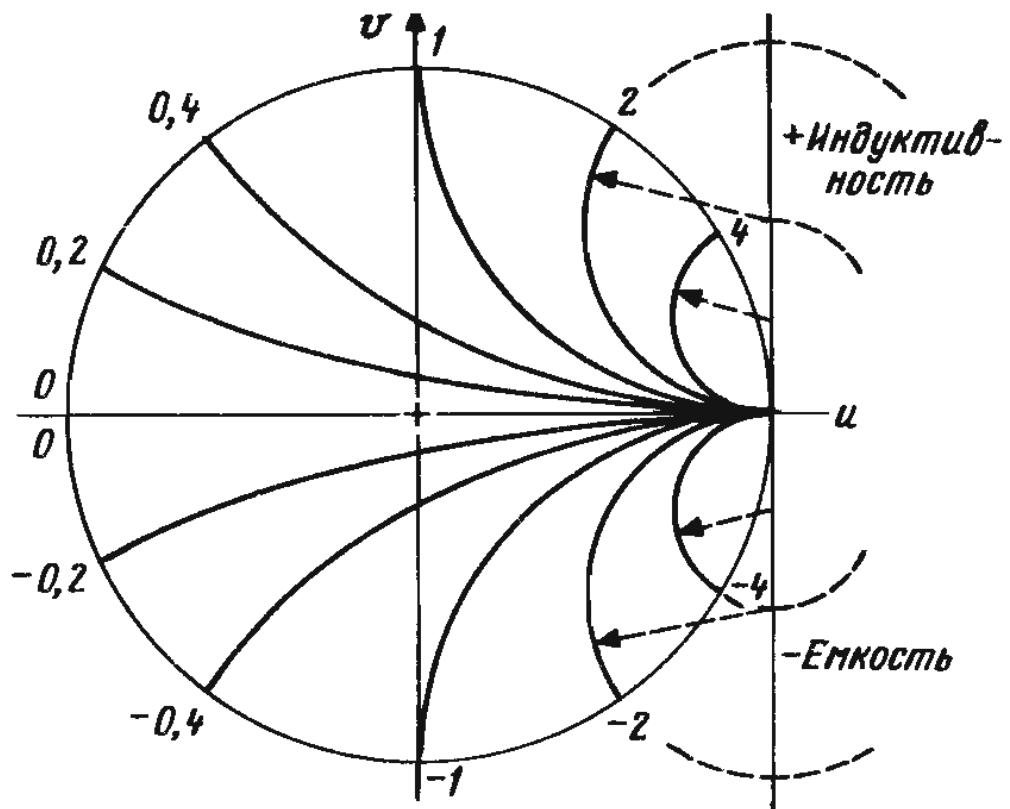


Рис. 4.3. Окружности постоянного нормированного реактивного сопротивления

$$(u - 1)^2 + \left(v - \frac{1}{X'}\right)^2 = \left(\frac{1}{X'}\right)^2. \quad (4.4)$$

В декартовых координатах u , v равенство (4.4) – уравнение семейства окружностей с центром в точке $u = 1$, $v = 1/X'$ и радиусом $1/X'$.

На этот раз центры окружностей расположены на вертикальной линии, проходящей через точку $u = 1$ (штриховая прямая на рис. 4.3). Индуктивным (положительным) X' соответствуют окружности, лежащие выше горизонтальной оси (ось u), а емкостным X' (отрицательным) – ниже этой оси.

Для расширения возможностей на диаграмму Смита наносят окружности постоянного $K_{ct}U$, изображенные на рис. 4.4*. Как следует из (4.1), в полностью согласованной системе коэффициент отражения равен нулю, т. е. $K_{ct}U$ равен единице. Этому значению $K_{ct}U$ соответствует точка $u = 0$, $v = 0$ в центре диаграммы. Напомним, что диаграмма Смита не что иное, как графическое представление комплексного коэффициента отражения. Когда модуль коэффициента отражения равен единице, величина $K_{ct}U$ обращается в бесконечность. Окружности с $K_{ct}U = \infty$ и $R' = 0$ совпадают. Отметим, что по мере приближения к краям диаграммы Смита величина $K_{ct}U$ быстро возрастает.

Теперь, ознакомившись с методикой построения диаграммы Смита, попробуем разобраться в надписях, которые обычно наносятся на диаграмму (см. рис. 4.1). Обратимся к рис. 4.2 и 4.3. На этих рисунках окрестность точки с координатами $u = 1$, $v = 0$ соответствует большим значениям активной и реактивной частей нормированного сопротивления. Поэтому на рис. 4.1 в окрестности этой точки число окружностей резко возрастает. Сама точка соответствует бесконечно большому сопротивлению, т. е. разомкнутой цепи. В

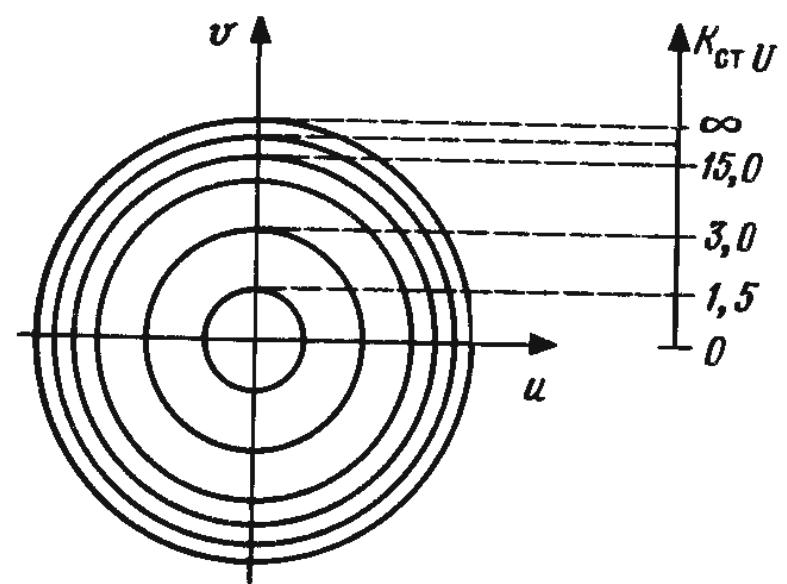


Рис. 4.4. Окружности постоянного $K_{ct}U$

* Значения $K_{ct}U$ дает шкала справа. – Прим. ред.

точке $u = 0, v = 1$ величина $0 + j1$ чисто мнимая, т. е. сопротивление чисто реактивное и индуктивное по характеру. Соответственно при $u = 0, v = -1$ сопротивление чисто реактивное и носит емкостный характер. Определенный интерес представляет точка $u = -1, v = 0$ (см. рис. 4.2), через которую проходит окружность с $R' = 0$, а сама точка соответствует $R' = 0, X' = 0$, т. е. короткому замыканию. В центре диаграммы Смита $u = 0, v = 0$ нормированное сопротивление равно $1 + j0$, т.е. совпадает, если перейти к ненормированным величинам, с волновым сопротивлением линии, которое предполагается чисто активным. На внешнюю окружность диаграммы нанесена фаза коэффициента отражения в градусах, меняющаяся от ± 180 при коротком замыкании до 0° в режиме холостого хода. Соответственно комплексный коэффициент отражения наносится на диаграмму в полярных координатах с центром в точке $u = 0, v = 0^*$.

Интересно отметить, что один полный оборот по диаграмме Смита соответствует смещению вдоль линии на расстояние, равное половине длины волны в ней. Таким образом, входное сопротивление является периодической функцией, что следует непосредственно из рис. 1.11 – 1.13 и выражения (1.29) при $\alpha = 0$. По диаграмме Смита практически без вычислений можно проследить за изменением полного сопротивления, двигаясь вдоль линии в направлении к генератору либо от него. Программа 4.1 SMITH позволяет получить диаграмму Смита на экране дисплея. Хотя программа написана для персональной ЭВМ со специальной графикой, ее легко видоизменить для любой другой персональной ЭВМ.

[[FORMATTED LISTING
FILE: PROGRAM 4.1 Smith
PAGE-1

```

10 REM
20 REM SMITH CHART GENERATION
30 REM IMPEDANCE CHART
40 REM
50 MODE 1
60 CLS
70 N=60
80 H=410
90 K=700
100 R=400
110 G=1
120 FLAG=0
130 U=1E20
140 D=2*PI/N
150 MOVEK-R,H
160 PRINTTAB(1,5)""
170 PLOT21,K+R,H
180 PRINTTAB(0,1)**SMITH CHART--IMPEDANCE COORDINATES**"
190 PRINTTAB(7,12)+"j"
200 PRINTTAB(6,19)"S/C"
210 PRINTTAB(7,26)-"j"
220 PRINTTAB(35,19)"O/C"
230 MOVEK-12,H+10:VDU5:PRINT"+":VDU4
240 GOTO1040
250 FLAG=0
260 PRINTTAB(0,6)""

```

* Коэффициент отражения наносится в виде радиуса-вектора, длина которого равна модулю коэффициента отражения, а угол между радиусом-вектором и положительной полуосью – фаза коэффициента отражения. – Прим. ред.

```

270 PRINTTAB(1,2)"ENTER NORMALISED RESISTANCE VALUE"
280 PRINTTAB(1,3)"IF THIS VALUE > 1 THEN ENTER 0 ELSE 1"
290 INPUT TEST
300 PRINTTAB(1,2)"
310 PRINTTAB(1,3)"
320 PRINTTAB(2,4)""
330 IF TEST = 0 THEN 400
340 PRINT TAB(1,2)"ENTER DENOMINATOR VALUE"

350 PRINTTAB(1,3)"RESISTANCE LOCI"
360 INPUT DEN
370 U=DEN+1
380 G=DEN/U
390 GOTO1040
400 PRINTTAB(1,2)"ENTER NUMERATOR VALUE"
410 PRINTTAB(1,3)"RESISTANCE LOCI"
420 INPUT DEN
430 DEN=1/DEN
440 U=DEN+1
450 G=DEN/U
460 GOTO1040
470 PRINTTAB(1,3)"
480 PRINTTAB(0,4)"
490 PRINTTAB(1,2)"ENTER NORMALISED INDUCTIVE REACTANCES"
500 INPUTB:A=0
510 IFB=OTHENB=.0001
520 MOVEK+R,H
530 GOTO1340
540 PRINTTAB(1,3)"
550 PRINTTAB(0,4)"
560 PRINTTAB(1,2)"ENTER NORMALISED CAPACITIVE REACTANCES"
570 INPUTB:A=0:FLAG=1
580 IFB=OTHENB=.0001
590 MOVEK+R,H
600 GOTO1340
610 REM
620 REM PLOT IMPEDANCE
630 REM
640 PRINTTAB(0,4)"
650 PRINTTAB(1,2)"DO YOU WISH TO PLOT
660 PRINTTAB(1,3)"AN IMPEDANCE POINT
670 PRINTTAB(1,4)"IF YES ENTER 1 ELSE 0
680 INPUT TEST
690 PRINTTAB(0,2)"
700 PRINTTAB(0,3)"
710 PRINTTAB(0,4)"
720 PRINTTAB(0,5)"
730 PRINTTAB(0,6)""
740 IF TEST=0THEN 250
750 PRINTTAB(1,2)"ENTER RESISTANCE VALUE"
760 INPUTA
770 IFA=OTHENA=1E-10
780 PRINTTAB(1,2)"ENTER REACTANCE VALUE (OHMS)"
790 INPUTB
800 IFB=OTHENB=1E-10
810 PRINTTAB(1,2)"ENTER NORMALISATION RESISTANCE (OHMS)"
820 INPUTZO
830 IFZO=OTHEN810
840 PRINTTAB(1,2)"
850 PRINTTAB(1,3)"

```

```

860 PRINTTAB(1,4)""
870 REM MAP IMPEDANCE ONTO CHART
880 A=A/Z0:B=B/Z0
890 REAL=(A+1)*(A-1)+B*B
900 IM=B*((A+1)-(A-1))
910 N=(A+1)*(A+1)+B*B
920 REAL=REAL/N*R
930 IM=IM/N*R
940 MOVE REAL+K-10,IM+H+10:VDU5:PRINT"*":VDU4
950 PRINTTAB(1,2)"ALL IMPEDANCE POINTS DONE ?"
960 PRINTTAB(0,3)""
970 PRINTTAB(1,3)"IF YES ENTER 0 ELSE 1"
980 INPUTTEST
990 PRINTTAB(0,2)""
1000 PRINTTAB(0,3)""
1010 PRINTTAB(0,4)""
1020 PRINTTAB(0,5)""
1030 IFTEST=0 THEN 250 ELSE 750
1040 REM CIRCLE GENERATION
1050 MOVE K+R/U,H+G*R
1060 FOR M=0 TO 2*PI+D STEP D
1070 Y=H+G*R*COS(M)
1080 X=K+G*R*SIN(M)+R/U
1090 PLOT5,X,Y
1100 NEXTM
1110 IF U=1E20 THEN 270
1120 PRINTTAB(1,2)""
1130 PRINTTAB(1,3)""
1140 PRINTTAB(1,4)""
1150 PRINTTAB(1,2)"ALL RESISTANCE LOCI DONE ?"
1160 PRINTTAB(1,3)"IF YES ENTER 0 ELSE 1"
1170 INPUT TEST
1180 IF TEST=0 THEN 470 ELSE 270
1190 REM POSITIVE REACTANCE CIRCLES
1200 FOR M =PI TO PI+AS STEP D/8
1210 Y=H+R/A+R/A*COS(M)
1220 X=K+R+R/A*SIN(M)
1230 PLOT21,X,Y
1240 NEXTM
1250 PRINTTAB(1,2)""
1260 PRINTTAB(0,3)""
1270 PRINTTAB(1,2)"ALL INDUCTIVE LOCI DONE ?"
1280 PRINTTAB(1,3)"IF YES ENTER 0 ELSE 1"
1290 INPUTTEST
1300 IFTEST=0 AND FLAG=0 THEN 540 ELSE 470
1310 IFTEST=0 AND FLAG=1 THEN 610 ELSE 540
1320 GOT0470
1330 REM BI-LINEAR TRANSFORM
1340 REAL=(A+1)*(A-1)+B*B
1350 IM=B*((A+1)-(A-1))
1360 N=(A+1)*(A+1)+B*B
1370 REAL=REAL/N*R
1380 IM=IM/N*R
1390 A=B
1400 X=SQR((R-REAL)^2+IM^2)
1410 Y=R/A
1420 Z=R/A
1430 AS=ACS((Z^2+Y^2-X^2)/2/Z/Y)
1440 IF FLAG=0 THEN 1200 ELSE 1460
1450 REM NEGATIVE REACTANCE CIRCLES

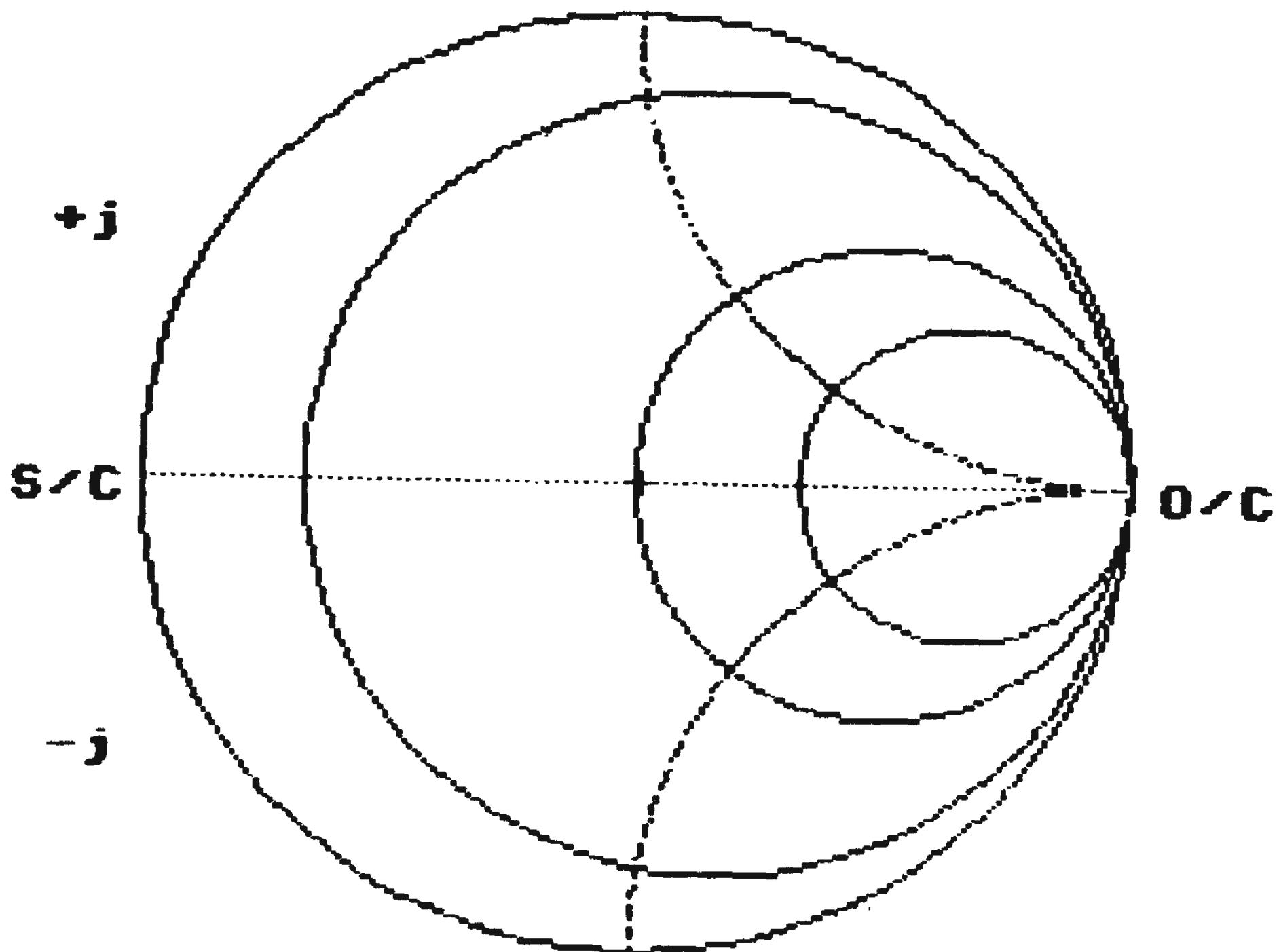
```

```

1460 FOR M = 2*PI TO 2*PI-AS STEP -D/8
1470   Y=H-R/A+ABS(R/A)*COS(M)
1480   X=K+R+ABS(R/A)*SIN(M)
1490   PLOT21,X,Y
1500   NEXTM
1510 PRINTTAB(0,2)"
1520 PRINTTAB(0,3)"
1530 PRINTTAB(1,2)"ALL CAPACITIVE LOCI DONE ?"
1540 PRINTTAB(1,3)"IF YES ENTER 0 ELSE 1"
1550 INPUTTEST
1560 IF TEST=0 THEN 610 ELSE 540
>

```

SMITH CHART--IMPEDANCE COORDINATES



На диаграмме Смита движению к нагрузке соответствует вращение против часовой стрелки, а к генератору – по часовой стрелке. Одна из шкал на внешней окружности диаграммы проградуирована в расстояниях вдоль линии, отнесенных к длине волны в ней. Максимальное значение расстояния соответствует полуволне, т. е. полному обороту.

Для большей общности конкретные значения полного сопротивления нагрузки или генератора не наносятся на диаграмму. Нанесены лишь нормированные величины R' и X' , равные отношению соответствующей части полного сопротивления к волновому сопротивлению линии, для которой проводятся все расчеты*.

* С помощью шкал под диаграммой можно определить значения K_{ctU} в относительных единицах и в децибелах. – Прим. ред.

Пример 4.1. Пусть волновое сопротивление линии равно 50 Ом. Нанести на диаграмму Смита точки, соответствующие следующим величинам:

- 1) $Z = 15 + j25$,
- 2) комплексно-сопряженным Z и \bar{Z} ,
- 3) полной проводимости $Y = 1/Z$,
- 4) полной проводимости, связанной с \bar{Z} .

Решение

1. Начнем с нормировки сопротивления к волновому сопротивлению (50 Ом в данном случае):

$$Z' = (15 + j25)/50 = 0,3 + j0,5.$$

КООРДИНАТЫ СОПРОТИВЛЕНИЙ ИЛИ ПРОВОДИМОСТЕЙ

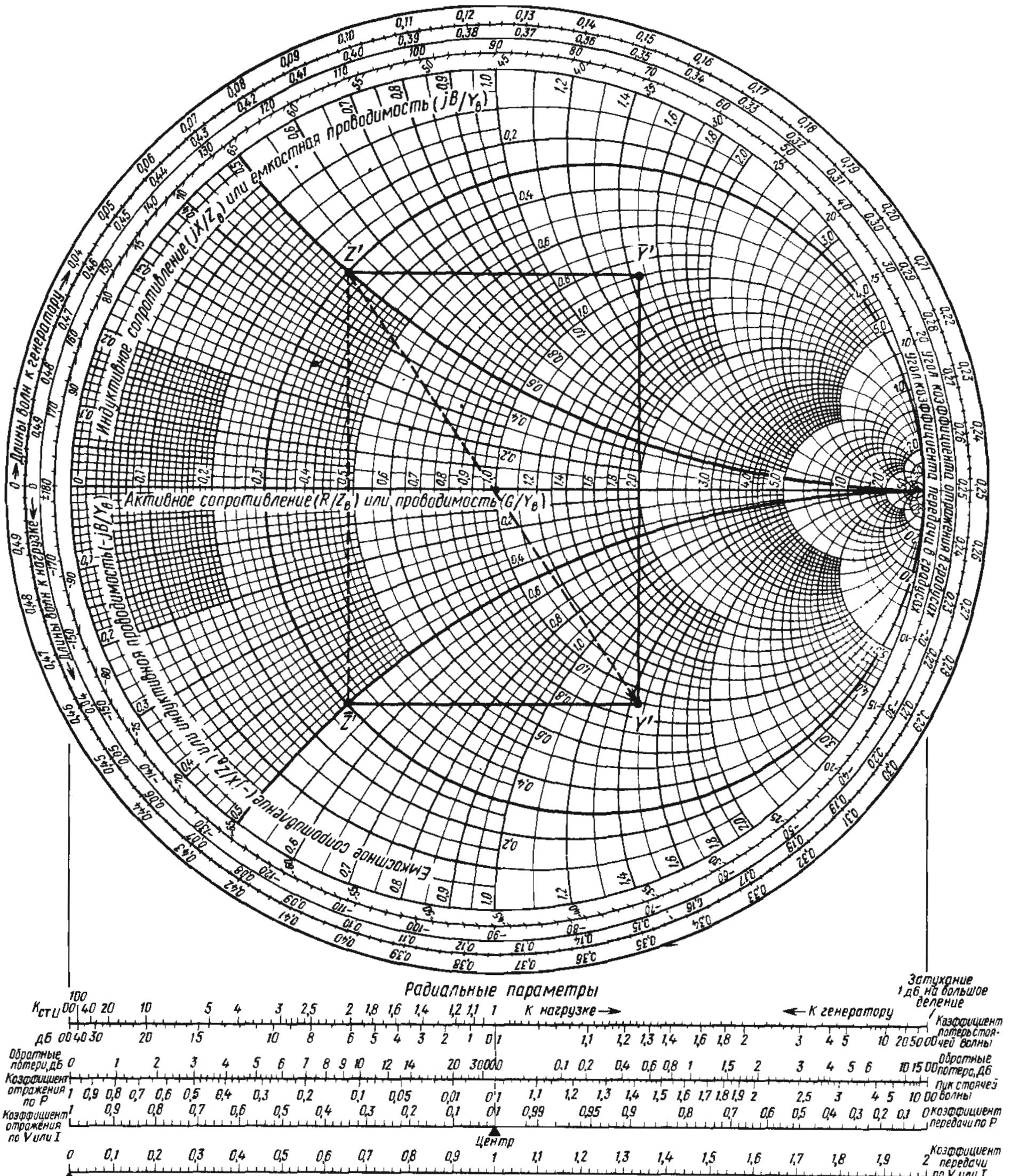


Рис. 4.5. Построения на диаграмме Смита для примера 4.1

На диаграмме Смита точка, соответствующая этому нормированному полному сопротивлению, лежит на пересечении круга, где активное сопротивление $R' = 0,3$, с кругом, где реактивное сопротивление $X' = 0,5$. Соответствующие дуги окружностей выделены на рис. 4.5 жирными линиями.

2. Величина \bar{Z} , комплексно-сопряженная с Z ,

$$\bar{Z} = 15 - j25.$$

Это сопротивление представляет собой последовательно соединенные активное и емкостное сопротивления. Прежде чем нанести соответствующую точку на диаграмму, выполним нормировку:

$$\bar{Z}' = 0,3 - j0,5.$$

Отметим, что этой величине соответствует точка, лежащая на том же круге активных сопротивлений, что и ранее. Мнимой части соответствует круг с нормированным емкостным сопротивлением, равным $(-j0,5)$. Точка пересечения этих кругов дает точку \bar{Z}' . Взглянув на диаграмму Смита, где нанесены обе точки Z' и \bar{Z}' , легко заметить, что переход к комплексному сопряжению соответствует точке, лежащей на перпендикуляре, опущенном из точки Z' к той части горизонтальной оси, где $X' = 0$, и пересекающем окружность с тем же значением R' .

3. Проводимость

$$Y = 1/Z = 1/(15 + j25) = (15 - j25)/(15^2 + 25^2) = (17,7 - j29,4) \text{ мСм}$$

нормируем к волновой проводимости линии

$$Y_B = 1/Z_B,$$

т. е.

$$Y' = Y/Y_B = YZ_B.$$

Следовательно,

$$Y' = 50(17,7 - j29,4) = (0,885 - j1,47).$$

Обратившись к диаграмме, легко заметить, что эта величина лежит на линии, проходящей через точку Z и центр диаграммы (точка $u = 0, v = 0$). Эта особенность диаграммы чрезвычайно полезна, так как путем простых геометрических построений позволяет проводить с помощью диаграммы Смита вычисления с комплексными числами.

4. И наконец, нанесем точку \bar{Y}' , проведя через точку Y' перпендикуляр к той части горизонтальной оси, где $X' = \pm\infty$. Как видно из рис. 4.5, величины Z' , \bar{Z}' , Y' и \bar{Y}' попали в вершины прямоугольника. Так будет всегда, если комплексные числа нормируются к одной и той же величине. Размеры сторон прямоугольника зависят от соотношения между нормируемым и нормировочным числами.

4.1.1. ДИАГРАММА ПРОВОДИМОСТЕЙ

Из рассмотренного выше примера следует, что переход от сопротивлений к проводимостям соответствует повороту на диаграмме Смита точно на 180° , т. е. смещению вдоль линии на четверть длины волны. Если теперь каждую точку, соответствующую определенному значению нормированного полного сопротивления, повернуть на 180° и полученные таким образом комплексные числа снова нанести в координатах u , v , то опять получим диаграмму Смита, но уже для нормированных проводимостей. Результат такого построения схематически изображен на рис. 4.6, а на рис. 4.7 приведена полная диаграмма Смита для проводимостей. На эту диаграмму нанесены все точки из примера 4.1, как показано на рис. 4.8.

На практике встречаются ситуации, когда предпочтение отдается одной из диаграмм. Как правило, при расчете последовательно включенных сопротивлений удобнее диаграмма сопротивлений, а параллельно – диаграмма проводимостей. В более

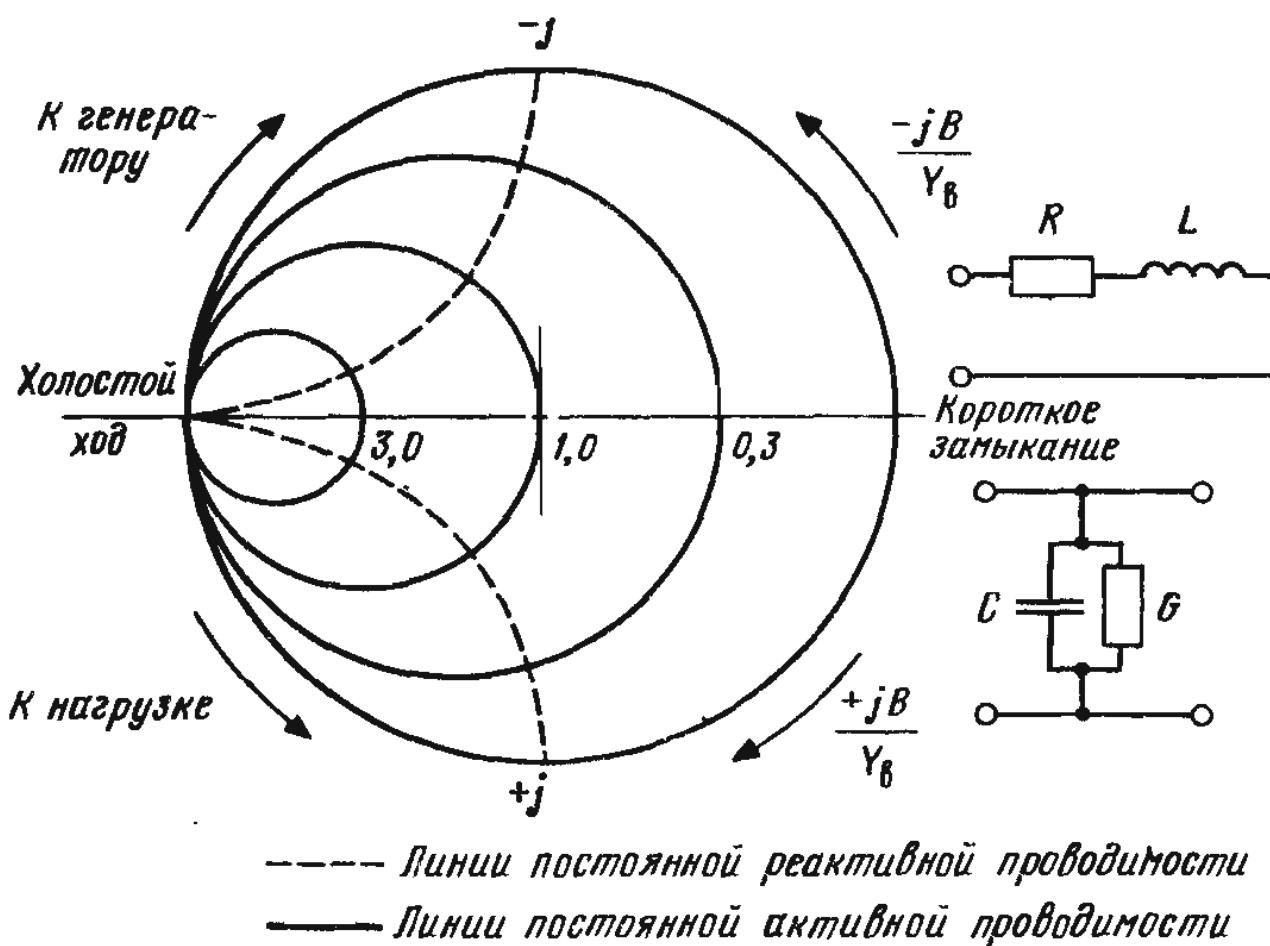


Рис. 4.6. Диаграмма Смита для полных проводимостей с нормированными величинами проводимостей

сложных ситуациях можно воспользоваться диаграммой Смита для сопротивлений, на которой дополнительно нанесены значения проводимости, что заметно облегчает расчеты. Таким образом, одну и ту же диаграмму Смита можно использовать при расчете как по сопротивлениям, так и по проводимостям. Это свойство диаграммы иллюстрируется в примере 4.2 и отражено на рис. 4.10. Если быть внимательным, то переход от одной системы координат к другой не вызывает затруднений и не приводит к ошибкам.

В этом подразделе при решении различных задач будут использоваться диаграммы Смита обоих типов. Круг этих задач разнообразен. Прежде всего, это определение сопротивления нагрузки по известному (обычно из эксперимента) значению входного сопротивления отрезка линии, т. е. графическими методами находится решение уравнения (1.30), где отношение Z_h/Z_b является искомой величиной. Осуществляется подобная операция на диаграмме элементарно, что позволяет легко ориентироваться при проведении расчетов вручную. Диаграмма незаменима, если под рукой нет таблиц гиперболических функций либо ЭВМ. Еще один класс задач, решаемых с помощью диаграммы, – исследование явления трансформации сопротивления нагрузки, нормированного к волновому сопротивлению линии, вдоль отрезка линии заданной длины. Проиллюстрируем это на следующих примерах.

Пример 4.2. Линия передачи с волновым сопротивлением 100 Ом нагружена на сопротивление $(200 - j100)$ Ом. Длина линии на рабочей частоте равна 0,2 от длины волны в линии. Определить входное сопротивление этого отрезка линии, полагая, что затуханием в нем можно пренебречь.

Решение

1. Нормируем сопротивление нагрузки к волновому сопротивлению линии:

$$Z'_h = (200 - j100)/100 = 2 - j1.$$

На рис. 4.9 этому сопротивлению соответствует т. А.

2. Проводим через т. А прямую линию из центра диаграммы до пересечения с внешней окружностью (т. В).

На пересечении отсчитываем величину $0,287 \lambda_g$.

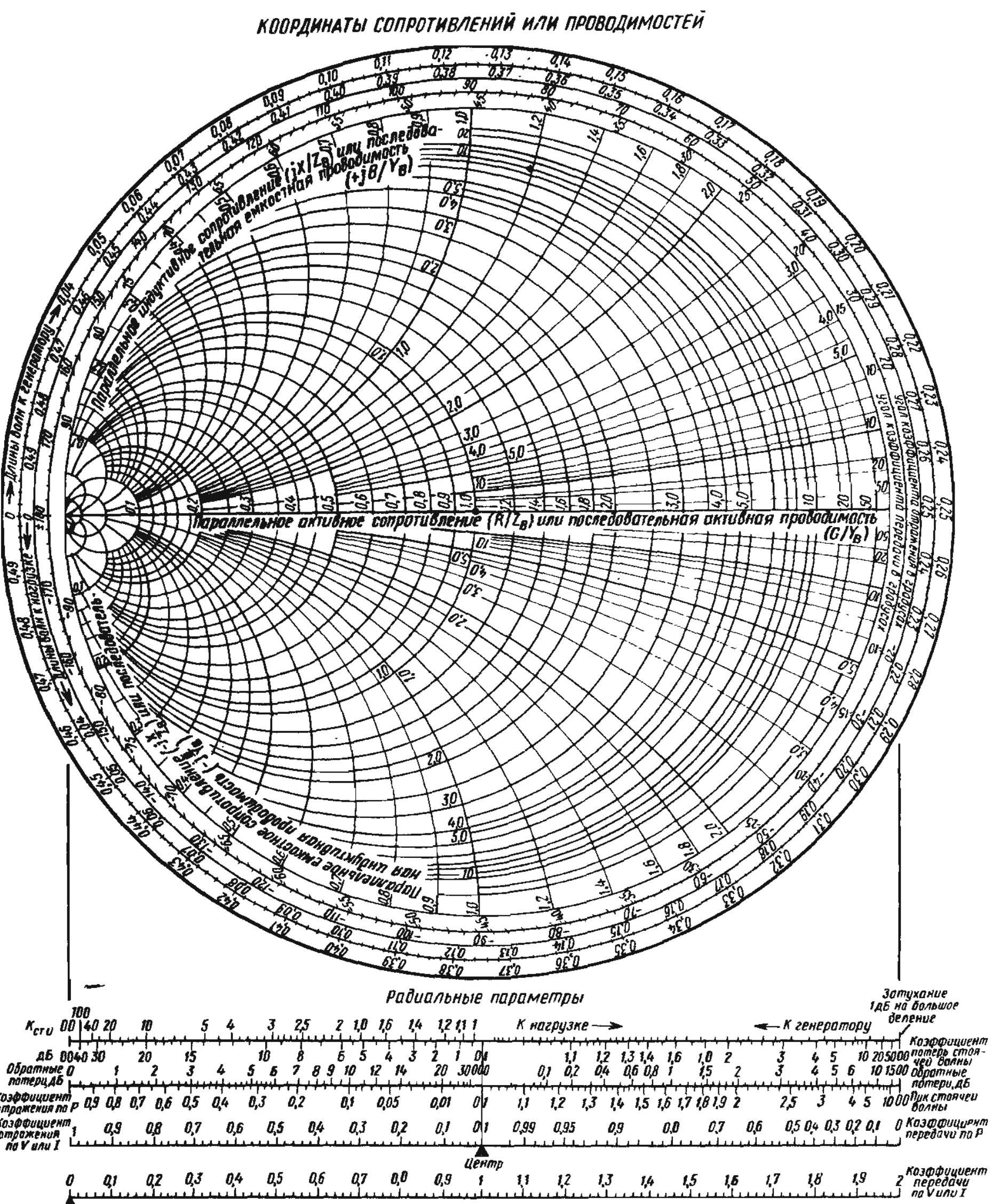


Рис. 4.7. Стандартная форма диаграммы для проводимостей

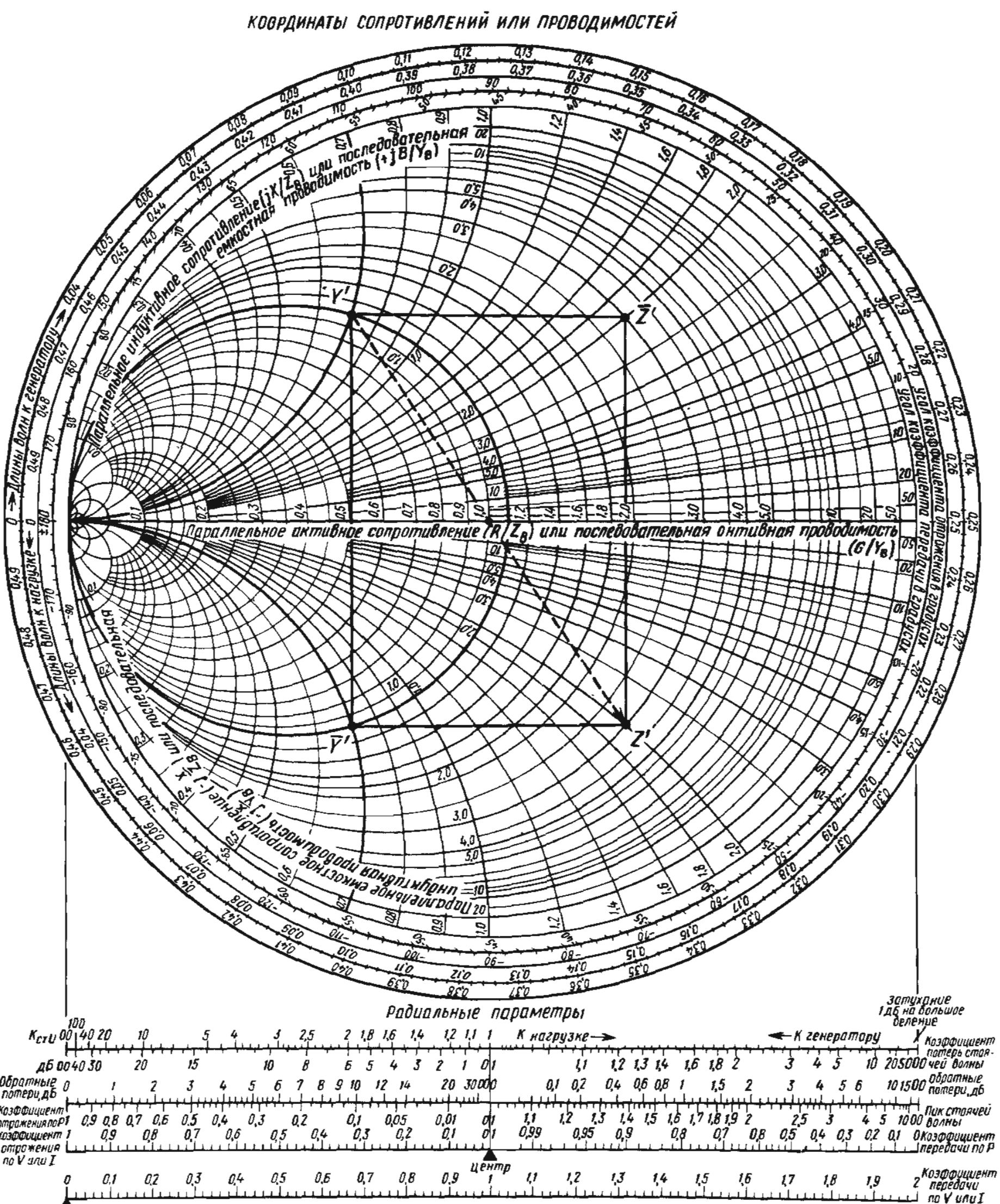


Рис. 4.8. Построения на диаграмме проводимостей для примера 4.1

КООРДИНАТЫ СОПРОТИВЛЕНИЙ ИЛИ ПРОВОДИМОСТЕЙ

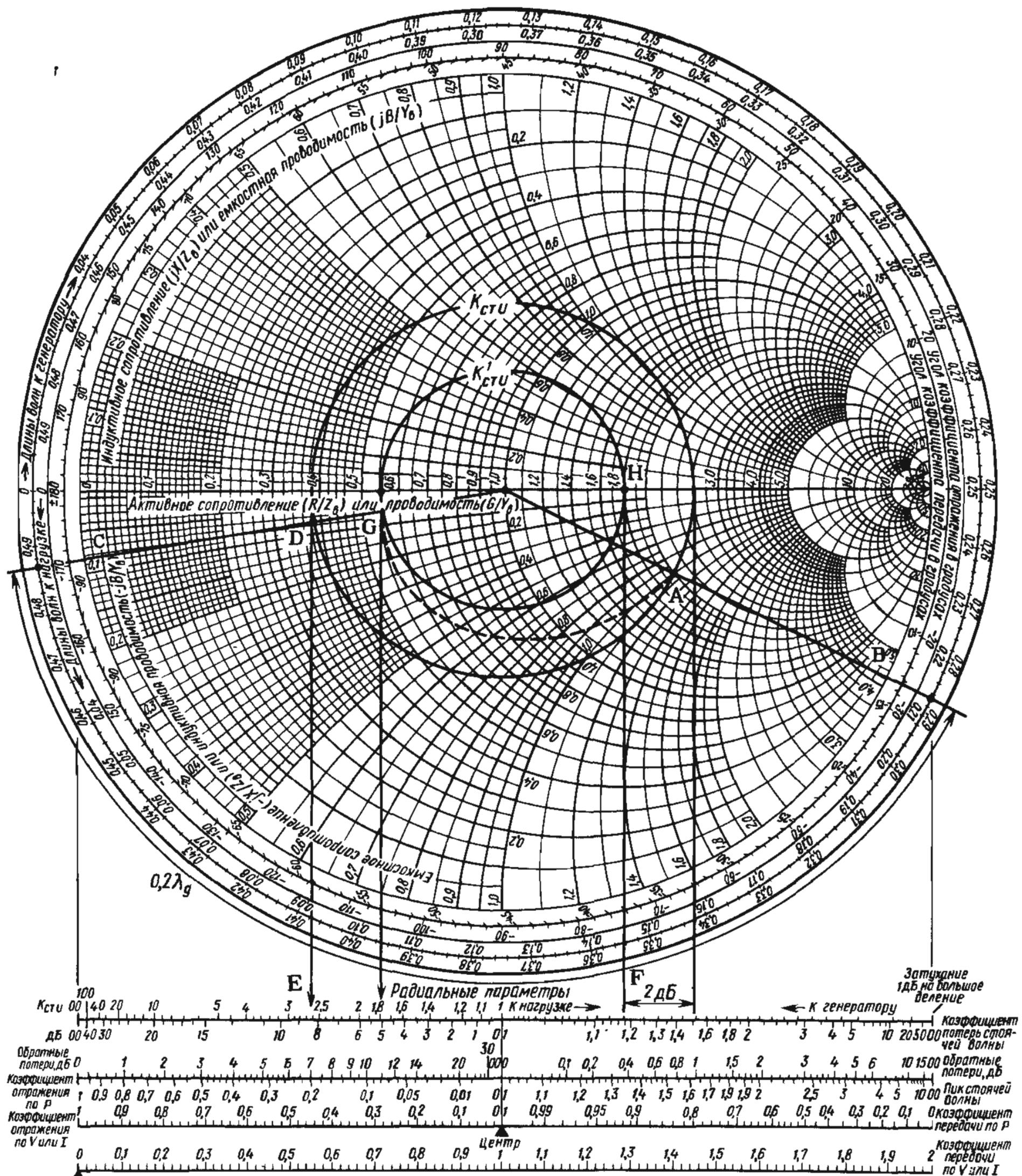


Рис. 4.9. Построения на диаграмме Смита для примера 4.2.

3. Так как нас интересует трансформация сопротивления нагрузки вдоль линии, необходимо смещаться от нагрузки в сторону генератора, т. е. отсчет вести по внешней шкале по направлению к генератору.

4. Поскольку затухание в линии отсутствует, в любом ее сечении величина K_{ctU} однакова. Поэтому при определении входного сопротивления необходимо двигаться из т. А по часовой стрелке (к генератору) вдоль окружности с центром в центре диаграммы и проходящей через т. А. Угол поворота равен электрической длине отрезка, т. е. $0,2 \lambda_g$, и перемещение по внешней шкале происходит из т. В в т. С с координатой $(0,287 + + 0,2) \lambda_g = 0,487 \lambda_g$.

5. Искомая величина нормированного входного сопротивления лежит на пересечении прямой, проходящей через т. С и центр диаграммы, с проведенной ранее окружностью постоянного K_{ctU} (т. D на рис. 4.9). Отсчитывая значения нормированного сопротивления в т. D, получаем

$$0,39 - j0,07$$

или после денормирования

$$(39 - j7,0) \text{ Ом.}$$

Величина K_{ctU} в отрезке линии с заданной нагрузкой определяется радиусом окружности, проходящей через т. А. Для нахождения численного значения K_{ctU} опускаем вниз перпендикуляр из лежащей слева точки пересечения окружности с горизонтальной осью диаграммы*. По первой из шкал внизу (т. Е) находим $K_{ctU} = 2,6$ (8,3 дБ).

Всегда следует внимательно следить за направлением, в котором происходит трансформация сопротивлений, и в зависимости от этого двигаться либо к генератору (по часовой стрелке), либо к нагрузке (против часовой стрелки).

Покажем, как при расчетах по диаграмме можно учесть потери в линии. Сохраним исходные данные для расчета прежними, добавив лишь, что затухание в отрезке линии на расстоянии, равном длине волны в нем, составляет 10 дБ. Определим входное сопротивление отрезка линии, полагая выполненные шаги с 1-го до 4-го и дополняя их новыми.

6. На отрезке длиной $0,2 \lambda_g$ затухание равно $0,2 \cdot 10$ дБ = 2 дБ, т. е. падающая волна затухает на 2 дБ, пока доходит до нагрузки, и на те же 2 дБ затухает отраженная волна, пока проходит путь от нагрузки до входа отрезка линии. В результате модуль коэффициента отражения уменьшится на $2 + 2 = 4$ дБ. Отмечаем на правой шкале "Потери дБ" с шагом в 1 дБ т. F и восстанавливаем из нее перпендикуляр до пересечения с горизонтальной осью диаграммы (т. Н).

7. Проводим через полученную т. Н окружность с центром в центре диаграммы, по радиусу которой на входе линии с потерями определяем $K_{ctU}^{-1} = 1,8$ (5,1 дБ).

8. Находим точку пересечения ранее построенной прямой линии, проходящей через т. D, с окружностью радиусом K_{ctU}^{-1} (т. G). Считываем нормированное значение входного сопротивления отрезка линии с потерями

$$0,55 - j0,05$$

или после денормирования

$$(55 - j5) \text{ Ом.}$$

Штриховой линией на рис. 4.9 ориентировочно показана траектория движения из т. А в т. G.

Из примера следует, что вычисления, проводимые по диаграмме, для линии с потерями менее точны, чем для линии без потерь, в основном из-за грубого масштаба по шкале "потери, дБ". Кроме того, при построениях находитесь лишь конечная точка (т. G), т. е. в промежутке между т. А и G необходимы дополнительные построения.

Если при расчетах по диаграмме Смита затухание учитывать как функцию длины линии, то получается линия, имеющая вид спирали, построенной на рис. 4.10. В линии без потерь мы двигались вдоль окружности с постоянным значением K_{ctU} , теперь же должны двигаться вдоль этой спирали. Шаг спирали зависит от положения стартовой точки на диаграмме и величины затухания на единицу длины волны в линии.

* Значение K_{ctU} совпадает, как нетрудно проверить, со значением нормированного активного сопротивления в том сечении, где расположен узел. Поэтому значение K_{ctU} можно определить прямо по диаграмме. Оно равно значению R' в точке пересечения окружности, проходящей через т. А, с той частью горизонтальной оси, где $R' \geq 1$. — Прим. ред.

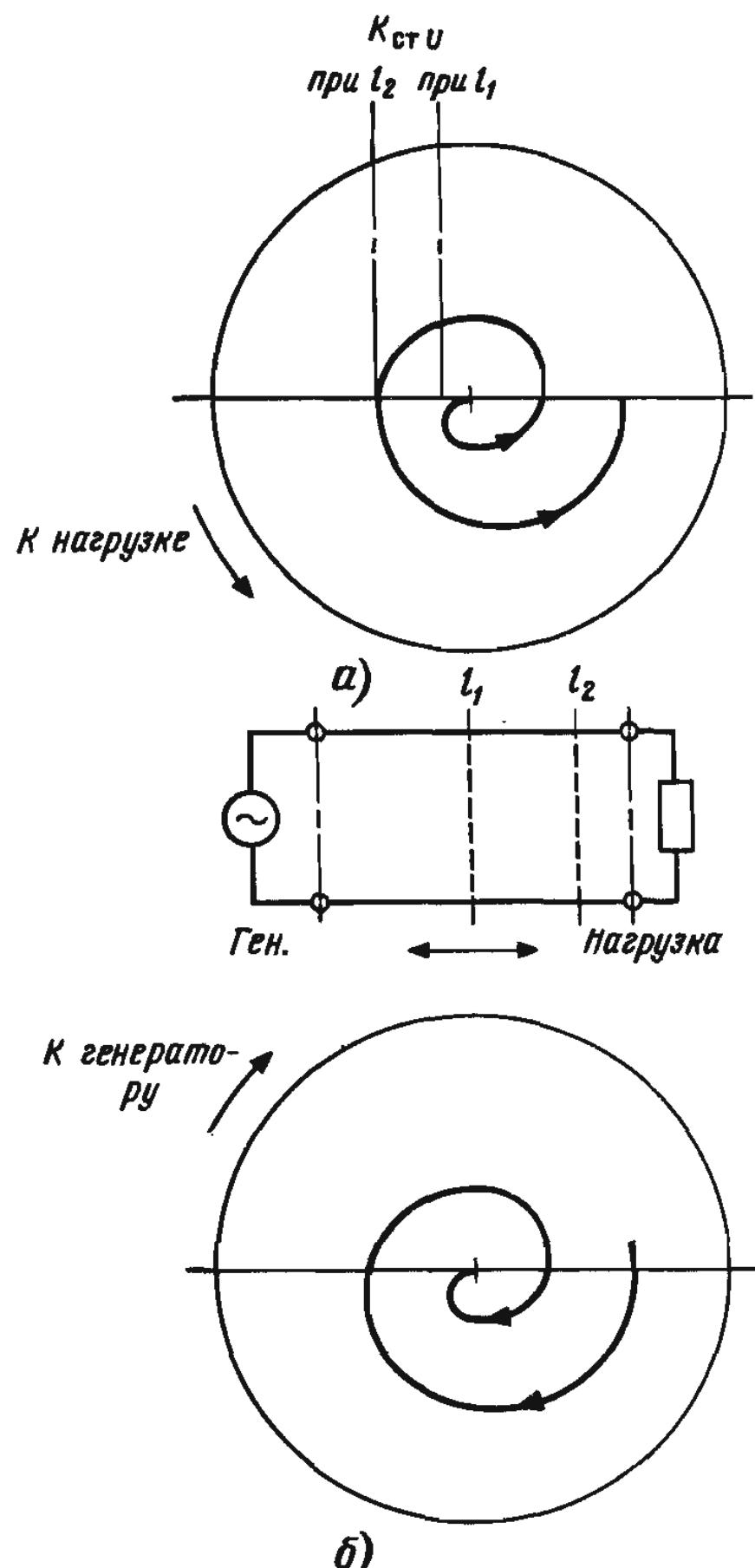


Рис. 4.10. Учет влияния затухания в линии на $K_{ct}U$ с помощью диаграммы Смита при движении от генератора к нагрузке (а) и от нагрузки к генератору (б)

С целью дальнейшей иллюстрации возможностей диаграммы Смита рассмотрим решение задачи, которая часто возникает при проведении измерений в ОВЧ и СВЧ диапазонах. Исходная постановка задачи проста: определить сопротивление нагрузки линии по результатам измерений, проводимых на некотором расстоянии от этой нагрузки. Методика графического решения подобных задач описана в следующем примере.

Пример 4.3. Измерения, с помощью которых находится неизвестное сопротивление нагрузки, проводились на частоте 1250 МГц в линии с волновым сопротивлением 50 Ом. Обнаружено, что при подключенной нагрузке минимум напряжения располагался в линии на расстоянии 6,2 мм от ее конца, а величина $K_{ct}U$ в этой линии оказалась равной 2,6. Затем нагрузка в линии была заменена коротким замыканием. В результате минимум напряжения сместился и оказался на расстоянии 12 см от конца линии. Используя информацию, полученную из этого эксперимента, определить по диаграмме Смита неизвестную величину нагрузки.

Предположим, что линия достаточно высокого качества и потерями в ней можно пренебречь. Кроме того, для упрощения положим, что заполнение в линии воздушное, т. е. фазовая скорость в ней близка к скорости света в свободном пространстве ($3,0 \cdot 10^{10}$ см/с). Процедура измерения $K_{ct}U$ пока не рассматривается.

КООРДИНАТЫ СОПРОТИВЛЕНИЙ ИЛИ ПРОВОДИМОСТЕЙ

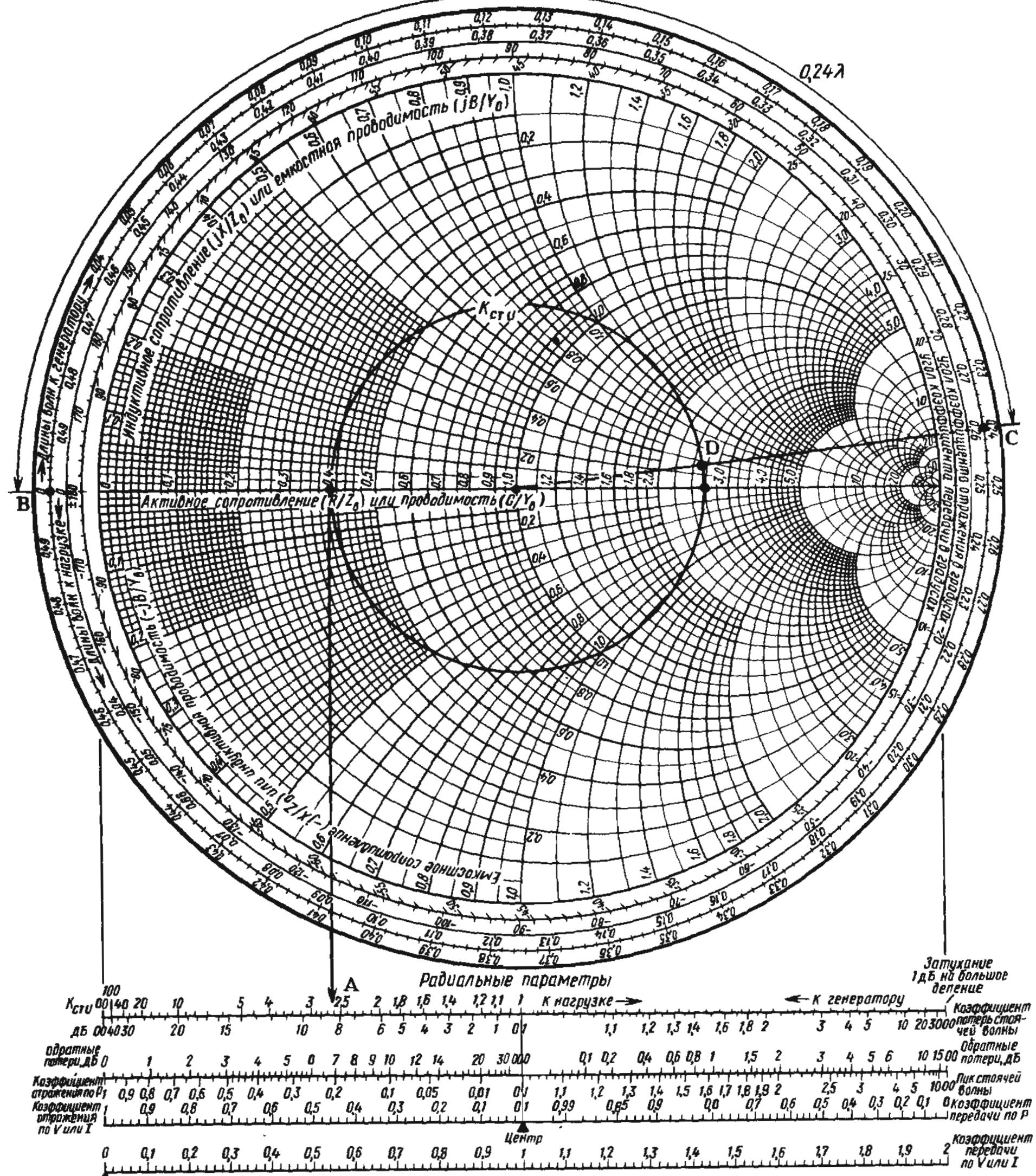


Рис. 4.11. Построения на диаграмме Смита для примера 4.3.

Решение

1. Отмечаем $K_{стU} = 2,6$ на первой шкале под диаграммой (т. А на рис. 4.11).
2. Строим окружность, соответствующую данному значению $K_{стU}$.
3. Наносим на диаграмму т. В, соответствующую положению узла напряжения при коротком замыкании.
4. Пересчитываем изменение положения минимума напряжения в линии при двух измерениях (нагрузка на конце линии и короткое замыкание) в доли длины волны. Так как

$$\lambda_g = \lambda = c/f = 3 \cdot 10^{10} / 1250 \cdot 10^6 = 24 \text{ см}^*,$$

* Обратите внимание, что узел напряжения располагается на расстоянии 12 см = 0,5 λ от короткого замыкания. — Прим. ред.

то сдвиг минимума произошел на $(12 - 6,2) = 5,8$ см в сторону генератора, что в длинах волн $5,8$ см $= 0,24\lambda$.

5. Перемещаемся по внешней окружности диаграммы на расстояние, равное $0,24\lambda$, в сторону генератора до т.С.

6. Считываем значение искомого нормированного сопротивления (т. D) нагрузки. После денормирования получаем

$$Z_H = 50(2,5 + j0,3) = (125 + j15) \text{ Ом.}$$

7. При необходимости можно учесть потери в линии по методике, описанной в предыдущем примере.

Как видно из уже рассмотренных примеров и следует из примеров, разбираемых ниже, диаграмма позволяет решать задачи согласования в линиях, причем весьма просто и быстро. Диаграмма Смита особенно эффективна при решении задач проектирования фидерных трактов, и ею следует пользоваться на самых ранних этапах проектирования. Опытный разработчик, не прибегая к средствам автоматизированного проектирования, может с помощью диаграммы выполнить не только анализ конкретного варианта, но и рассмотреть альтернативные решения. Далее, обратившись к ЭВМ, можно уточнить полученное решение.

4.2. ДИАГРАММА СМИТА ПРИ ОТРИЦАТЕЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЯХ АКТИВНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ

Обычно диаграмма Смита представляет собой семейство кривых для полных сопротивлений или проводимостей, вдоль каждой из которых активное или реактивное сопротивление постоянно, либо аналогичное семейство кривых для проводимостей. В пассивных цепях как с сосредоточенными, так и с распределенными элементами при построении диаграммы, естественно, полагается, что максимум коэффициента отражения не превышает единицы. В этом случае вся диаграмма помещается внутри круга единичного радиуса.

Если нагрузкой линии является активный полупроводниковый элемент, например тунNELНЫЙ диод, диод Ганна или полевой транзистор на арсениде галлия, то коэффициент отражения от такого элемента вполне может превысить единицу. Чтобы охватить и этот случай, строят диаграмму Смита при отрицательных значениях активного сопротивления. В такой диаграмме описанная выше стандартная диаграмма является лишь частью полной диаграммы, что позволяет снять ограничения на максимум коэффициента отражения. Обычно этот максимум все же ограничивают значением 3,16* (рис. 4.12). Большие значения встречаются редко. Активным нагрузкам с отрицательным активным сопротивлением соответствует часть диаграммы, лежащая вне круга единичного радиуса, нанесенного жирной линией на рис. 4.12. Так как вне этого круга понятие $K_{ct}U$ теряет свой смысл, предпочитают пользоваться лишь понятиями коэффициента отражения либо полного сопротивления.

Область применения диаграммы Смита при отрицательных значениях активного сопротивления – исследование генераторов и усилителей с отрицательным активным сопротивлением. Как будет показано ниже, по-прежнему одной из важнейших остается проблема согласования. При разработке цепей связи генератора или усилителя на активном элементе для согласования можно использовать двухполюсники либо четырехполюсники в зависимости от выбранного активного элемента.

Транзистор, будь то полевой транзистор на арсениде галлия или биполярный, можно рассматривать как устройство с одним, двумя или даже с тремя плечами в

* $3,16 \approx \sqrt{10}$, т. е. для усилителей с коэффициентом усиления по мощности до 10 дБ. – Прим. ред.

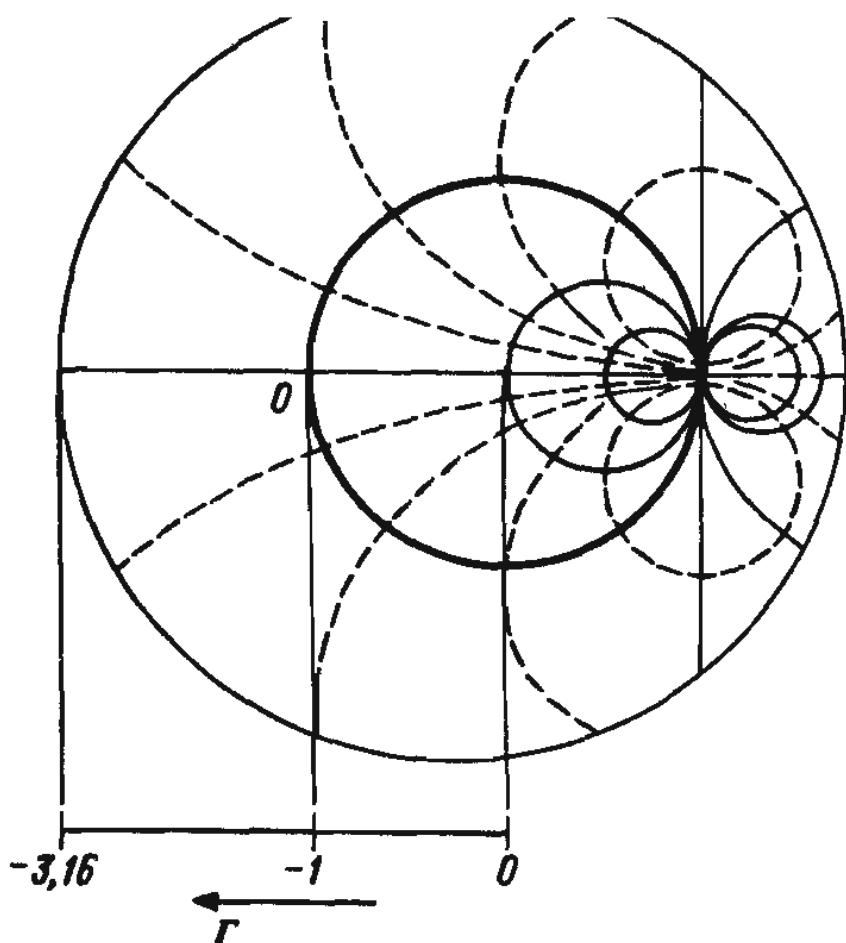


Рис. 4.12. Диаграмма Смита при отрицательных значениях активного сопротивления

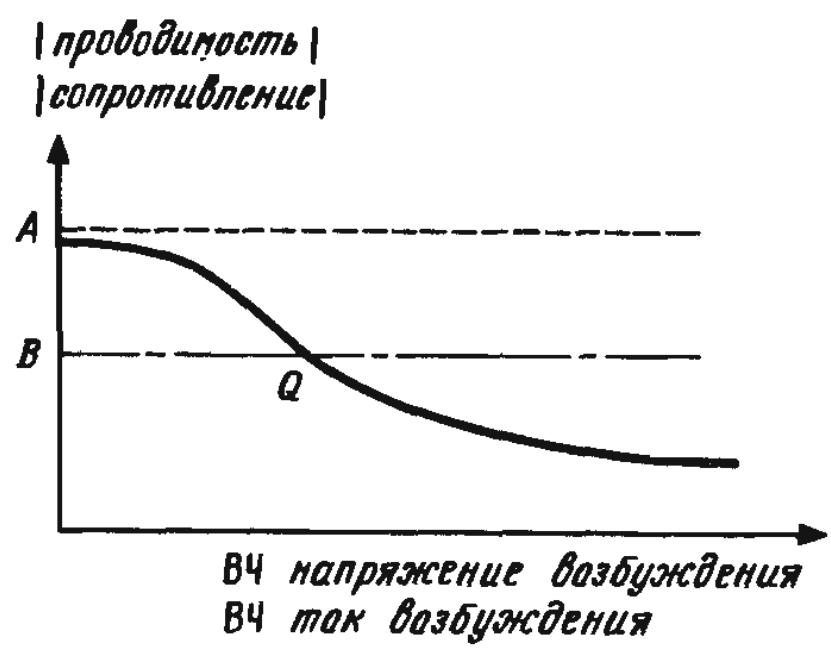


Рис. 4.13. Зависимость отрицательного сопротивления или проводимости от уровня ВЧ возбуждения

зависимости от выбранной схемы включения (см. разд. 4.6). В схемах с транзисторами широко используется как положительная, так и отрицательная обратная связь для получения генераторов либо усилителей. В радиочастотных диапазонах сочетание активного и пассивного двухполюсников широко применяется при построении усилителей, работающих на отражении, и генераторов с самовозбуждением. В устройствах с одним входом активный элемент обычно имеет вид СВЧ диода типа Ганна или лавинно-пролетного диода.

Обобщенная зависимость отрицательного сопротивления (проводимости) активного элемента от уровня ВЧ возбуждения на его входе изображена на рис. 4.13. При малом уровне ВЧ возбуждения на активном элементе величина отрицательной проводимости (сопротивления) максимальна. Это можно рассматривать как режим малого сигнала. По мере увеличения напряжения отрицательное сопротивление (проводимость) падает. Говорят, что прибор работает в режиме большого сигнала. Предположим, что нагрузкой является настроенный в резонанс колебательный контур. Если действительная часть сопротивления нагрузки превышает сопротивление активного элемента в режиме малого сигнала, то прибор усиливает. Этому режиму соответствует т. А на рис. 4.13. Если сопротивление нагрузки меньше внутреннего сопротивления (проводимости) активного элемента (т. В на рис. 4.13), то в режиме малого сигнала кривые сопротивления активного элемента и сопротивления нагрузки пересекаются в т. Q.

С учетом этого обстоятельства в момент включения (уровень ВЧ возбуждения мал) активное сопротивление цепи будет отрицательным и любой шум на зажимах прибора будет усилен. Нарастание амплитуды будет продолжаться до тех пор, пока уровень ВЧ возбуждения не достигнет величины, при которой полное сопротивление цепи станет положительным. При этом уровень ВЧ возбуждения начинает уменьшаться. По мере увеличения уровня возбуждения сопротивление (проводимость) цепи снова становится отрицательным, т. е. снова имеет место усиление. Таким образом, напря-

жение возбуждения колеблется в окрестности т. Q и поддерживается незатухающие колебания. Так как нагрузкой служит колебательный контур, то возникающие колебания носят синусоидальный характер. Чтобы обеспечить условие самовозбуждения в начальный момент, отрицательное сопротивление (проводимость) активного элемента должно быть приблизительно на 20 % больше, чем действительная часть сопротивления нагрузки.

Соображения, изложенные выше, можно записать в виде нескольких простых уравнений: первое – для начального момента

$$R_{\text{входа в режиме малого сигнала}} > 1,2 R_i,$$

второе – условие резонанса

$$R_{\text{вх}} + R_h = 0,$$

$$X_{\text{вх}} + X_h = 0.$$

Когда добротность резонансной цепи достаточно велика, потери в ней малы. Следовательно, возможен переход от последовательной к параллельной цепи:

$$Y = G + jB = 1/Z = 1/(R + jX),$$

т. е. при $R \ll |X|$

$$G + jB = R/X^2 + 1/jX$$

и $G \sim R$, а $B \sim -1/X$.

Дуальность позволяет распространить условие самовозбуждения генератора в последовательной цепи на параллельные цепи. Поэтому

$$G_{\text{входа в режиме малого сигнала}} = 1,2 G_i,$$

а условие резонанса

$$G_i = |-G_{\text{вх}}|,$$

$$B_i = |-B_{\text{вх}}|.$$

В соответствии с этими равенствами исследование генераторов – несколько видоизмененная задача согласования полных сопротивлений, для решения которой так хорошо приспособлена диаграмма Смита.

Пример 4.4. Рассчитать генератор на активном приборе, коэффициент отражения от входа которого в режиме малого сигнала составляет $1,3e^{j135^\circ}$.

Решение

Рассмотрим последовательную резонансную цепь (рис. 4.14). Начнем с условий резонанса, выполнение которых необходимо для генерирования:

$$R_{\text{вх}} + R_h = 0,$$

$$X_{\text{вх}} + X_h = 0,$$

и подставим эти значения в выражение для коэффициента отражения:

$$\Gamma_h = (Z_h - Z_B)/(Z_h + Z_B) = (R_h + jX_h - Z_B)/(R_h + jX_h + Z_B)$$

и

$$\Gamma_{\text{вх}} = (Z_{\text{вх}} - Z_B)/(Z_{\text{вх}} + Z_B) = (R_{\text{вх}} + jX_{\text{вх}} - Z_B)/(R_{\text{вх}} + jX_{\text{вх}} + Z_B).$$

Но согласно условиям резонанса

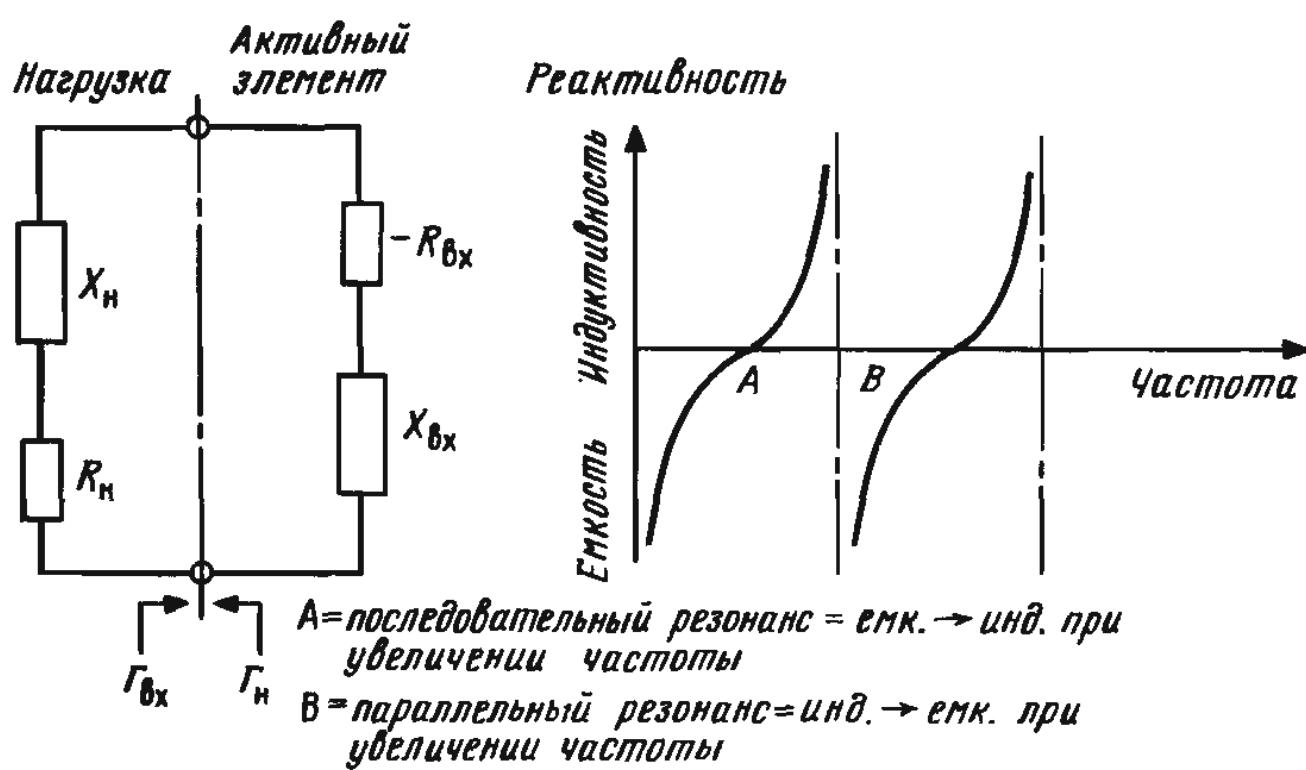


Рис. 4.14. Последовательная эквивалентная схема генератора и частотная зависимость ее реактивной составляющей

$$\Gamma_H = (-R_{Bx} - jX_{Bx} - Z_B) / (-R_{Bx} - jX_{Bx} + Z_B),$$

следовательно,

$$\Gamma_H \Gamma_{Bx} = \frac{R_{Bx} + jX_{Bx} + Z_B}{R_{Bx} + jX_{Bx} - Z_B} \cdot \frac{(-1)[R_{Bx} + jX_{Bx} - Z_B]}{(-1)[R_{Bx} + jX_{Bx} + Z_B]} = 1.$$

Условие резонанса в такой форме более предпочтительно, когда используется диаграмма Смита с отрицательными значениями активного сопротивления.

В исходных данных $\Gamma_{Bx} = 1,3e^{j135^\circ}$, следовательно,

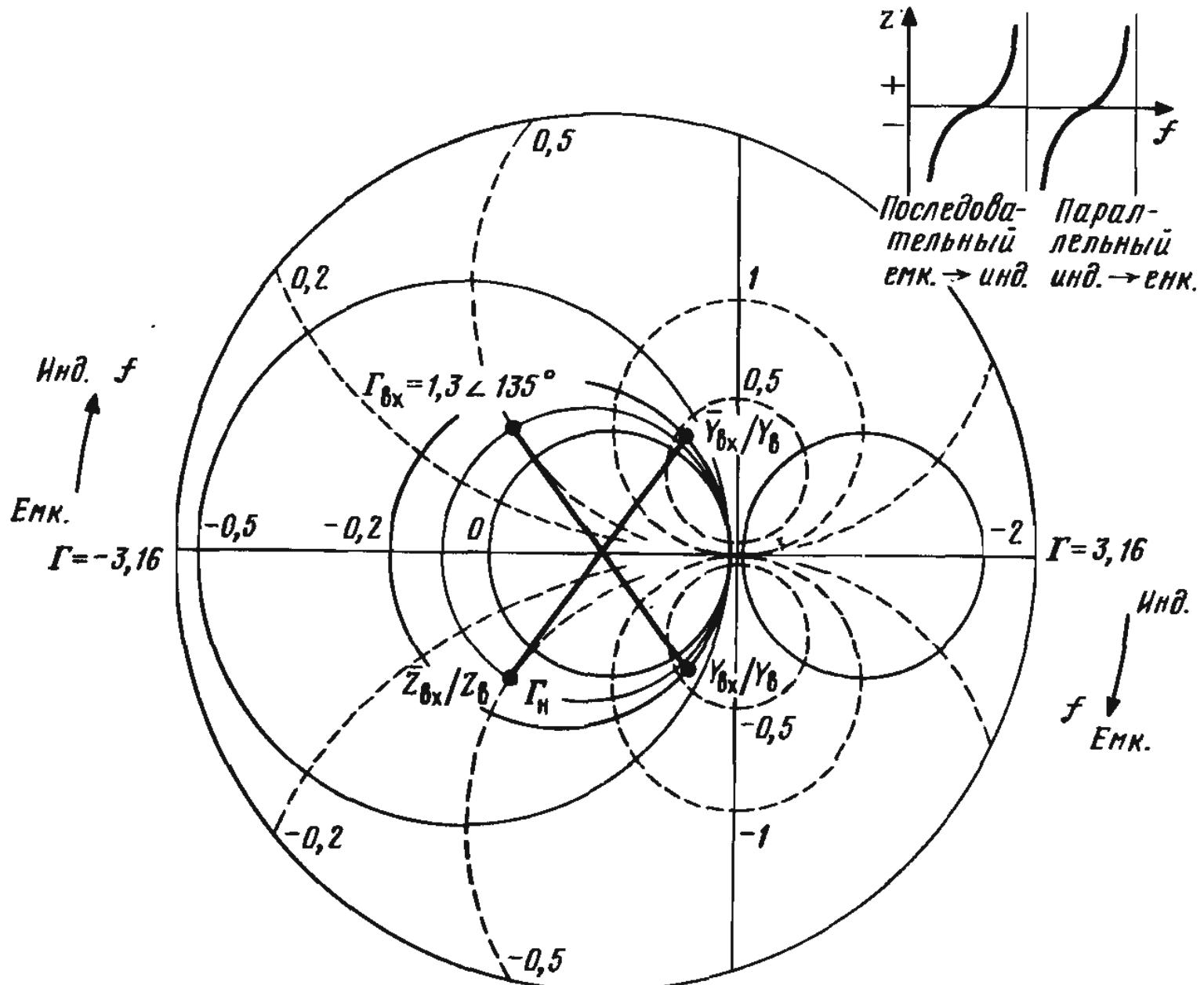


Рис. 4.15. Применение диаграммы Смита при расчете генератора

$$\Gamma_{\text{вх}} \Gamma_{\text{н}} = 1 \cdot e^{j0^\circ} = 1,3k e^{j[135^\circ + (-135^\circ)]}$$

т. е.

$$k = 0,769.$$

Это значение k соответствует режиму малого сигнала. Напомним, что условие нормальной работы автогенератора в режиме большого сигнала

$$R_{\text{вх}} > 1,2 R_{\text{н}},$$

при этом обеспечивается надежное самовозбуждение. Так как $\Gamma_{\text{вх}} = 1,04e^{j135^\circ}$, то, попавая, что полная проводимость прибора не зависит от уровня ВЧ возбуждения, находим

$$\Gamma_{\text{н}} = 0,96e^{j135^\circ}.$$

Величины $\dot{\Gamma}_{\text{вх}}$ и $\Gamma_{\text{н}}$ нанесены на диаграмму Смита (рис. 4.15). Так как величина $\Gamma_{\text{н}}$ известна, остается синтезировать согласующую цепь, включаемую между устройством и нагрузкой. При выборе согласующей цепи обычно руководствуются такими ограничивающими характеристиками, как размеры, тепловые потери и т.п. Во многих случаях, представляющих практический интерес, бывает достаточно простого четвертьволнового или полуволнового шлейфа.

Совершенно аналогично может быть рассмотрен генератор, эквивалентная схема которого – параллельная резонансная цепь. Здесь следует использовать свойство инверсии диаграммы Смита к проводимостям (это свойство у диаграммы с отрицательными значениями активного сопротивления сохраняется).

4.3. СОГЛАСУЮЩИЕ ЦЕПИ НА СОСРЕДОТОЧЕННЫХ ЭЛЕМЕНТАХ

На низких частотах, скажем, ниже 400 МГц, в отдельных случаях могут использоваться цепи на сосредоточенных элементах. Для расчета таких цепей диаграмма Смита неудобна, поскольку она наиболее эффективна при расчете цепей на элементах с распределенными параметрами. Согласующие цепи на сосредоточенных элементах могут состоять из реактивных, резистивных элементов либо из их сочетания.

Если согласующая цепь состоит из резистивных элементов, то согласование полных сопротивлений достигается уменьшением мощности, поступающей от генератора в нагрузку. Этому уменьшению мощности соответствует определенное затухание. В следующем разделе рассмотрены аттенюаторы, вносящие заданное затухание и не нарушающие согласования. Там же рассмотрены простые аттенюаторы, с помощью которых осуществляется согласование неравных сопротивлений. Некоторые цепи из чисто реактивных элементов анализируются в подразд. 4.3.2 с целью иллюстрации методики их построения.

4.3.1. РЕЗИСТИВНАЯ Г-ОБРАЗНАЯ СОГЛАСУЮЩАЯ ЦЕПЬ

Эта цепь состоит из двух резисторов и является простейшей согласующей секцией (рис. 4.16). Она используется для согласования волновых сопротивлений R_{01} и R_{02} . Для согласования по входу

$$R_{01} = R_1 + (R_2 R_{02} / (R_2 + R_{02})) = (R_1 R_2 + R_1 R_{02} + R_2 R_{02}) / (R_2 + R_{02}).$$

Для согласования по выходу

$$R_{02} = R_2 (R_1 + R_{01}) / (R_1 + R_2 + R_{01}) = (R_1 R_2 + R_2 R_{01}) / (R_1 + R_2 + R_{01}).$$

Следовательно,

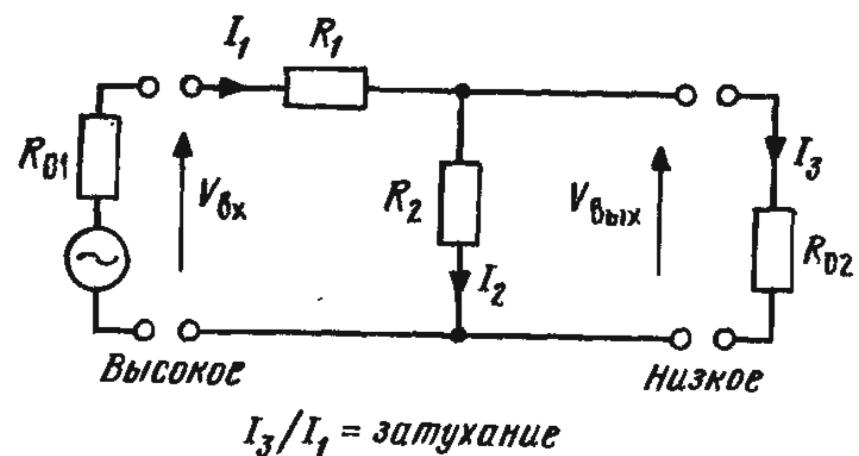


Рис. 4.16. Г-образная согласующая цепь из активных сопротивлений

$$I_3/I_1 = \text{затухание}$$

$$R_2 R_{01} + R_{01} R_{02} - R_1 R_2 - R_1 R_{02} - R_2 R_{02} = 0,$$

$$-R_2 R_{01} + R_{01} R_{02} - R_1 R_2 + R_1 R_{02} + R_2 R_{02} = 0.$$

Складывая, получаем

$$R_{01} R_{02} = R_1 R_2.$$

Подставляя, приходим к равенству

$$R_2 (R_{01} - R_{02}) = R_1 R_{02} = R_{02}^2 R_{01} / R_2$$

или

$$R_1 = [R_{01} (R_{01} - R_{02})]^{1/2}$$

и

$$R_2 = \left(\frac{R_{01} R_{02}^2}{R_{01} - R_{02}} \right)^{1/2},$$

где R_{01} и R_{02} – задаваемые величины.

Если цепь выполнена в соответствии с последними равенствами, то падающая волна проходит без отражений, когда согласующая цепь включена между двумя разными волновыми сопротивлениями. Затухание, вносимое этой цепью, вычисляется по известным величинам токов. Обозначив напряжение на входе цепи через $V_{вх}$, из уравнения Кирхгофа находим

$$I_1 = V_{вх} / [R_1 + R_2 R_{02} / (R_2 + R_{02})],$$

$$V_{вых} / V_{вх} = R_{02} R_2 / [(R_2 + R_{02}) R_1 + R_2 R_{02}].$$

Следовательно,

$$\text{Затухание [дБ]} = 20 \lg \left[\frac{R_{02} R_2}{R_{02} (R_1 + R_2) + R_1 R_2} \right]$$

Пример 4.5. Рассчитать несимметричный резистивный согласующий четырехполюсник для согласования 50-омного отрезка линии с линией, имеющей 75-омное волновое сопротивление. Определить затухание, вносимое этой цепью.

Решение

$R_{02} = 50 \text{ Ом}$ – меньшее сопротивление,

$R_{01} = 75 \text{ Ом}$ – большее сопротивление,

следовательно,

$$R_1 = [75(75 - 50)]^{1/2} = 43,3 \text{ Ом},$$

$$R_2 = \left(\frac{50^2 \cdot 75}{75 - 50} \right)^{1/2} = 86,6 \text{ Ом.}$$

$$\text{Затухание} = 20 \lg \left[\frac{86,6 \cdot 50}{50(43,3 + 86,6) + 43,3 \cdot 86,6} \right] = -7,48 \text{ дБ.}$$

При этом лишь две десятых части передаваемой мощности поступает из одной линии в другую.

4.3.2. СОГЛАСУЮЩИЕ ЦЕПИ НА РЕАКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТАХ

В этом подразделе рассматриваются согласующие Г-, Т- и П-образные цепи на сосредоточенных реактивных элементах и построение основано на следующем принципе: произвольную последовательную цепь, состоящую из последовательно включенных активного R_s и реактивного X_s сопротивлений, можно заменить эквивалентной цепью, состоящей из параллельно включенных активного R_p и реактивного X_p сопротивлений (рис. 4.17)*. Для последовательной цепи $Z = R_s + jX_s$, т. е.

$$|Z| = (R_s^2 + X_s^2)^{1/2}. \quad (4.5)$$

Для параллельной цепи $Z = j(X_p R_p) / (R_p + jX_p)$, следовательно,

$$|Z| = X_p R_p / (R_p^2 + X_p^2)^{1/2}. \quad (4.6)$$

Приравниваем (4.5) и (4.6)**:

$$X_p R_p / (R_p^2 + X_p^2)^{1/2} = (R_s^2 + X_s^2)^{1/2}. \quad (4.7)$$

С целью упрощенной записи введем понятие добротности для цепей, изображенных на рис. 4.17:

$Q = 2\pi f \cdot (\text{энергия, запасенная в цепи} / \text{энергия, рассеиваемая в цепи за 1 с})$.

Для последовательной цепи LR (рис. 4.17)

$$Q = X_s / R_s. \quad (4.8)$$

Для параллельной цепи LR

$$Q = R_p / X_p. \quad (4.9)$$

Подставляя (4.8) и (4.9) в (4.7), получаем

$$R_p / R_s = Q^2 + 1. \quad (4.10)$$

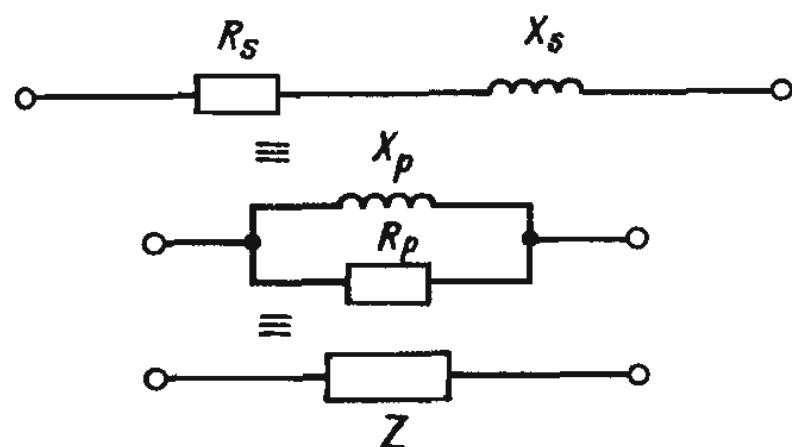


Рис. 4.17. Последовательная и параллельная LR -цепи

* Речь идет об эквивалентности на фиксированной частоте. — Прим. ред.

** Строго говоря, необходимо удовлетворить двум равенствам $R_s = R_p$ и $X_s = X_p$, что также приводит к (4.10). — Прим. ред.

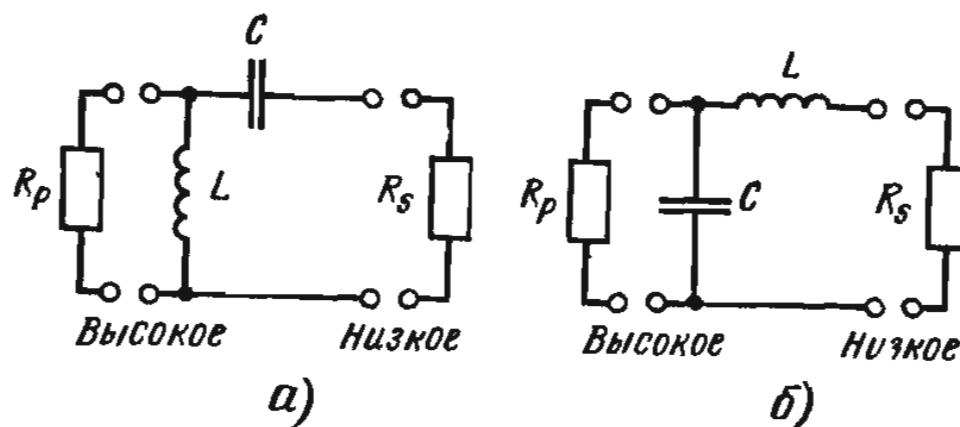


Рис. 4.18. Г-образная согласующая цепь

Из (4.10) следует, что два произвольных активных сопротивления R_p и R_s могут быть согласованы, если обеспечить требуемую добротность согласующей цепи.

Пример 4.6. Определить добротность Q согласующей цепи, трансформирующей активную нагрузку с номиналом 50 Ом в активное сопротивление 600 Ом; рассчитать на частоте 400 МГц согласующую Г-образную цепь.

Решение

$$R_p/R_s - 1 = 600/50 - 1 = Q^2, \text{ откуда } Q = (11)^{1/2} = 3,317.$$

Так как для последовательной цепи $R_s = 50$ Ом, из (4.8) определяем $X_s = QR_s = 50 \cdot 3,317 = 166$ Ом, а из (4.9) $X_p = R_p/Q = 600/3,317 = 181$ Ом, поскольку для параллельной цепи $R_p = 600$ Ом.

Выбор конкретной цепи (рис. 4.18, а или б) зависит от возможности реализации рассчитанных величин элементов. Цепь (рис. 4.18, б), содержащую параллельную емкость, обычно предпочитают в случае, когда требуется подавление в нагрузке гармоник входного сигнала. Цепь (рис. 4.18, а), содержащую параллельную индуктивность, предпочитают, если необходимо обеспечить прохождение постоянной составляющей входного сигнала и подать напряжение смещения на активные элементы.

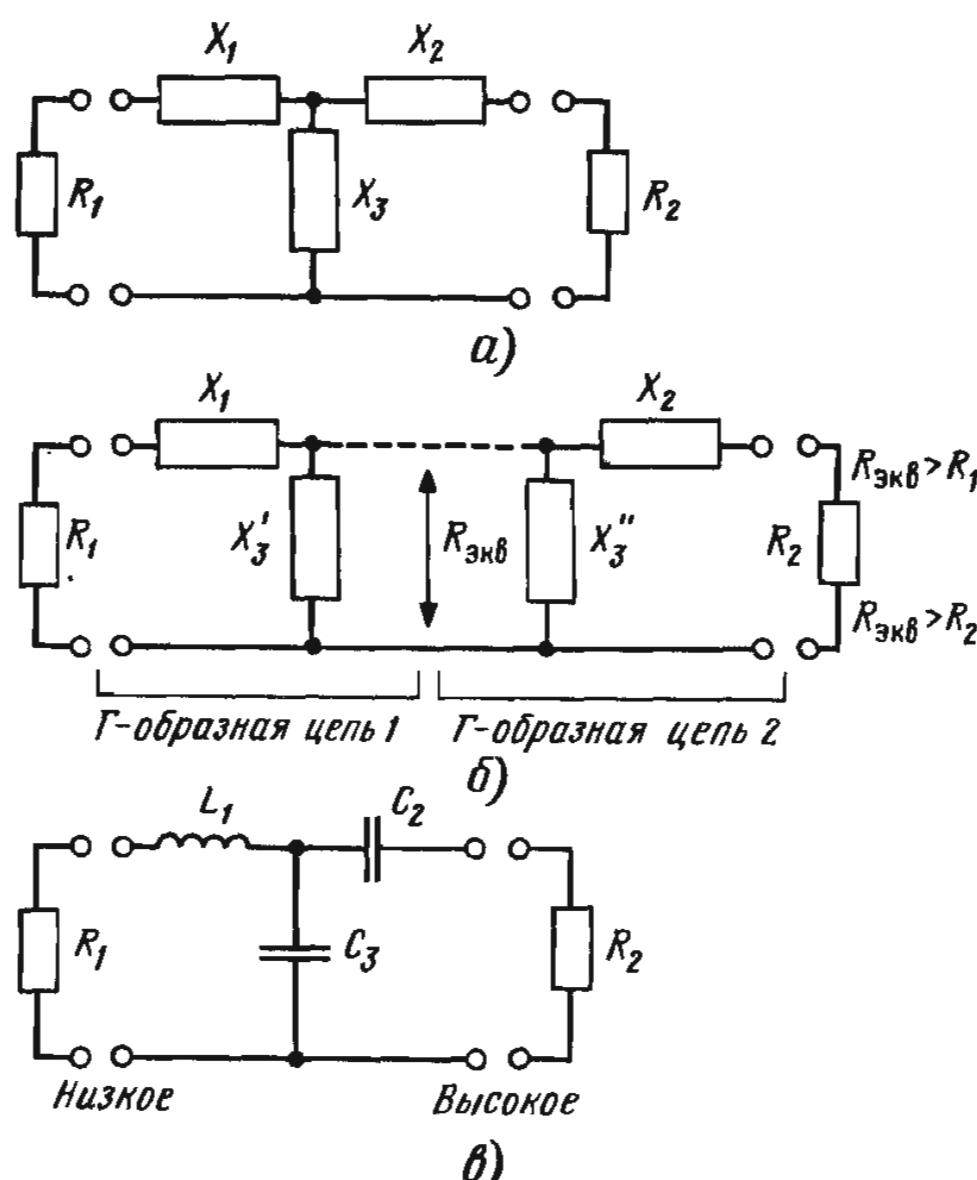


Рис. 4.19. Т-образная согласующая цепь:

а) эквивалентная схема; б) разбиение на Т-образные секции; в) конкретная реализация цепи

Для цепи на рис. 4.18, б $X_L = X_s = 166$ Ом; поэтому $L = X_L / 2\pi f = 166/(2\pi 400 \cdot 10^6) = 66$ нГн.

Аналогично $X_C = X_p = 181$ Ом; поэтому $C = 1/(2\pi f X_C) = 1/(2\pi 400 \cdot 10^6 \cdot 181) = 2,2$ пФ.

Для цепи на рис. 4.18, а $X_C = X_s = 166$ Ом; поэтому $C = 2,4$ пФ, а $X_L = X_p = 181$ Ом, т. е. $L = 72$ нГн.

В согласующих LC-цепях добротность Q зависит только от отношения входного и выходного сопротивлений, что является их недостатком, поскольку с помощью таких цепей можно согласовывать сопротивления, величины которых заметно отличаются друг от друга. Целесообразно выбирать добротность цепи в пределах 10...20. При более низких Q слабо подавляются гармоники входного сигнала. Слишком высокая добротность приводит к увеличению потерь в цепи из-за больших токов при резонансе. В случае, если требуются слишком высокие Q , т. е. перепад согласуемых сопротивлений велик, используют каскадное соединение двух и более секций с более низкими значениями Q .

Применение Т-образных цепей позволяет устранить некоторые недостатки Г-звена. На рис. 4.19 показана такая согласующая Т-образная цепь из реактивных элементов, которую можно представить состоящей из двух Г-звеньев, нагруженных на эквивалентное активное сопротивление $R_{\text{экв}}$ (рис. 4.19, б). Такое представление удобно, поскольку позволяет для расчета использовать свойства Г-звена. Величина $R_{\text{экв}}$ должна быть больше каждой из величин согласуемых сопротивлений R_1 и R_2 , так как согласно (4.10) $R_{\text{экв}}/R_{1,2} = Q_{1,2}^2 + 1$. Реактивное сопротивление X_3 образуется параллельным соединением X'_3 и X''_3 . При расчете схемы предполагается, что известны R_1 , R_2 и добротность Q .

Для первого Г-звена (рис. 4.19, б) из (4.10) находим $R_{\text{экв}}/R_1 = Q_1^2 + 1$, где R_1 известно, а Q_1 можно выбрать произвольно. Определяем сопротивление

$$R_{\text{экв}} = R_1 (Q_1^2 + 1). \quad (4.11)$$

Если рассчитанная по (4.11) величина $R_{\text{экв}}$ окажется меньше R_1 или R_2 , то следует увеличить Q_1 и вычислить новое значение $R_{\text{экв}}$. Из (4.8) и (4.9) определяем

$$X'_3 = R_{\text{экв}}/Q_1, \quad (4.12)$$

$$X_1 = R_1 Q_1. \quad (4.13)$$

Для второго Г-звена (рис. 4.19, б) из (4.10) находим $R_{\text{экв}}/R_2 = Q_2^2 + 1$. Поэтому

$$Q_2^2 R_{\text{экв}}/R_2 - 1. \quad (4.14)$$

С помощью (4.14) из (4.8) и (4.9) определяем

$$X''_3 = R_{\text{экв}}/Q_2, \quad (4.15)$$

$$X_2 = R_2 Q_2. \quad (4.16)$$

Таким образом, для Т-образной цепи (рис. 4.19, а)

$$X_3 = X'_3 X''_3 / (X'_3 + X''_3). \quad (4.17)$$

Пример 4.7. Решить задачу из примера 4.6, используя в качестве согласующей Т-образную цепь.

Решение

Дано: $R_1 = 50 \Omega$, $R_2 = 600 \Omega$, $f = 400 \text{ МГц}$.

Зададим $Q_1 = 10$. Из (4.11) – (4.17) имеем

$$R_{\text{экв}} = 50(100 + 1) = 5050 \Omega.$$

Так как $R_{\text{экв}} > R_1$ и $R_{\text{экв}} > R_2$, менять Q_1 не следует.

$$\begin{aligned} X'_3 &= 5050/10 = 505 \Omega, \\ X_1 &= 50 \cdot 10 = 500 \Omega, \\ Q_2 &= (5050/600 - 1)^{1/2} = 2,723, \\ X''_3 &= 5050/2,723 = 1854 \Omega, \\ X_2 &= 2,723 \cdot 600 = 1634 \Omega, \\ X_3 &= (1854 \cdot 505) / (1854 + 505) = 397 \Omega. \end{aligned}$$

Задавшись конкретной реализацией реактивных элементов (рис. 4.19, в) определим их параметры $L_1 = X_1 / 2\pi f = 500 / (800 \cdot 10^6 \pi) = 199 \text{ нГн}$; $C_3 = 1 / (2\pi f X_3) = 1 \text{ пФ}$; $C_2 = 1 / (2\pi f X_2) = 0,24 \text{ пФ}$.

Перейдем к рассмотрению согласующих П-образных цепей из реактивных элементов (рис. 4.20, а). Для анализа такой цепи, как и ранее, представим ее в виде двух Г-звеньев, нагруженных на активное сопротивление $R_{\text{экв}}$ (рис. 4.20, б). Величина $R_{\text{экв}}$ должна быть меньше каждой из величин согласуемых сопротивлений R_1 и R_2 , так как согласно (4.10) $R_{1,2}/R_{\text{экв}} = Q_{1,2}^2 + 1$, а реактивное сопротивление X_3 образуется последовательным соединением X'_3 и X''_3 .

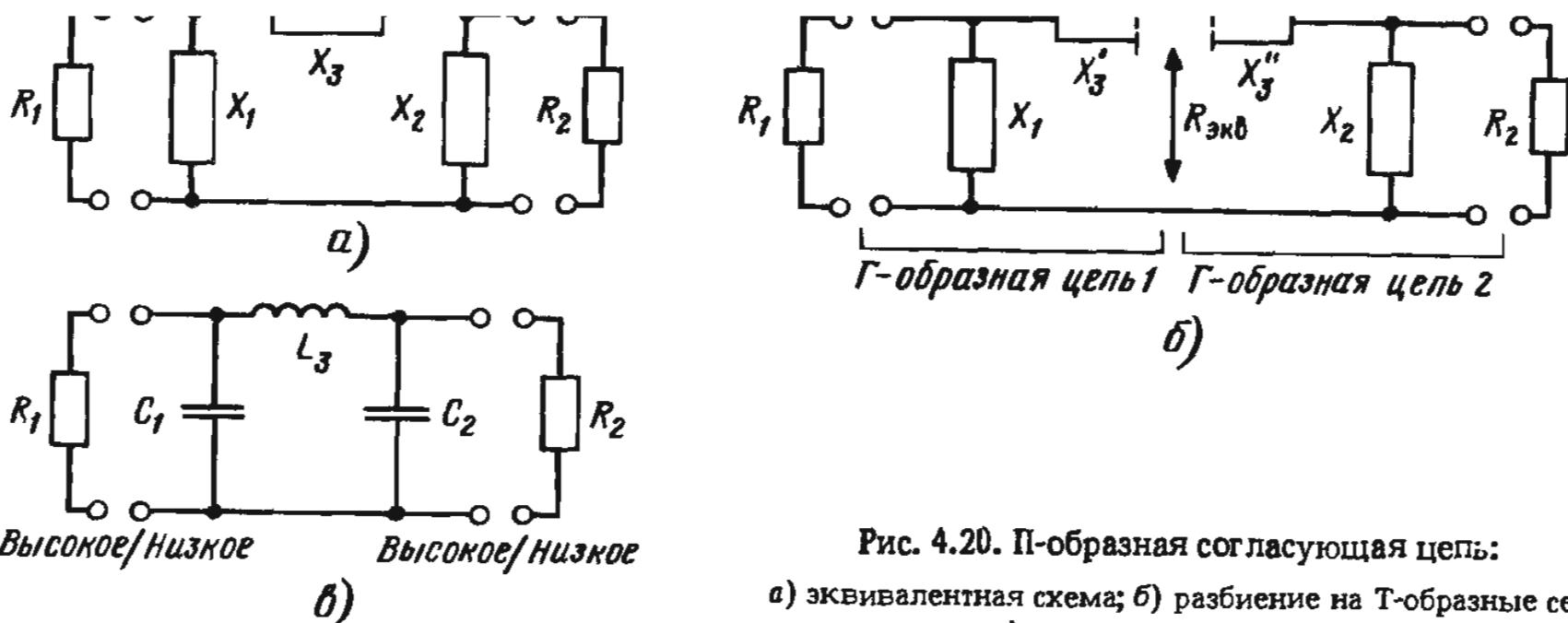


Рис. 4.20. П-образная согласующая цепь:

а) эквивалентная схема; б) разбиение на Т-образные секции; в) конкретная реализация цепи

Для первого Г-звена (рис. 4.20, б) по известным R_1 и R_2 и заданной добротности Q_1 из (4.10) находим

$$R_{\text{экв}} = R_1 / (Q_1^2 + 1). \quad (4.18)$$

Если $R_{\text{экв}}$, рассчитанное из (4.18), будет больше R_1 или R_2 , то необходимо увеличить Q_1 и вычислить новое значение $R_{\text{экв}}$. Из (4.8) и (4.9) определяем

$$X'_3 = R_{\text{экв}} Q_1, \quad (4.19)$$

$$X_1 = R_1 / Q_1. \quad (4.20)$$

Для второго Г-звена из (4.10) следует

$$Q_2^2 = R_2 / R_{\text{экв}} - 1. \quad (4.21)$$

С помощью (4.21) из (4.8) и (4.9) находим

$$X''_3 = R_{\text{экв}} Q_2, \quad (4.22)$$

$$X_2 = R_2 / Q_2. \quad (4.23)$$

Определяем X_3 для П-образной цепи

$$X_3 = X'_3 + X''_3. \quad (4.24)$$

Пример 4.8. Решить задачу из примера 4.7, используя в качестве согласующей П-образную цепь (см. рис. 4.20).

Решение

Дано: $R_1 = 50 \Omega$, $R_2 = 600 \Omega$, $f = 400 \text{ МГц}$. Выберем $Q_1 = 10$. Используя формулы (4.18) – (4.24), получаем

$$\begin{aligned} R_{\text{экв}} &= 50 / (100 + 1) = 0,5 \Omega, \quad R_{\text{экв}} < R_1 \text{ и } R_{\text{экв}} < R_2, \\ X'_3 &= 0,5 \cdot 10 = 5 \Omega, \\ X_1 &= 50 / 10 = 5 \Omega, \\ Q_2^2 &= (600 / 0,5 - 1)^{1/2} = 35, \\ X''_3 &= 0,5 \cdot 35 = 17 \Omega, \\ X_2 &= 600 / 35 = 17 \Omega, \\ X_3 &= 17 + 5 = 22 \Omega. \end{aligned}$$

Выбрав конкретные реактивные элементы для П-образной цепи (рис. 4.20, в), определяем величины элементов:

$$C_1 = 1 / (2\pi f X_1) = 1 / (2\pi 400 \cdot 10^6 \cdot 5) = 80 \text{ пФ},$$

$$C_2 = 1/(2\pi f X_2) = 1/(2\pi \cdot 400 \cdot 10^6 \cdot 17) = 23 \text{ пФ},$$

$$L_3 = X_3 / (2\pi f) = 22 / (2\pi \cdot 400 \cdot 10^6) = 9 \text{ нГн}.$$

Рассмотрим применение полученных формул для расчета согласования в случае, когда необходимо учитывать реактивную составляющую сопротивления источника и нагрузки.

Пример 4.9. На входе и выходе усилителя (рис. 4.21) с выходной мощностью 4 Вт, работающего на частоте 137 МГц, включены отрезки линии передачи с волновым сопротивлением 50 Ом. По справочнику определены на частоте 137 МГц: входное сопротивление транзистора $(1,5 + j1,2)$ Ом; емкость между коллектором и эмиттером $C_H = 60 \text{ пФ}$; напряжение источника питания 9 В. Рассчитать согласующие схемы на входе и выходе усилителя.

Решение

Зная мощность на выходе усилителя 4 Вт и напряжение источника питания $V = 9 \text{ В}$, можно рассчитать приближенное значение выходного сопротивления транзистора $R_T = V^2 / (2 \cdot 4) = 10 \text{ Ом}$. На выходе включено согласующее Г-звено, состоящее из L_3 и C_3 , с добротностью $Q = (50/10 - 1)^{1/2} = 2$. Из (4.8) и (4.9) находим $X_{L2} = 2 \cdot 10 = 20 \text{ Ом}$; $X_{C3} = 50/2 = 25 \text{ Ом}$. Так как L_3 с C_H образуют выходной резонансный контур усилителя, то $X_{L3} = 1/(2\pi f C_H)$; $X_{L3} = 1/(2\pi \cdot 137 \cdot 10^6 \cdot 60 \cdot 10^{-12}) = 19,4 \text{ Ом}$.

Определим параметры реактивных элементов на выходе усилителя:

$$L_2 = 20/2\pi \cdot 137 \cdot 10^6 = 23 \text{ нГн}; \quad L_3 = 19,4/2\pi \cdot 137 \cdot 10^6 = 23 \text{ нГн};$$

$$C_3 = 1/(2\pi \cdot 25 \cdot 137 \cdot 10^6) = 46 \text{ пФ}.$$

Входная согласующая цепь должна согласовывать линию с сопротивлением 50 Ом и комплексное входное сопротивление транзистора, активная часть которого равна 1,5 Ом, а индуктивная реактивная часть равна $j1,2 \text{ Ом}$ (рис. 4.21).

Рассчитаем согласующую цепь, не учитывая реактивную часть входного сопротивления транзистора. На входе включено Т-звено, образованное C_1 , L_1 и C_2 (см. пример 4.7).

Выберем $Q_1 = 10$, тогда

$$R_{\text{вх}} = 1,5(100 + 1) = 152 \text{ Ом}, \quad X_{L1} = X_1 = 1,5 \cdot 10 = 15 \text{ Ом}, \quad X'_3 = 152/10 = 15,2 \text{ Ом}, \quad Q_2 = (152/50 - 1)^{1/2} = 1,43, \\ X''_3 = 152/1,43 = 106,3 \text{ Ом}, \quad X_{C1} = X_2 = 1,43 \cdot 50 = 71,5 \text{ Ом}.$$

Следовательно,

$$C_1 = 1/(2\pi \cdot 137 \cdot 10^6 \cdot 71,5) = 16,2 \text{ пФ},$$

$$X_{C2} = X'_3 + X''_3 = 121,5 \text{ Ом}.$$

Скорректируем величину X_{L1} с учетом реактивной части входного сопротивления транзистора:

$$X'_{L1} = X_{L1} - 1,2 = 13,8 \text{ Ом},$$

$$L_1 = 13,8/2\pi \cdot 137 \cdot 10^6 = 16 \text{ нГн}.$$

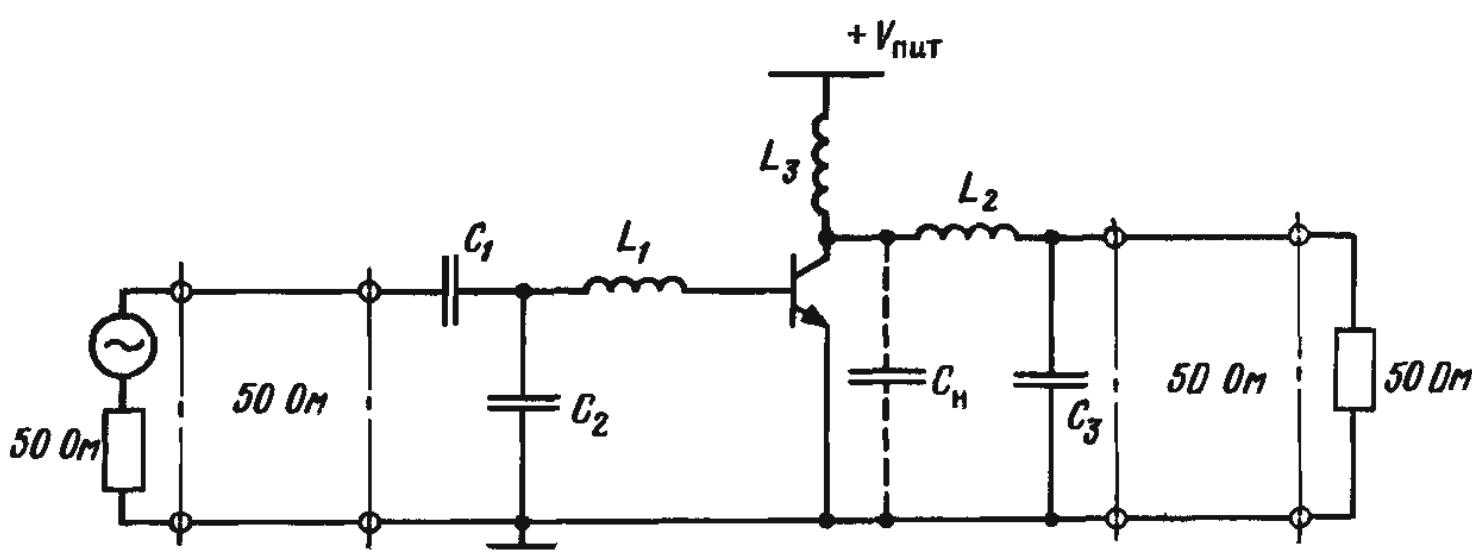


Рис. 4.21. Упрощенная схема высокочастотного усилителя

Кроме описанной выше методики для расчета согласующих схем с сосредоточенными элементами применяют круговую диаграмму полных сопротивлений, что иллюстрируется в примере 4.10.

Пример 4.10. Для схемы на рис. 4.21 с помощью круговой диаграммы рассчитать входную согласующую цепь для СВЧ транзистора, измеренный коэффициент отражения на входе которого равен $0,67 e^{-j158^\circ}$. Рабочая частота 1 ГГц. Волновое сопротивление линии $Z_B = 50 \Omega$.

Решение

Сначала определим по диаграмме входное сопротивление транзистора (т. А на рис. 4.22). В этой точке нормированное входное сопротивление $(0,2 - j0,2)$, что соответствует при 50-омной питающей линии сопротивлению $(10 - j10) \Omega$. Для передачи максимальной мощности ко входу транзистора следует подключить

КООРДИНАТЫ СОПРОТИВЛЕНИЙ ИЛИ ПРОВОДИМОСТЕЙ

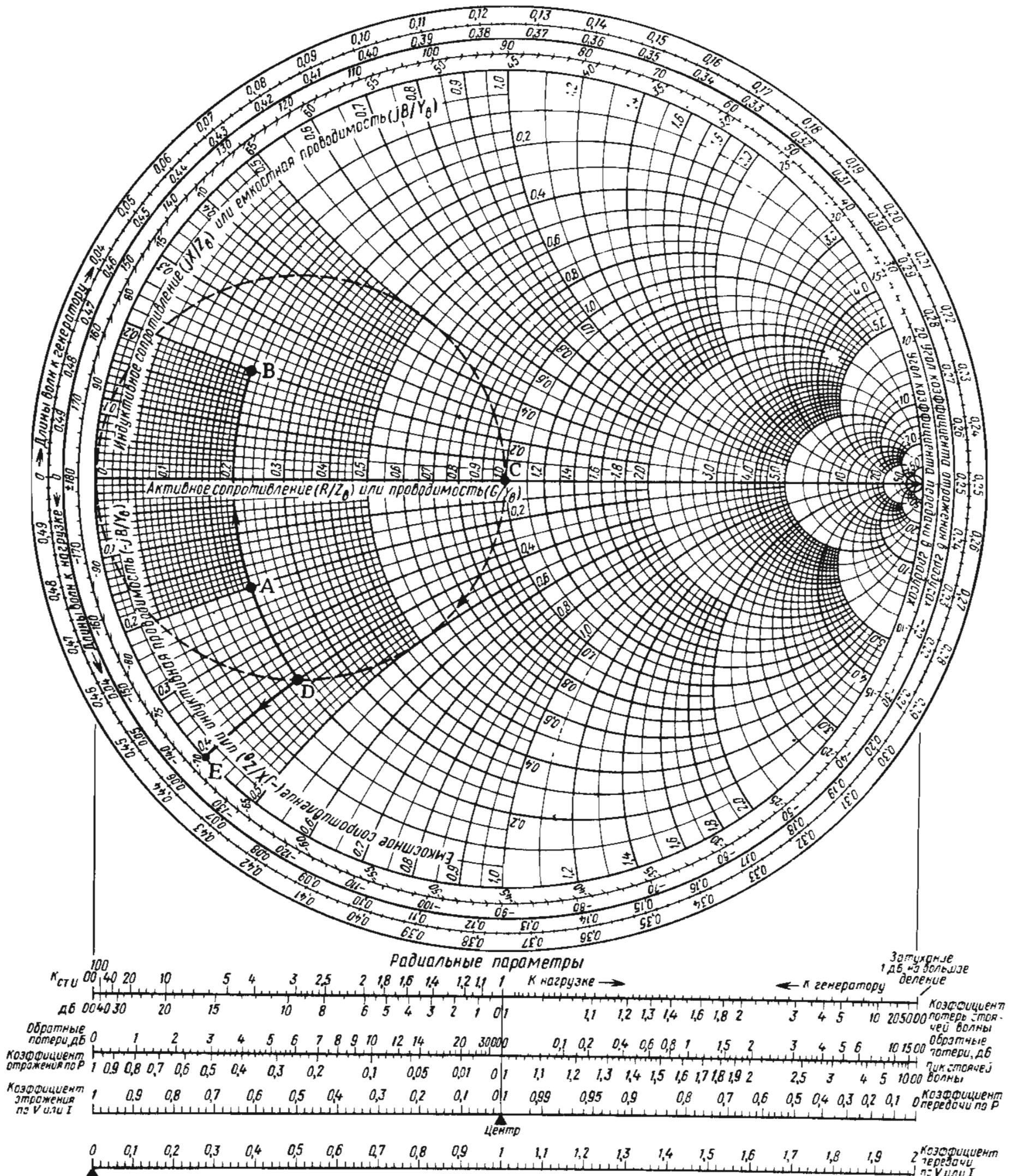


Рис. 4.22. Построения на диаграмме Смита для примера 4.10

сопряженное сопротивление $(0,2 + j0,2)$, соответствующее т. В. Поэтому решение задачи сводится к трансформации активного сопротивления 50 Ом (выходное сопротивление питающей линии), нормированное значение которого равно 1 (т. С в центре диаграммы), в нормированное сопротивление, соответствующее т. В.

Для простоты расчетов предположим, что величина емкости C_1 (см. рис. 4.21) достаточно велика, вследствие чего величина реактивного сопротивления емкости мала и ею можно пренебречь. Поэтому согласно рис. 4.21 сопротивление, подключаемое ко входу транзистора, является результирующим сопротивлением цепи, состоящей из последовательно включенных сопротивления X_{L_1} , соответствующего реактивному сопротивлению индуктивности L_1 , и сопротивления, образованного параллельным соединением 50-омного активного сопротивления с X_{C_2} , соответствующего реактивному сопротивлению емкости C_2 . Величины L_1 и C_2 надо выбрать так, чтобы результирующее сопротивление было равно $(0,2 + j0,2)$. Следует отметить, что геометрическим местом точек, соответствующих нормированному сопротивлению параллельного соединения постоянного единичного активного сопротивления и произвольного реактивного сопротивления, будет окружность, изображенная штриховой линией на рис. 4.22. Перемещаемся из т. С вдоль этой окружности по часовой стрелке до пересечения (т. Д) с окружностью постоянного активного сопротивления, проходящей через т. В. В т. Д нормированное сопротивление равно $0,2 - j0,4$, а нормированная проводимость $1 + j2$. Это означает, что нормированные проводимость и сопротивление емкости C_2 должны быть 2 и 0,5 соответственно. Переходя к ненормированным величинам, получаем $X_{C_2} = (0,5 \cdot 50) = 25$ Ом, откуда $C_2 = 6,4$ пФ.

Затем из т. Д, перемещаясь по дуге DB, что соответствует включению последовательного индуктивного сопротивления X_{L_1} , попадаем в т. В. Для такого перемещения из т. Д в т. В необходимо включить нормированное сопротивление, равное 0,6, т. е. $X_{L_1} = (0,6 \cdot 50) = 30$ Ом. Отсюда находим $L_1 = 30/(2\pi f) = 4,8$ нГн.

Отметим, что задача согласования не имеет единственного решения. Поэтому требуется тщательное исследование различных согласующих схем с целью определения наиболее подходящей оптимальной схемы для каждого конкретного случая.

4.3.3. АТТЕНЮАТОРЫ НА СОСРЕДОТОЧЕННЫХ ЭЛЕМЕНТАХ

Для уменьшения уровня отражений от нагрузки кроме согласующих цепей с чисто реактивными элементами применяют цепи, вносящие затухание и получившие название аттенюаторов. Однако следует иметь в виду, что КПД таких согласующих цепей низкий, так как они вносят затухание не только для отраженной, но и для падающей волны. Применяют аттенюаторы и для других целей, например при калибровке измерителей уровня сигнала в радиоэлектронной аппаратуре, для обеспечения заданного уровня шумов при измерениях и др.

Анализ симметричных аттенюаторов выполним, обратившись к эквивалентной П- или Т-образной цепи линии передачи (см. разд. 1.3) и учитывая одну важную особенность аттенюаторов: они не вносят фазовый сдвиг в сигнал, проходящий со входа на выход. Поэтому коэффициент распространения в эквивалентном отрезке длинной линии будет действительным.

Затухание, вносимое аттенюатором, измеряется обычно в децибелах и равно

$$10 \lg \frac{\text{мощность на входе}}{\text{мощность на выходе}}$$

или для симметричных цепей, включенных между согласованными зажимами,

$$20 \lg \frac{\text{входной ток}}{\text{выходной ток}},$$

т. е. $20 \lg N$ дБ, где $N = \exp(\text{затухание в неперах})$ (см. разд. 1.2).

Для расчета одного звена аттенюатора обычно задают волновое сопротивление линии и величину требуемого затухания. В разд. 1.3 построена эквивалентная Т-образная цепь для отрезка длинной линии. На рис. 4.23 показано Т-звено аттенюатора из резисторов.

Как отмечалось выше, в аттенюаторах коэффициент фазы $\beta = 0$, т. е. постоянная распространения равна коэффициенту затухания α .

Применяя формулы из разд. 1.3 к схеме на рис. 4.23, получаем

$$R_1 = R_0 \operatorname{th}(\alpha l/2) = R_0 \frac{\exp(\alpha l/2) - \exp(-\alpha l/2)}{\exp(\alpha l/2) + \exp(-\alpha l/2)} = R_0 \frac{\exp(\alpha l) - 1}{\exp(\alpha l) + 1} \text{ или } R_1 = R_0 \frac{N-1}{N+1},$$

где $N = \exp(\alpha l)$. (4.25)

Аналогично

$$R_2 = R_0 \frac{1}{\operatorname{sh}(\alpha l)} = \frac{2R_0}{\exp(\alpha l) - \exp(-\alpha l)} = \frac{2R_0 \exp(\alpha l)}{\exp(2\alpha l) - 1} (4.26)$$

$$\text{или } R_2 = R_0 \left(\frac{2N}{N^2 - 1} \right).$$

С помощью (4.25) и (4.26) можно определить величины всех элементов схемы на рис. 4.23. Поскольку номинальные значения R_1 и R_2 , из которых будет собрана схема аттенюатора, отличаются от рассчитанных по (4.25) и (4.26), то лучшие результаты достигаются, когда в качестве номинальных значений выбраны ближайшие к рассчитанным. Если номиналы для R_1 и R_2 достаточно близки к расчетным, но экспериментальные характеристики все же значительно отличаются от теоретических, следует обратиться к П-образной схеме аттенюатора либо использовать последовательное и параллельное соединение резисторов для получения величин R_1 и R_2 , более близких к расчетным. В конце подраздела дана оценка влияния на затухание и входное сопротивление отклонений от расчетных значений величин установленных в аттенюаторе резисторов.

Для расчета мощности, рассеиваемой в элементах аттенюатора, обратимся к рис. 4.24. Если известна мощность, поступающая на вход аттенюатора, то с помощью законов Кирхгофа можно определить мощность, рассеиваемую каждым резистором. Пусть входная мощность равна W [Вт] и входное сопротивление секции равно R_0 [Ом]. Тогда напряжение и ток на входе (рис. 4.24):

$$V_{\text{вх}} = (R_0 W)^{1/2}; I_{\text{вх}} = V_{\text{вх}} / \left[R_{1A} + \frac{(R_{1B} + R_0)R_2}{R_{1B} + R_2 + R_0} \right].$$

Мощность, рассеиваемая в R_{1A} ,

$$P_{R_{1A}} = I_{\text{вх}}^2 R_{1A}. (4.27)$$

Определив V_2 по формуле $V_2 = V_{\text{вх}} - I_{\text{вх}} R_{1A}$, найдем мощность, рассеиваемую в R_2 .

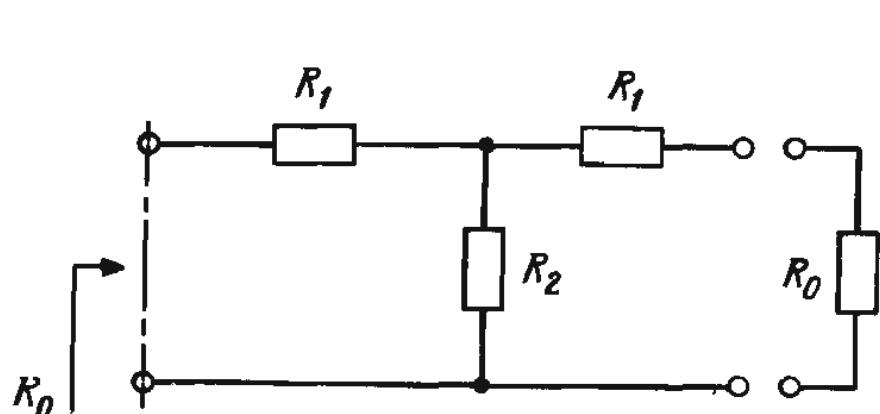


Рис. 4.23. Симметричное Т-образное звено аттенюатора

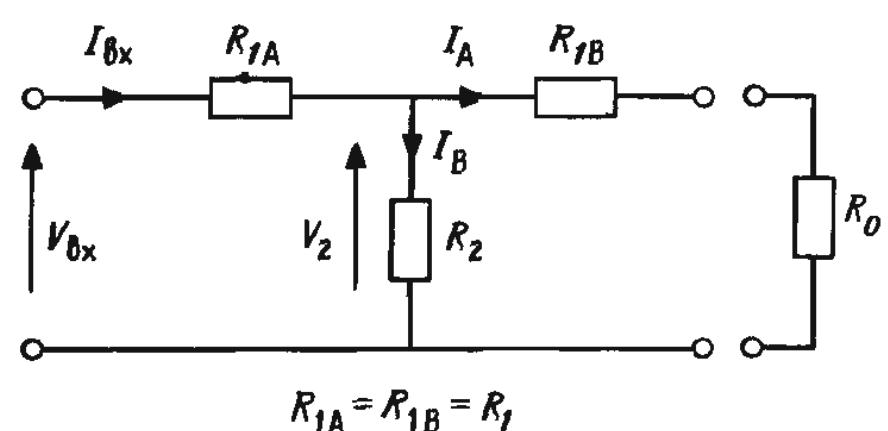


Рис. 4.24. Т-образное звено аттенюатора

$$P_{R_2} = V_2^2 / R_2. \quad (4.28)$$

Рассчитав ток I_A по формуле $I_A = V_2 / (R_{1B} + R_0)$, найдем мощность, рассеиваемую в R_{1B} .

$$P_{R_{1B}} = I_A^2 R_{1B}. \quad (4.29)$$

Анализ симметричного П-звена аттенюатора на резисторах (рис. 4.25) проводится аналогично. Сравнив эквивалентную цепь в разд. 1.3 и цепь на рис. 4.25, запишем:

$$R_2 = R_0 \operatorname{sh}(\alpha l) \text{ и } R_1 = R_0 \operatorname{cth}(\alpha l/2)$$

или

$$R_2 = R_0 \frac{\exp(\alpha l) - \exp(-\alpha l)}{2} = \frac{R_0}{2} \frac{\exp(2\alpha l) - 1}{\exp(\alpha l)}.$$

Так как $N = \exp(\alpha l)$, то

$$R_2 = R_0 \left(\frac{N^2 - 1}{2N} \right). \quad (4.30)$$

В свою очередь,

$$R_1 = R_0 \frac{\exp(\alpha l/2) + \exp(-\alpha l/2)}{\exp(\alpha l/2) - \exp(-\alpha l/2)} = R_0 \left(\frac{N + 1}{N - 1} \right). \quad (4.31)$$

Из сравнения формул (4.25) и (4.26) с (4.30) и (4.31) следует, что П- и Т-звенья аттенюаторов двойственны. Как и в случае Т-звена, для определения мощности, рассеиваемой в каждом элементе П-звена, следует применить законы Кирхгофа к схеме на рис. 4.25. Читателю предлагается проделать это самостоятельно.

В конкретной ситуации выбор Т- или П-звена зависит от возможности практической реализации элементов схемы аттенюатора. В случае высоких значений входного сопротивления может оказаться, что величина R_2 в Т-звене чрезвычайно мала, а в П-звене весьма велика. При практической реализации аттенюаторов следует использовать резисторы с малой индуктивностью, например на основе пленок из графита. Все соединения между элементами должны иметь минимально возможную длину для устранения паразитных связей между ними. Наличие паразитных связей затрудняет создание аттенюаторов с большим затуханием, так как такие связи ограничивают величину максимально достижимого затухания в реальных конструкциях. Поэтому на практике в качестве схемы аттенюатора с большим затуханием применяют каскадное соединение нескольких звеньев, каждое из которых вносит относительно небольшое затухание.

Поскольку номинальные значения резисторов в Т- и П-звеньях аттенюатора отличаются от рассчитанных, следует до конструирования оценить влияние этих отличий на параметры аттенюатора. Другими словами, определить, как изменяются затухание

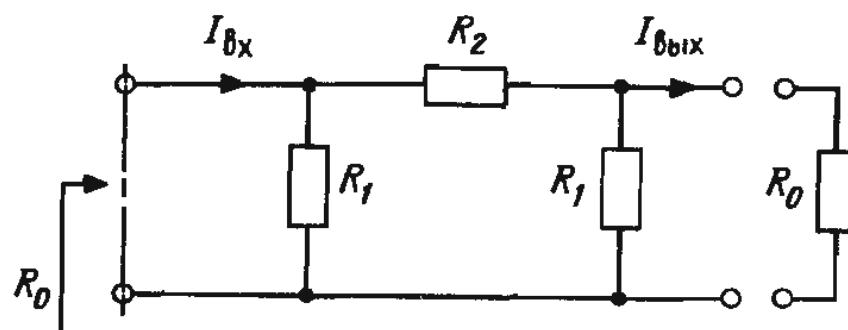


Рис. 4.25. П-образное звено аттенюатора

и входное сопротивление, если величины элементов аттенюатора отличаются от рассчитанных по (4.25), (4.26), (4.30) и (4.31). Обратившись к рис. 4.23, запишем входное сопротивление Т-звена:

$$R_0 = R_1 + \frac{R_2(R_1 + R_0)}{R_1 + R_2 + R_0}$$

или

$$R_0 R_1 + R_0^2 + R_0 R_2 = R_1^2 + R_1 R_0 + R_1 R_2 + R_1 R_2 + R_0 R_2,$$

откуда

$$R_0 = (R_1^2 + 2R_1 R_2)^{1/2}. \quad (4.32)$$

Определим затухание, вносимое Т-звеном (см. рис. 4.24) как функцию R_1 и R_2 :

$$\frac{I_A}{I_{\text{вх}}} = \frac{R_2}{R_0 + R_1 + R_2}. \quad (4.33)$$

Подставляя (4.32) в (4.33), получаем

$$\frac{I_{\text{вх}}}{I_A} = 1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{(R_1^2 + 2R_1 R_2)^{1/2}}{R_2}. \quad (4.34)$$

Затухание в децибелах равно $20 \lg(I_{\text{вх}}/I_A)$.

Можно действовать несколько иначе, что приведет к более простым выражениям. Подставляя в (4.33) выражение $I_{\text{вх}}/I_A = \exp(\alpha l)$ из разд. 1.2, находим

$$\exp(\alpha l) = (R_0 + R_1 + R_2)/R_2$$

или

$$\exp(-\alpha l) = 1/\exp(\alpha l) = 1/(1 + R_1/R_2 + R_0/R_2).$$

После умножения числителя и знаменателя этого соотношения на $[(1 + R_1/R_2) - (R_0/R_2)]$ приходим к равенству

$$\exp(-\alpha l) = [(1 + R_1/R_2) - (R_0/R_2)]/[(1 + R_1/R_2)^2 - (R_0/R_2)^2].$$

Подставим в знаменатель последнего выражения значение R_0 из (4.32):

$$\exp(-\alpha l) = (1 + R_1/R_2 - R_0/R_2)/1.$$

Следовательно, $\exp(\alpha l) + \exp(-\alpha l) = 2(1 + R_1/R_2)$ или

$$\operatorname{ch}(\alpha l) = 1 + R_1/R_2.$$

Поэтому затухание αl в неперах можно определить по формуле (см. приложение В)

$$\alpha l = \operatorname{arch}(1 + R_1/R_2) = \ln \left\{ (1 + R_1/R_2) + [(1 + R_1/R_2)^2 - 1]^{1/2} \right\}. \quad (4.35)$$

Умножая полученное значение αl на 8,686, получаем затухание в децибелах.

Аналогично выполненный анализ для П-звена аттенюатора приводит к следующей формуле для затухания:

$$\alpha l = \operatorname{arch}(1 + R_2/R_1).$$

Пример 4.11. Рассчитать: 1) аттенюатор на симметричном П-звене из трех резисторов, вносящий затухание 20 дБ и включенный в разрыв линии с волновым сопротивлением 50 Ом; 2) для тех же данных аттенюатор на симметричном Т-звене; 3) в случаях Т-звена мощности, рассеиваемые на каждом резисторе, если мощность на входе аттенюатора 1 Вт.

Решение

Дано: $R_0 = 50 \text{ Ом}$; так как $20 \text{ дБ} = 20 \lg N$, то $N = 10^{20/20} = 10$.

1. Для П-звена находим из (4.31)

$$R_1 = 50 \cdot (11/9) = 61 \text{ Ом.}$$

$$\text{Из (4.30)} R_2 = 50[(100 - 1)/20] = 248 \text{ Ом.}$$

2. Для Т-звена находим из (4.25) и (4.26)

$$R_1 = 41 \text{ Ом}, R_2 = 10 \text{ Ом.}$$

3. Мощность, рассеиваемая в резисторах Т-звена,

$$V_{\text{вх}} = (PR_0)^{1/2} = 7,07 \text{ В,}$$

$$I_{\text{вх}} = 7,07 / \left[41 + \frac{(41 + 50) \cdot 10}{(41 + 50 + 10)} \right] = 0,142 \text{ А,}$$

$$V_2 = 7,07 - 0,142 \cdot 41 = 1,289 \text{ В.}$$

Следовательно,

$$P_{R_1A} = (0,142)^2 \cdot 41 = 0,815 \text{ Вт}; P_{R_2} = 0,166 \text{ Вт},$$

$$P_{R_1B} = 0,008 \text{ Вт.}$$

Проверяем баланс мощностей $0,815 + 0,166 + 0,008 \approx 0,99 \text{ Вт}^*$.

Пример 4.12. Для Т-звена аттенюатора, величины R_1 и R_2 , которого рассчитаны в п.2 примера 4.11, выбраны следующие номиналы резисторов: $R_1 = 47 \text{ Ом}$, $R_2 = 10 \text{ Ом}$. Рассчитать входное сопротивление и затухание аттенюатора, сконструированного из выбранных резисторов.

Решение

Расчетное значение $R_1 = 41 \text{ Ом}$, а выбранное номинальное значение 47 Ом ; для R_2 расчетное и номинальное значения совпадают: 10 Ом .

Находим из (4.32) $R_0 = (47^2 + 2 \cdot 47 \cdot 10)^{1/2} = 56 \text{ Ом}$. Согласно (4.34) затухание равно $20 \lg(1 + 47/10 + 56/10) = 21,1 \text{ дБ}$; соответственно из (4.35) затухание равно $8,686 \cdot 2,4258 = 21,1 \text{ дБ}$.

Из примера 4.12 следует, что использование номинальных величин для R_1 и R_2 привело к изменению входного сопротивления аттенюатора на 12 %, а затухания на $\approx 6 \%$.

Вычисления, аналогичные проведенным в примерах 4.11 и 4.12 для аттенюаторов из симметричных П- и Т-звеньев, можно выполнить по программе 4.2 ATTN. Программа позволяет проводить как синтез, т. е. по заданным затуханию и входному сопротивлению находить величины резисторов, так и анализ, т. е. по заданным величинам резисторов в звене определять затухание и входное сопротивление.

JC FORMATTED LISTING
FILE: PROGRAM 4.2 ATTN
PAGE-1

```

10 REM
20 REM ----- АТТЕНЮАТОР -----
30 REM
40 REM ЭТА ПРОГРАММА ВЫЧИСЛЯЕТ
50 REM ВЕЛИЧИНЫ АКТИВНЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ,
60 REM НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ КОНСТРУИРОВАНИЯ
70 REM СИММЕТРИЧНЫХ Т- И П- ЗВЕНЬЕВ

```

* Остальная мощность, равная 0,01 Вт, поступает в линию, подключенную к выходу аттенюатора. –
Прим. перев.

```

80 REM АТТЕНЮАТОРА.
90 REM ВЫЧИСЛЯЕТСЯ ТАКЖЕ МОЩНОСТЬ,
100 REM РАССЕИВАЕМАЯ КАЖДЫМ ЭЛЕМЕНТОМ
110 REM ЦЕПИ.
120 REM ПРОГРАММА МОЖЕТ
130 REM ОПРЕДЕЛЯТЬ ЗАТУХАНИЕ И
140 REM ВХОДНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ СИММЕТРИЧНЫХ
150 REM Т- И П- ЗВЕНЬЕВ АТТЕНЮАТОРА ПО
160 REM ИЗВЕСТНЫМ ВЕЛИЧИНАМ ИХ
170 REM ЭЛЕМЕНТОВ.
180 REM
190 REM R0 - ВХОДНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ
200 REM R1,R2 - АКТИВНЫЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ
210 REM ALPHA - ЗАТУХАНИЕ В ДБ
220 REM POWER - МОЩНОСТЬ НА ВХОДЕ (ВАТТЫ)
230 REM
240 REM ВВОД ИСХОДНЫХ ДАННЫХ
250 REM
260 CLS
270 PRINT
280 PRINT "ВАМ ИЗВЕСТНЫ ВЕЛИЧИНЫ ЭЛЕМЕНТОВ ЦЕПИ?"
290 PRINT "ЕСЛИ ДА, ВВЕДИТЕ 1, ЕСЛИ НЕТ ,0"
300 INPUT A
310 IF A = 1 OR A = 0 THEN
320 ELSE 240
320 IF A = 0 THEN
340
330 IF A = 1 THEN
770
340 PRINT "ВВЕДИТЕ ВХОДНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ (ОМ)"
350 INPUT R0
360 PRINT "ВВЕДИТЕ НЕОБХОДИМОЕ ЗАТУХАНИЕ В ДБ"
370 INPUT ALPHA
380 PRINT "ВВЕДИТЕ МОЩНОСТЬ НА ВХОДЕ В ВАТТАХ"
390 INPUT POWER
400 PRINT
410 PRINT "*****"
420 PRINT
430 LET N = 10 ^ (ALPHA / 20)
440 REM Т - ЗВЕНО
450 LET K = 0
460 LET R1 = R0 * (N - 1) / (N + 1)
470 LET R2 = R0 * 2 * N / (N * N - 1)
480 LET V1 = SQR (R0 * POWER)
490 LET I1 = V1 / (R1 + ((R1 + R0) * R2 / (R1 + R2 + R0)))
500 LET P1 = I1 * I1 * R1
510 LET P2 = (V1 - I1 * R1) * (V1 - I1 * R1) / R2
520 LET P3 = ((V1 - I1 * R1) / (R1 + R0)) ^ 2 * R1
530 PRINT "СИММЕТРИЧНОЕ Т - ЗВЕНО"
540 PRINT "С ЗАТУХАНИЕМ "ALPHA" ДБ"
550 PRINT "ИМЕЕТ R1 = "INT(R1 * 1000 + .5) / 1000" ОМ"
560 PRINT "И R2 = "INT(R2 * 1000 + .5) / 1000" ОМ"
570 PRINT "МОЩНОСТЬ, PAC. В R1A = "INT(P1 * 10000 + .5) / 10000" ВАТТ"
580 PRINT "МОЩНОСТЬ, PAC. В R2 = "INT(P2 * 10000 + .5) / 10000" ВАТТ"
590 PRINT "МОЩНОСТЬ, PAC. В R1B = "INT(P3 * 10000 + .5) / 10000" ВАТТ"
600 PRINT "ДЛЯ МОЩНОСТИ НА ВХОДЕ "POWER" ВАТТ"
610 PRINT "И ВХОДНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ "R0" ОМ"
620 PRINT
630 PRINT "*****"
640 PRINT "НАЖМИТЕ ЛЮБУЮ КЛАВИШУ" :INPUT TT
650 IF K = 1 THEN
1110
660 REM П - ЗВЕНО
670 LET K = 1
680 LET R1 = R0 * (N + 1) / (N - 1)
690 LET R2 = R0 * (N * N - 1) / 2 / N
700 LET R3 = R1 * R0 / (R1 + R0)
710 LET P1 = V1 * V1 / R1

```

```

720 LET P2 = (V1 / (R2 + R0 * R1 / (R0 + R1))) ^ 2 * R2
730 LET P3 = (((V1 * R3) / (R2 + R3)) / R1) ^ 2 * R1
740 PRINT
750 PRINT "СИММЕТРИЧНОЕ П - ЗВЕНО"
760 GOTO 540
770 PRINT
780 REM
790 PRINT "ВЫ ХОТИТЕ ПРОАНАЛИЗИРОВАТЬ"
800 PRINT "Т - ИЛИ П - ЗВЕНО?"
810 PRINT "ЕСЛИ Т - ЗВЕНО, ВВЕДИТЕ 1, ИНАЧЕ 0"
820 INPUT A
830 IF A = 1 OR A = 0 THEN
    840 ELSE 620
840 PRINT "ВВЕДИТЕ ВЕЛИЧИНЫ СОПРОТИВЛЕНИЙ R1, R2"
850 INPUT R1,R2
860 IF A = 0 THEN
    990
870 LET R0 = SQR (R1 * R1 + 2 * R1 * R2)
880 LET ALPHA = 20 * LOG (1 + R1 / R2 + R0 / R2) / LOG (10)
890 PRINT
900 PRINT "*****"
910 PRINT
920 PRINT "ВХОДНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ R0 = "INT(R0*100+.5)/100" ОМ"
930 PRINT "ЗАТУХАНИЕ, ВНОСИМОЕ Т - ЗВЕНОМ = "INT(ALPHA*100+.5)/100" ДБ"
940 PRINT "ПРИ R1 = "R1" ОМ И R2 = "R2" ОМ"
950 PRINT
960 PRINT "*****"
970 PRINT
980 GOTO 1110
990 LET ALPHA = LOG ((1 + R2 / R1) + SQR ((1 + R2 / R1) ^ 2 - 1))
1000 LET ALPHA = ALPHA * 8.686
1010 LET N = 10 ^ (ALPHA / 20)
1020 LET R0 = 2 * R2 * N / (N ^ 2 - 1)
1030 PRINT
1040 PRINT "*****"
1050 PRINT
1060 PRINT "ВХОДНОЕ СОПРОТ. R0 = "INT(R0*100+.5)/100" ОМ"
1070 PRINT "ЗАТУХАНИЕ, ВНОСИМОЕ П - ЗВЕНОМ = "INT(ALPHA*100+.5)/100" ОМ"
1080 PRINT "ПРИ R1 = "R1" ОМ И R2 = "R2" ОМ"
1090 PRINT
1100 PRINT "*****"
1110 PRINT
1120 PRINT "ВЫ ХОТИТЕ РАСЧИТАТЬ СЛЕДУЮЩИЙ ВАРИАНТ?"
1130 PRINT "ЕСЛИ ДА, ВВЕДИТЕ 1, ИНАЧЕ 0"
1140 INPUT L
1150 IF L = 1 THEN
    260
1160 PRINT
1170 PRINT "*** КОНЕЦ ПРОГРАММЫ ***"
1180 END

```

КОНЕЦ ТЕКСТА ПРОГРАММЫ

3RUN

ВАМ ИЗВЕСТНЫ ВЕЛИЧИНЫ ЭЛЕМЕНТОВ ЦЕПИ?
ЕСЛИ ДА, ВВЕДИТЕ 1, ЕСЛИ НЕТ ,0
?0
ВВЕДИТЕ ВХОДНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ (ОМ)
?50
ВВЕДИТЕ НЕОБХОДИМОЕ ЗАТУХАНИЕ В ДБ
?10
ВВЕДИТЕ МОЩНОСТЬ НА ВХОДЕ В ВАТТАХ
?1

СИММЕТРИЧНОЕ Т - ЗВЕНО
С ЗАТУХАНИЕМ 10 ДБ
ИМЕЕТ R1 = 25.975 ОМ
И R2 = 35.136 ОМ
МОШНОСТЬ, РАС. В R1A = .5195 ВАТТ
МОШНОСТЬ, РАС. В R2 = .3286 ВАТТ
МОШНОСТЬ, РАС. В R1B = .0519 ВАТТ
ДЛЯ МОШНОСТИ НА ВХОДЕ 1 ВАТТ
И ВХОДНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ 50 ОМ

СИММЕТРИЧНОЕ П - ЗВЕНО
С ЗАТУХАНИЕМ 10 ДБ
ИМЕЕТ R1 = 96.248 ОМ
И R2 = 71.151 ОМ
МОШНОСТЬ, РАС. В R1A = .5195 ВАТТ
МОШНОСТЬ, РАС. В R2 = .2424 ВАТТ
МОШНОСТЬ, РАС. В R1B = .0519 ВАТТ
ДЛЯ МОШНОСТИ НА ВХОДЕ 1 ВАТТ
И ВХОДНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ 50 ОМ

ВЫ ХОТИТЕ РАСЧИТАТЬ СЛЕДУЮЩИЙ ВАРИАНТ?
ЕСЛИ ДА, ВВЕДИТЕ 1, ИНАЧЕ 0
?1

ВАМ ИЗВЕСТНЫ ВЕЛИЧИНЫ ЭЛЕМЕНТОВ ЦЕПИ?
ЕСЛИ ДА, ВВЕДИТЕ 1, ЕСЛИ НЕТ ,0
?1

ВЫ ХОТИТЕ ПРОАНАЛИЗИРОВАТЬ
Т - ИЛИ П - ЗВЕНО?
ЕСЛИ Т - ЗВЕНО, ВВЕДИТЕ 1, ИНАЧЕ 0
?0
ВВЕДИТЕ ВЕЛИЧИНЫ СОПРОТИВЛЕНИЙ R1, R2
?100
??67

ВХОДНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ R0 = 50.09 ОМ
ЗАТУХАНИЕ, ВНОСИМОЕ Т - ЗВЕНОМ = 9.56 ДБ
ПРИ R1 = 100 ОМ И R2 = 67 ОМ

ВЫ ХОТИТЕ РАСЧИТАТЬ СЛЕДУЮЩИЙ ВАРИАНТ?
ЕСЛИ ДА, ВВЕДИТЕ 1, ИНАЧЕ 0
?0

*** КОНЕЦ ПРОГРАММЫ ***

4.4. ПОЛУВОЛНОВЫЕ И ЧЕТВЕРЬВОЛНОВЫЕ ОТРЕЗКИ ЛИНИЙ ПЕРЕДАЧИ

Можно сконструировать ряд устройств, используя отрезки линий передачи, кратные половине или четверти длины волны в этой линии на определенной частоте. Запишем формулу (1.30) для входного сопротивления отрезка линии без потерь:

$$\frac{Z_{\text{вх}}}{Z_{\text{в}}} = \left[\frac{Z_{\text{н}}}{Z_{\text{в}}} + \operatorname{tg}(\beta l) \right] / \left[1 + \frac{Z_{\text{н}}}{Z_{\text{в}}} \operatorname{tg}(\beta l) \right]. \quad (4.36)$$

При $\beta l = \pi$ или $\beta l = n\pi$, где n – целое число, $\operatorname{tg} \pi = \operatorname{tg} n\pi = 0$. Подставляя это значение тангенса в (4.36), получаем

$$Z_{\text{вх}} = Z_{\text{н}}. \quad (4.37)$$

Значению $\beta l = \pi$ соответствует $l = \lambda_g/2$, так как $\beta = 2\pi/\lambda_g$. Следовательно, входное сопротивление полуволнового отрезка линии передачи без потерь равно величине сопротивления, подключенного к его концу.

Аналогичный результат можно получить с помощью диаграммы полных сопротивлений: перемещение из точки, соответствующей заданному сопротивлению нагрузки, на расстояние $l = \lambda_g/2$ эквивалентно повороту на 360° вокруг центра диаграммы. В результате возвращаемся в исходную точку, т. е. к исходному значению сопротивления. Поэтому отрезок однородной линии передачи, длина которого равна половине длины волны на определенной частоте, является трансформатором с коэффициентом трансформации, равным единице. Такие отрезки получили название полуволновый трансформатор и применяются иногда при согласовании отдаленной от генератора нагрузки, когда требуется переместить сопротивление нагрузки ближе к генератору, в позицию, более удобную для подключения согласующих элементов.

Пример 4.13. Сигнал от генератора, расположенного в фюзеляже самолета, подается в нагрузку, находящуюся в крыле самолета. Выход генератора и вход нагрузки находятся на расстоянии 3,2 м. Генератор работает на частоте 0,45 ГГц. Рассчитать длину отрезка линии передачи, фазовая скорость в которой составляет 85 % от скорости света, для соединения генератора и нагрузки таким образом, чтобы выход генератора был нагружен на сопротивление, равное сопротивлению нагрузки.

Решение

Скорость света равна $3 \cdot 10^8$ м/с; фазовая скорость в линии $v_{\phi} = 0,85 \cdot 3 \cdot 10^8 = 2,55 \cdot 10^8$ м/с; длина волны в линии $\lambda_g = v_{\phi}/f = 2,55 \cdot 10^8 / 450 \cdot 10^6 = 0,57$ м.

Определяем длину полуволнового трансформатора:

$$\lambda_g/2 = 0,57/2 = 0,285 \text{ м.}$$

Поскольку расстояние между генератором и нагрузкой 3,2 м, то для их соединения необходим отрезок линии длиной в 12 полуволн $12 \cdot 0,285 = 3,42$ м $> 3,2$ м. Если взять длину отрезка, равную 11 полуволнам, то $11 \cdot 0,285 = 3,14 < 3,2$ м.

Поэтому для соединения генератора с нагрузкой следует взять отрезок кабеля длиной 3,42 м, что соответствует 12 полуволнам. При работе на низких уровнях мощности на величину волнового сопротивления применяемого кабеля ограничений нет, так как в этом случае можно не следить за максимумом напряжения в кабеле. Поэтому применим любой стандартный кабель, например с волновым сопротивлением 50 или 75 Ом, поскольку согласно (4.37) трансформирующие свойства полуволнового трансформатора не зависят от величины волнового сопротивления. Если прокладка кабеля длиной 3,42 м невозможна, то следует или использовать специально спроектированный кабель длиной 3,2 м с определенными фазовой скоростью и волновым сопротивлением, или применять стандартный кабель с согласующими элементами.

Более предпочтительно все же для соединения согласованных генератора и нагрузки использовать трансформаторы, кратные половине длины волны, хотя при этом и требуется разместить дополнительный отрезок кабеля длиной 0,22 м.

Еще одно важное свойство полуволновых трансформаторов, используемое в схемах питания антенных решеток, – дополнительный фазовый сдвиг 180° , вносимый трансформатором.

Интересный результат следует из (4.36) при $\beta l = \pi/2$. Если подставить βl , равное $\pi/2$ или $n\pi/2$, где n – нечетное целое число, то можно в (4.36) пренебречь слагаемым $Z_{\text{н}}/Z_{\text{в}}$, так как функция $\operatorname{tg} \beta l$ стремится к бесконечности. Поэтому из (4.36) следует $Z_{\text{вх}}/Z_{\text{в}} = Z_{\text{в}}/Z_{\text{н}}$, откуда

$$Z_{\text{в}} = (Z_{\text{вх}} Z_{\text{н}})^{1/2}. \quad (4.38)$$

Согласно этому равенству два разных сопротивления ($Z_{\text{вх}}$ и $Z_{\text{н}}$) можно согласовывать, если между ними включить четвертьволновый отрезок линии или отрезок с длиной, составляющей нечетное число четвертей длины волны с волновым сопротивлением $Z_{\text{в}}$, равным среднему геометрическому из согласуемых сопротивлений. Возможно согласование и при комплексных $Z_{\text{н}}$ и $Z_{\text{вх}}$ с помощью четвертьволнового отрезка, волновое сопротивление которого $Z_{\text{в}}$ чисто действительно, если только сопротивления $Z_{\text{вх}}$ и $Z_{\text{н}}$ комплексно сопряжены. На практике четвертьволновые трансформаторы применяют обычно для согласования чисто активных сопротивлений. Определенные ограничения на использование четвертьволновых трансформаторов накладывает условие физической реализуемости линии с волновым сопротивлением, определенным из (4.38). Например, в микрополосковом исполнении затруднительно выполнить трансформатор как при больших волновых сопротивлениях (> 100 Ом), так и при малых (< 20 Ом); в первом случае ширина полоски линии недопустимо мала, а во втором – недопустимо велика.

Пример 4.14. Согласовать нагрузку, сопротивление которой 20 Ом, с генератором, входное сопротивление которого 50 Ом. Нагрузка расположена в 2 м от генератора, работающего на частоте 144 МГц. Спроектировать четвертьволновый трансформатор на коаксиальной линии с фазовой скоростью $2 \cdot 10^8$ м/с.

Решение

$$\lambda_g = V_\Phi/f = 2 \cdot 10^8 / 144 \cdot 10^6 = 1,39 \text{ м},$$

т. е. $\lambda_g = 0,35$ м.

Определим волновое сопротивление трансформатора:

$$Z_{\text{в}} = (20 \cdot 50)^{1/2} = 31,6 \text{ Ом.}$$

Следовательно, длина трансформатора должна быть не менее семи четвертьволниловых отрезков, длина каждого из которых 0,35 м, общая длина коаксиального кабеля с волновым сопротивлением 31,6 Ом равна 2,45 м.

Однако решение, приведенное в примере 4.14, не является наилучшим. Целесообразнее соединить выход генератора через отрезок 50-омного стандартного коаксиального кабеля с малыми потерями длиной 2,1 м* с четвертьволновым трансформатором длиной 0,35 м, имеющим волновое сопротивление 31,6 Ом. Это связано с тем, что полоса частот согласования существенно зависит от длины трансформатора. При одном и том же изменении частоты генератора сдвиг по фазе, вносимый трансформатором длиной в семь четвертей длины волны, в 7 раз превышает соответствующий сдвиг по фазе, вносимый одиночным четвертьволновым трансформатором.

Анализ влияния изменений частоты на согласование сопротивлений удобно выполнять по диаграмме полных сопротивлений. Начнем с расчета цепи, согласующей комплексную нагрузку с генератором, имеющим чисто выходное сопротивление.

Пример 4.15. Линию передачи с воздушным заполнением и волновым сопротивлением 75 Ом необходимо согласовывать с сопротивлением нагрузки $(150 - j112)$ Ом на частоте 920 МГц. Рассчитать согласующую схему с четвертьволновым трансформатором.

Решение

Как было показано выше, с помощью четвертьволнового трансформатора согласуют обычно активные сопротивления. Поэтому необходимо начать с устранения реактивной части сопротивления нагрузки, что можно сделать различными способами. Например, подключить последовательно с нагрузкой отрезок линии, подобрав его длину так, чтобы сопротивление на его входе было чисто активным (рис. 4.26). Порядок расчета следующий.

* Можно в этом варианте использовать 50-омный отрезок кабеля, длина которого больше 1,65 м. – Прим. ред.

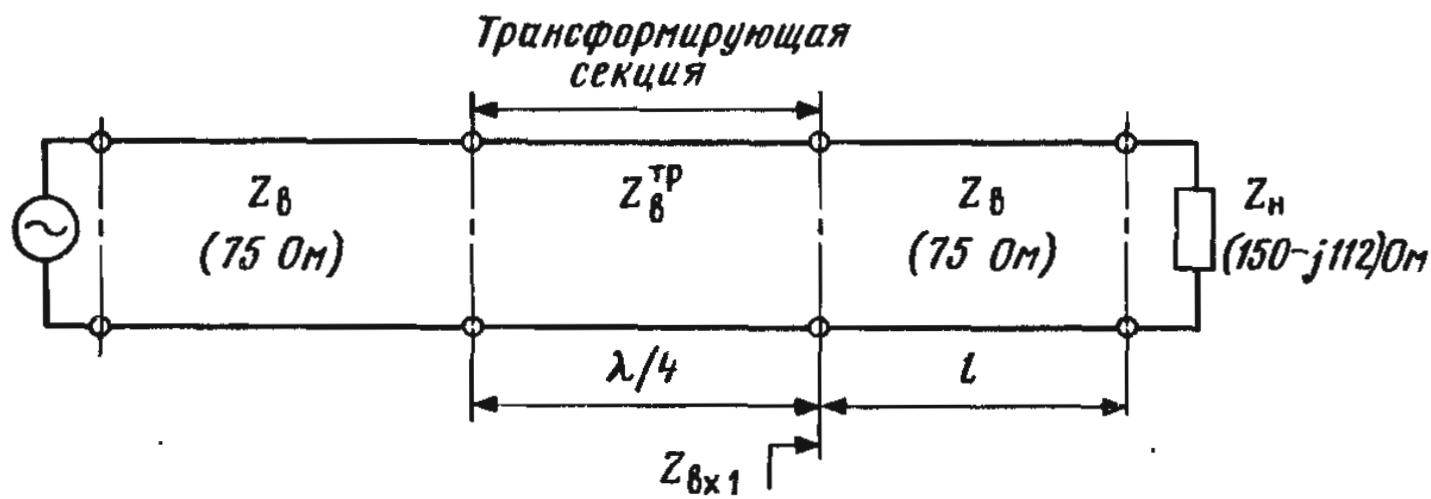


Рис. 4.26. Согласование линии с комплексной нагрузкой с помощью четвертьволнового трансформатора

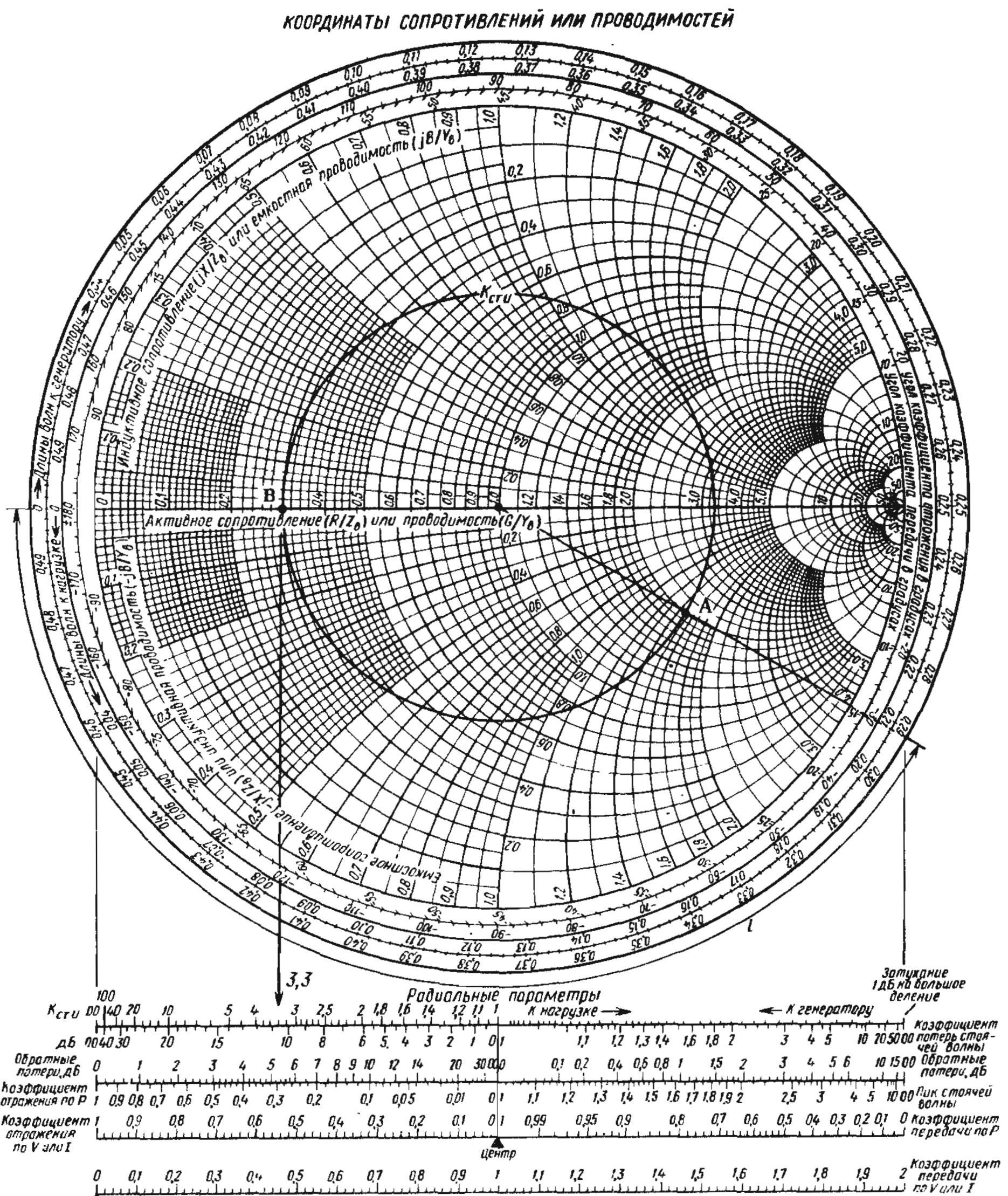


Рис. 4.27. Построения на диаграмме Смита для примера 4.15

1. Определяем нормированное сопротивление нагрузки по отношению к 75-омной линии передачи:

$$Z'_N = (150 - j112)/75 = 2 - j1,49.$$

2. Отмечаем на круговой диаграмме т. А, соответствующую Z'_N (рис. 4.27).

3. Через т. А проводим окружность с центром в точке, соответствующей сопротивлению $(1 + j0)$, которая является геометрическим местом точек с постоянным K_{ctU} . Значение K_{ctU} , равное 3,3, определяется по левой части шкалы, нанесенной под диаграммой. При расчетах предполагаем, что потерями в линии можно пренебречь.

4. Перемещаясь по окружности постоянного $K_{ctU} = 3,3$ от т. А в сторону генератора (по часовой стрелке) до пересечения данной окружности с линией нулевого реактивного сопротивления (горизонтальная линия на диаграмме), приходим в т. В, которой соответствует нормированное сопротивление $(0,3 + j0)$.

5. Определяем длину l отрезка 75-омной линии, с помощью которого комплексное сопротивление нагрузки можно преобразовывать в чисто активное. С этой целью из центра диаграммы через т. А проводим прямую, пересекающую шкалу диаграммы "Длины волн к генератору" в точке $0,291\lambda$; далее из центра диаграммы через т. В проводим горизонтальную прямую, пересекающую шкалу диаграммы "Длины волн к генератору" в точке $0,5\lambda$, и находим длину отрезка

$$l = 0,5\lambda - 0,291\lambda = 0,21\lambda.$$

6. Включаем четвертьволновый трансформатор между отрезком кабеля, длина которого найдена в п. 5, и 75-омной линией передачи; поскольку входное сопротивление подключенного отрезка кабеля, соответствующее т. В, $Z_{Bx1} = (0,3 + j0) \cdot 75 = (22,5 + j0)$ Ом, то волновое сопротивление четвертьволнового трансформатора должно быть

$$Z_B^{tp} = (75 \cdot 22,5)^{1/2} = 41,1 \text{ Ом.}$$

7. Находим длину отрезков линии в схеме на рис. 4.26; так как линия передачи имеет воздушное заполнение, то $v_\phi = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ и $\lambda_g = v_\phi/f = 3 \cdot 10^8 / 920 \cdot 10^6 = 0,326 \text{ м}$, поэтому $l = 0,21 \cdot 0,326 = 0,685 \text{ см}$ и $\lambda_g/4 = 8,15 \text{ см}$.

Рассмотрим, как скажется изменение частоты на свойствах согласующей цепи с четвертьволновым трансформатором, рассчитанной в примере 4.15.

Пример 4.15 (продолжение). Определить степень рассогласования, возникающего в рассмотренной выше схеме с четвертьволновым трансформатором, при увеличении частоты на 10 % от заданного значения.

Решение

Необходимые данные возьмем из предыдущего примера:

$$l = 0,21\lambda; \lambda = 32,6 \text{ см}; \lambda/4 = 8,15 \text{ см}; Z_B = 75 \text{ Ом}; Z_B^{tp} = 41,1 \text{ Ом}; f = 920 \text{ МГц}.$$

1. При увеличении частоты на 10 % электрическая длина отрезка увеличивается приблизительно на 10 %, т. е.

$$l^1 = 0,21 + 0,021 = 0,23\lambda.$$

Это значение нанесено на круговую диаграмму (рис. 4.28), где т. А соответствует нормированному сопротивлению нагрузки*, а т. В – концу дуги длиной $0,23\lambda$.

2. Проводим прямую из центра диаграммы через т. В, которая пересекает окружность с постоянным $K_{ctU} = 3,3$ в т. С, соответствующей изменившемуся значению нормированного входного сопротивления в схеме на рис. 4.26, равному $(0,3 + j0,12)$ или для линии с $Z_B = 75 \text{ Ом}$ $Z_{Bx1} = (0,3 + j0,12) \cdot 75 = (22,5 + j9)$ Ом.

3. Следовательно, четвертьволновый трансформатор уже не будет нагружен на чисто активное сопротивление, а его собственная электрическая длина при увеличении частоты также возрастает приблизительно на 10 % и станет равной 0,275. Оценим влияние такого изменения электрической длины четвертьволнового трансформатора и изменившейся нагрузки. Поскольку волновое сопротивление трансформатора отличается от волнового сопротивления отрезка длиной l , то нормируем входное сопротивление отрезка Z_{Bx1} к волновому сопротивлению трансформатора $Z_B^{tp} = 41,1 \text{ Ом}$: $Z_{Bx1}^1 = (22,5 + j9)/41,1 = 0,547 + j0,219$. На рис. 4.28 этому сопротивлению соответствует т. D на окружности с $K_{ctU}^1 = 1,85$.

* Предполагается, что сопротивление нагрузки не зависит от частоты. – Прим. ред.

КООРДИНАТЫ СОПРОТИВЛЕНИЙ ИЛИ ПРОВОДИМОСТЕЙ

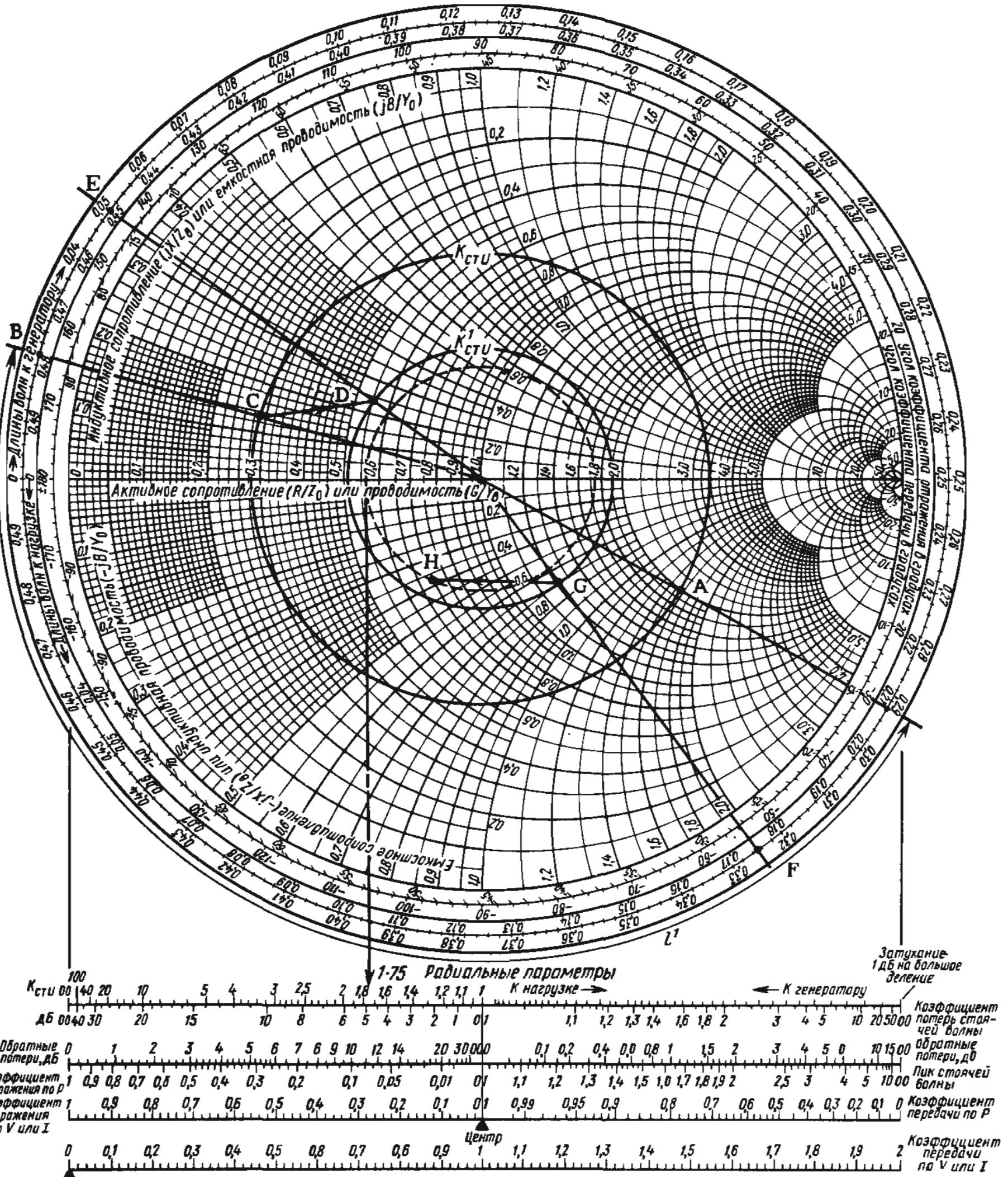


Рис. 4.28. Влияние изменения частоты на согласование для схемы из примера 4.15

4. Проводим прямую из центра диаграммы через т. D, пересекающую шкалу "Длины волн к генератору" в т. Е, которой соответствует значение $0,05\lambda$.

5. Смешаясь по шкале "Длины волн к генератору" по часовой стрелке от т. Е на расстояние, равное новой электрической длине трансформатора, попадаем в т. F, которой соответствует значение

$$(0,05 + 0,275)\lambda = 0,325\lambda.$$

6. Прямая, проведенная из центра диаграммы через т. F, пересечет окружность с $K_{ctU}^1 = 1,85$ в т. G, которой соответствует нормированное сопротивление $(1,25 - j0,7)$ или ненормированное сопротивление $(1,25 - j0,7) \cdot 41,1 = (51,4 - j28,8)$ Ом.

7. Поскольку это сопротивление подключено к линии с $Z_B = 75$ Ом, нормируем его к 75 Ом:

$$(51,4 - j28,8)/75 = 0,69 - j0,38.$$

Этому сопротивлению соответствует т.Н, лежащая на окружности с $K_{ctU} = 1,75$. Отметим, что при полном согласовании на центральной частоте, рассмотренном в предыдущем примере, эта величина равнялась $(1 + j0)$. Следовательно, при идеальном согласовании на частоте 920 МГц ($K_{ctU} = 1$) в той же схеме на частоте 1012 МГц появится отраженная волна ($K_{ctU} = 1,75$), т. е. на частоте 1012 МГц в нагрузку из линии передается только 90 % той мощности, которая поступила в нее при полном согласовании.

Четвертьволновый трансформатор, как будет показано в следующем примере, можно использовать для создания довольно изящной согласуемой схемы, находящей применение в технике связи.

Пример 4.16. На основе коаксиального кабеля спроектировать схему, позволяющую подключать две антенны с входным сопротивлением каждой по 50 Ом к усилителю мощности с выходным сопротивлением 50 Ом.

Решение

На рис. 4.29 показана схема соединения, на которой антенны изображены в виде резисторов R_A и R_B . Если длины отрезков l_1 и l_2 сделать равными нечетному числу четвертей длины волны, а волновые сопротивления Z_{B1} и Z_{B2} выбрать равными 75 Ом, то входное сопротивление каждого из отрезков, подключаемого к антеннам А и В, можно определить из (4.38):

$$Z_{BxA} = Z_{BxB} = (75 \cdot 75) / 50 = 112,5 \text{ Ом.}$$

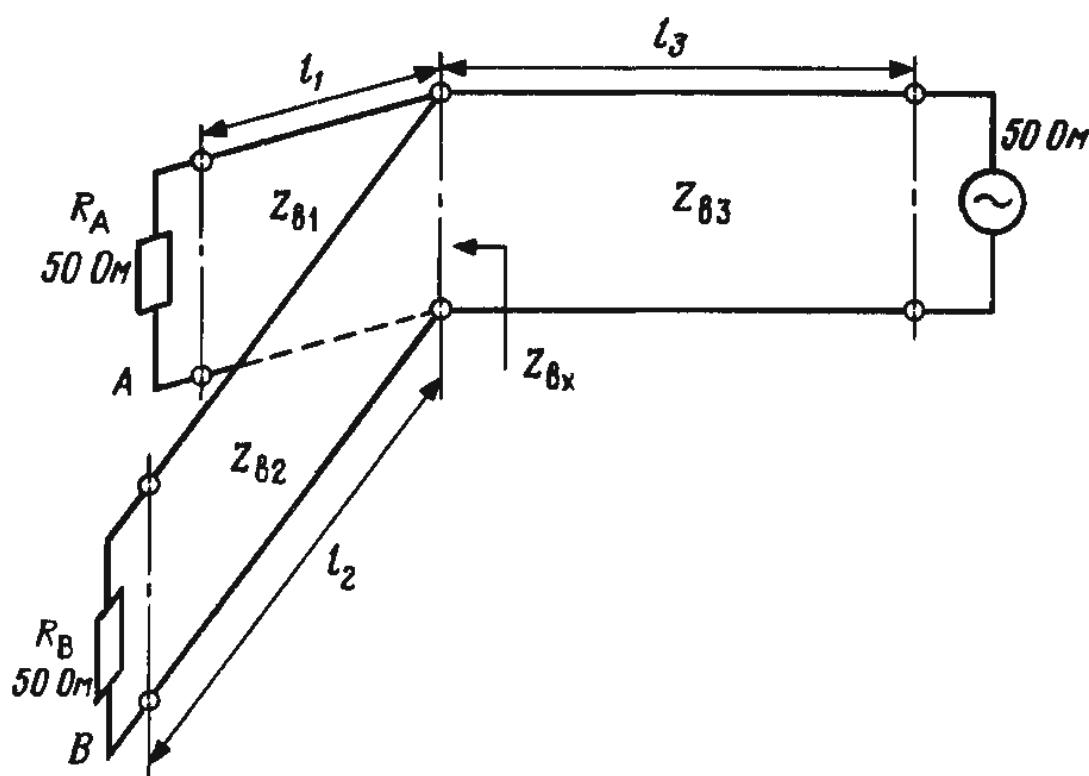


Рис. 4.29. Схема согласования для примера 4.16

Входное сопротивление двух отрезков длиной l_1 и l_2 , соединяемых, как показано на рис. 4.29,

$$Z_{Bx} = (112,5)^2 / (2 \cdot 112,5) = 56,25 \text{ Ом.}$$

Если волновое сопротивление Z_{B3} соединительного отрезка длиной l_3 выбрать равным 50 Ом, то коэффициент отражения в питающей линии будет $|\Gamma| = (56,25 - 50) / (56,25 + 50) = 0,059$, что соответствует $K_{ctU} = (1 + 0,059) / (1 - 0,059) = 1,125$. При данном значении $K_{ctU} = 99,7\%$ мощности, переносимой падающей волной, поступает в нагрузку, т. е. в антенны.

В рассмотренном примере показано, что использование четвертьволновых отрезков позволило применить стандартные, т. е. более дешевые, 50- и 75-омные кабели (вместо кабеля с волновым сопротивлением 25 Ом, который необходимо специально разрабатывать) для прямого подключения двух антенн с одинаковыми входными сопротивлениями к генератору с 50-омным выходным сопротивлением.

Одна из проблем, возникающих при подключении отрезка линии передачи между генератором и нагрузкой, заключается в необходимости определения точной электрической длины этого отрезка. Так как в месте соединения питающей линии с

согласующим четвертьволновым трансформатором возникает неоднородность из-за различия в размерах поперечного сечения соединяемых линий, электрическая длина трансформирующих секций будет несколько отличаться от расчетной, что приведет к небольшому рассогласованию.

Другая проблема связана с тем, что практически невозможно точно отрезать линию заданной длины. В результате отрезок несколько короче или несколько длиннее, чем необходимо, что также является причиной дополнительного рассогласования. Если величины неоднородностей можно определить (см. например, подразд. 5.2.1) или известна погрешность в длине, то учесть влияние этих факторов на согласование можно по методике, описанной в примере 4.15, где оценивается влияние изменения частоты на согласование.

Во многих случаях уровень рассогласования, вызванный отклонением частоты от заданного значения, недопустим. Поэтому возникает проблема широкополосного согласования, т. е. создания согласующих схем, в которых K_{ctU} меняется незначительно в широком диапазоне частот. Если предполагать, что сопротивление нагрузки не меняется в диапазоне частот, то ширину полосы частот, в пределах которой K_{ctU} не превышает заданного значения, можно увеличить, применив в качестве согласующего устройства многоступенчатый трансформатор (каскадное соединение нескольких четвертьволновых отрезков линий передачи), изображенный на рис. 4.30. При проектировании (синтезе) согласующей схемы, изображенной на рис. 4.30, для обеспечения наилучшего согласования сопротивлений Z_B и Z_H основным является подбор оптимальных значений волновых сопротивлений отдельных четвертьволновых отрезков. Простейшая методика синтеза основана на подборе отношения волновых сопротивлений в соответствии с равенством

$$Z_H/Z_{Bn} = Z_{Bn}/Z_{Bx_n} = Z_{Bx_n}/Z_{Bn-1} = \dots = Z_{B1}/Z_{Bx_1},$$

вытекающим из (4.38), так как, группируя попарно рядом стоящие члены, получаем

$$Z_{Bn} = (Z_H Z_{Bx_n})^{1/2}, Z_{Bn-1} = (Z_{Bx_{n-1}} Z_{Bx_n})^{1/2} \text{ и т. д.}$$

Пример 4.17. Спроектировать широкополосную согласующую схему на основе двухступенчатого трансформатора для согласования 600-омной нагрузки с 50-омной линией передачи.

Решение

Рассмотрим двухступенчатый трансформатор, т. е. $n = 2$:

$$Z_H/Z_{B2} = Z_{B2}/Z_{Bx2} = Z_{Bx2}/Z_{B1} = Z_{B1}/Z_{Bx1},$$

где $Z_H = 600 \Omega$, а $Z_{Bx1} = Z_B = 50 \Omega$.

Используя два центральных отношения, получаем

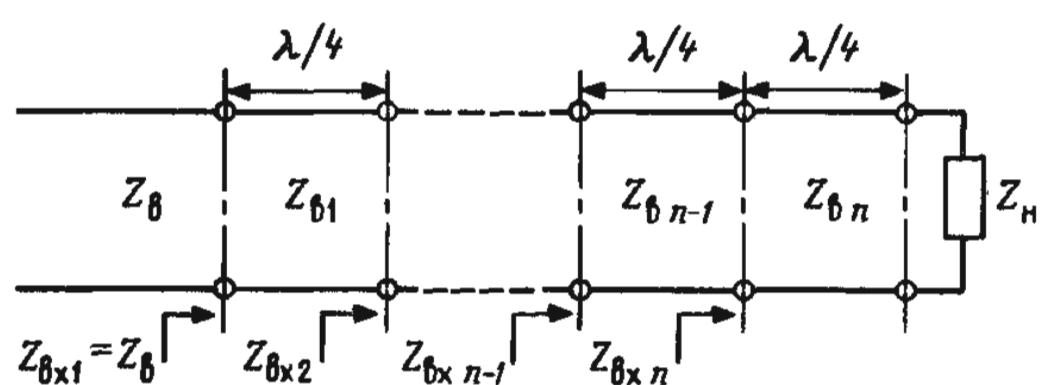
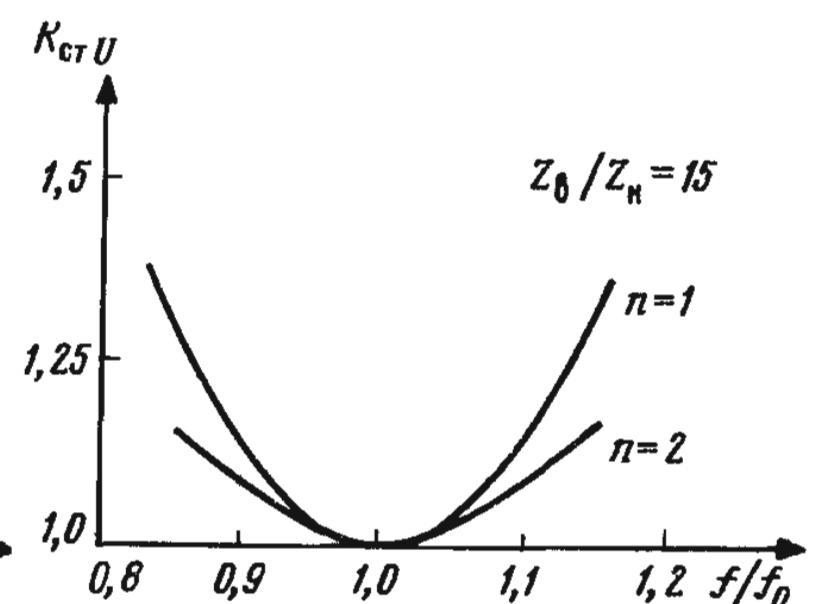


Рис. 4.30. Ступенчатый трансформатор

Рис. 4.31. Частотная характеристика двухступенчатого трансформатора



$$Z_{\text{вх}2} = (Z_{\text{в1}} Z_{\text{в2}})^{1/2}.$$

Из двух крайних отношений находим

$$Z_{\text{в2}} Z_{\text{в1}} = Z_{\text{н}} Z_{\text{вх1}} = 600 \cdot 50 = 30\,000 = Z_{\text{вх2}}^2.$$

Отсюда $Z_{\text{вх2}} = 173 \text{ Ом}$.

Используя пары соседних отношений, получаем

$$Z_{\text{в2}} = (Z_{\text{н}} Z_{\text{вх2}})^{1/2} = 322 \text{ Ом},$$

$$Z_{\text{в1}} = (Z_{\text{вх2}} Z_{\text{вх1}})^{1/2} = 93 \text{ Ом}.$$

Если тип линий передачи задан, то геометрические размеры поперечного сечения четвертьволновых отрезков по рассчитанным значениям волновых сопротивлений можно определить с помощью программ, приведенных в гл. 2.

Спроектированная согласующая схема состоит из следующих элементов: 600-омная нагрузка подключается к выходу четвертьволнового отрезка с волновым сопротивлением 322 Ом, вход которого, в свою очередь, подключается к выходу следующего четвертьволнового отрезка с волновым сопротивлением 93 Ом, а вход этого последнего отрезка подключается к 50-омной линии. Следует отметить, что применение многоступенчатых трансформаторов увеличивает длину согласующей цепи, так как при n ступенях полная длина трансформатора равна $n\lambda_g/4$.

На рис. 4.31 построена зависимость $K_{\text{ст}}U$ от частоты для трансформатора, спроектированного по описанной выше методике. Результаты получены с помощью вычислительной программы CASCADE, которая приведена в разд. 4.6.

Из примера 4.17 следует, что для обеспечения широкополосного согласования генератора с нагрузкой используется структура, состоящая из ряда отрезков линии передачи с разными волновыми сопротивлениями, т. е. в месте соединения отрезков волновое сопротивление меняется скачком. Каждое скачкообразное изменение, как отмечалось выше, приводит к отражениям. Чем меньше разница в волновых сопротивлениях соседних отрезков, тем ниже уровень таких отражений, поскольку уменьшается изменение поперечного сечения линии в местестыка.

При постепенном уменьшении разницы волновых сопротивлений соседних отрезков и соответственном увеличении числа ступенек такой многоступенчатый трансформатор в пределе превращается в плавный переход между генератором и нагрузкой. Подобные плавные переходы позволяют обеспечивать весьма широкополосное согласование. Подробнее эти переходы рассмотрены в разд. 5.6, где анализируются линии с плавно изменяющейся формой поперечного сечения.

4.5. СОГЛАСУЮЩИЕ ШЛЕЙФЫ

В разд. 1.5 получен ряд формул, позволяющих определять входное сопротивление короткозамкнутых или разомкнутых на конце отрезков линии передачи, часто называемых шлейфами. На рис. 1.9 была построена зависимость входного сопротивления короткозамкнутого или разомкнутого на конце отрезка линии от его длины. При длинах отрезка, меньших четверти длины волны, его входное сопротивление носит чисто индуктивный или чисто емкостный характер в зависимости от режима на конце линии. Четвертьволновый отрезок, как было показано в предыдущем разделе, позволяет осуществлять инверсию сопротивления, а полуволновый отрезок является трансформатором сопротивлений с единичным коэффициентом трансформации.

Входное сопротивление короткозамкнутого отрезка линии передачи без потерь при заданной его длине определяется по формуле (1.31), результаты расчета по которой представлены на рис. 4.32, где построена зависимость входного сопротивле-

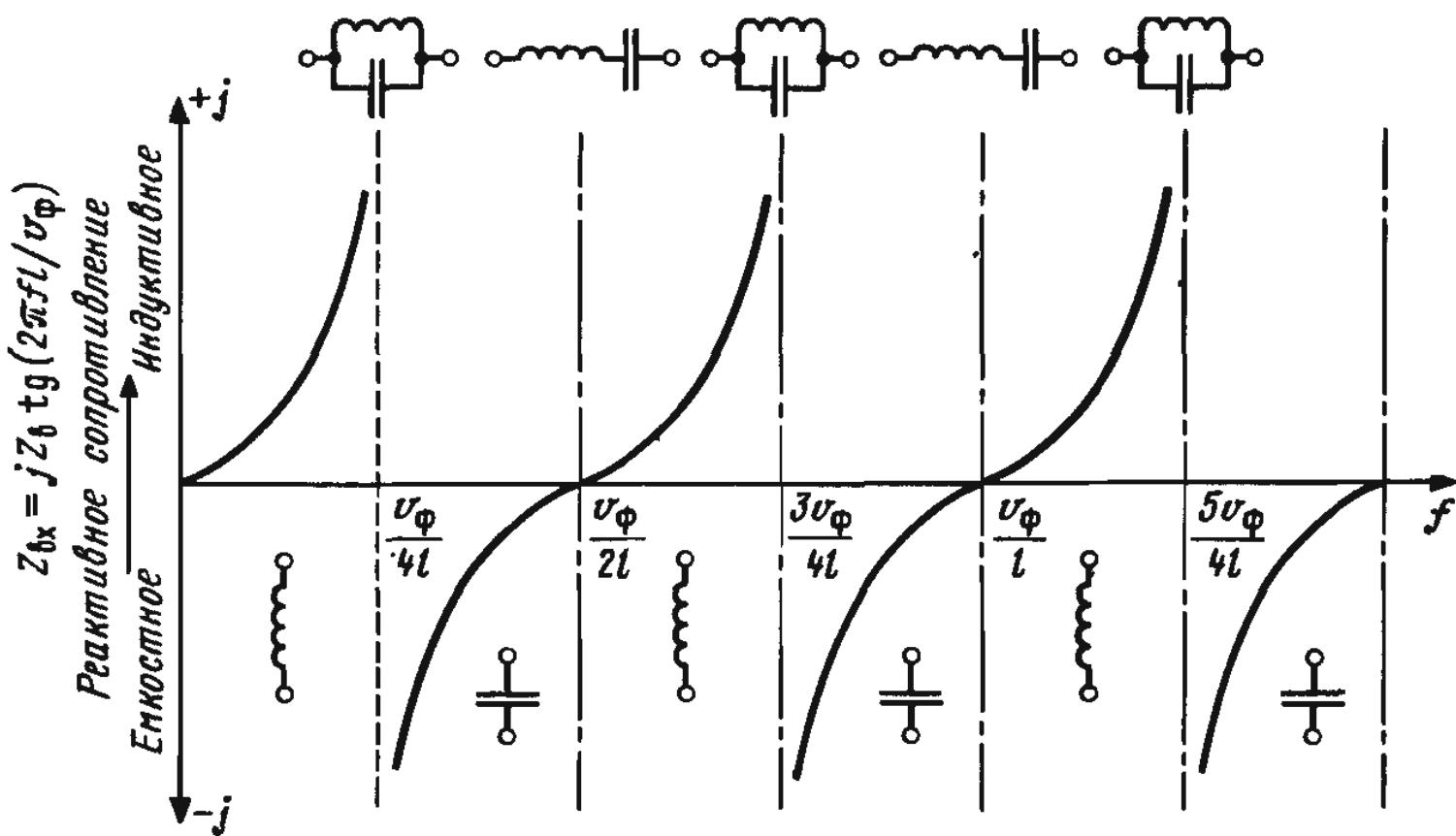


Рис. 4.32. Частотная зависимость входного сопротивления короткозамкнутого отрезка линии

ния указанного отрезка от частоты при фиксированной его длине. Пользуясь графиком на рис. 4.32, можно сделать ряд важных выводов. Функция входного сопротивления является периодической, что обусловлено периодичностью тригонометрической функции тангенса в формуле (1.31). На низких частотах входное сопротивление носит чисто индуктивный характер, причем его величина возрастает по мере приближения частоты к значению $v_\phi/(4l)$, где физическая длина отрезка равна четверти длины волны в линии. На этой частоте значение тангенса бесконечно велико, так как его аргумент равен $\pi/2$. Бесконечно большое реактивное сопротивление имеет также параллельный резонансный контур на частоте резонанса. Поэтому на данной частоте рассматриваемый отрезок по своим свойствам эквивалентен параллельному контуру из сосредоточенных элементов.

При дальнейшем увеличении частоты входное сопротивление становится чисто емкостным, так как значения тангенса отрицательны. Затем входное сопротивление изменяется от емкостного к индуктивному, проходя через нуль на частоте $f = v_\phi/(2l)$. Аналогичное явление наблюдается в последовательном резонансном LC -контуре. При дальнейшем повышении частоты рассмотренные выше явления периодически повторяются. Отметим, что для частот, на которых наблюдается последовательный резонанс, длина отрезка равна или кратна половине длины волны в линии (отрезок работает как полуволновый трансформатор). И наконец, рассматривая функцию входного сопротивления в окрестности точек с нулевым значением сопротивления, отметим, что эта функция меняется примерно линейно с изменением частоты, так как $\operatorname{tg} x \approx x$ при малых x . Поэтому короткозамкнутый или разомкнутый отрезок линии в окрестностях этих точек может в первом приближении рассматриваться как сосредоточенная емкость или индуктивность, если его электрическая длина меняется в интервале $\pm \lambda/20$.

Все сказанное выше легко проверить, обратившись к круговой диаграмме. Входному сопротивлению короткозамкнутого ($Z_H = 0$) отрезка линии без потерь соответствуют точки на диаграмме с нулевым значением активного сопротивления. По мере увеличения частоты точка, соответствующая входному сопротивлению, перемещается по окружности с $K_{ct}U = \infty$ по часовой стрелке в сторону генератора. Естественно, двигаясь вдоль этой окружности по часовой стрелке, получаем те же значения

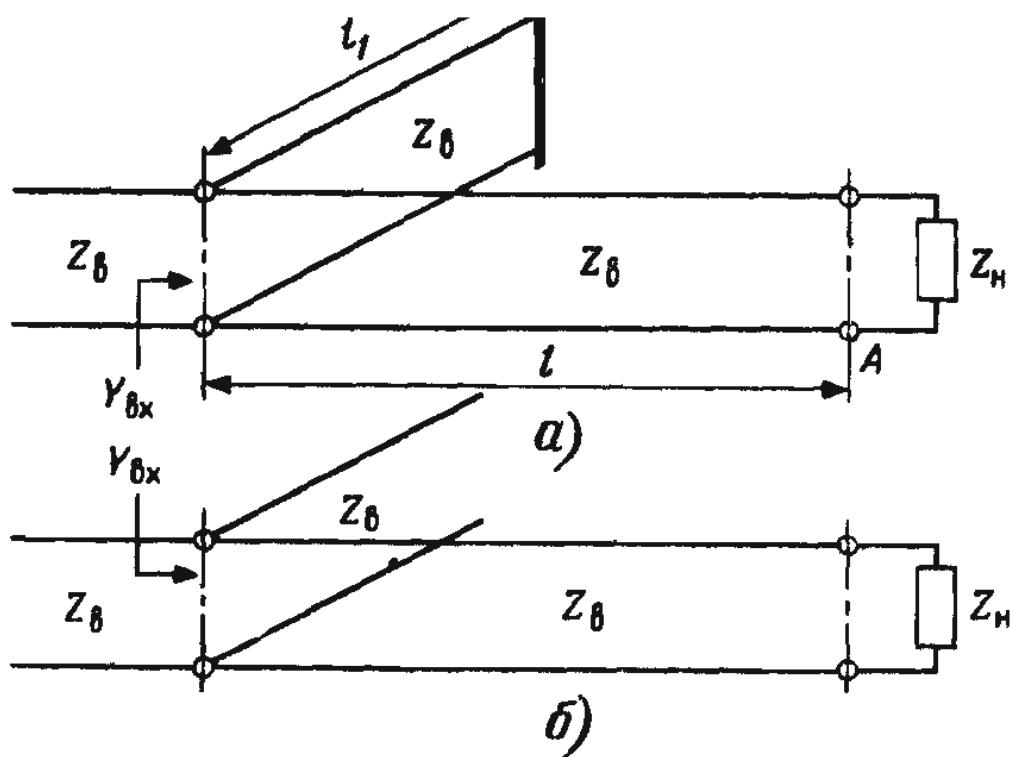


Рис. 4.33. Согласование с помощью одиночных короткозамкнутого (а) и разомкнутого (б) шлейфов

сопротивлений, что и из формулы (1.31). Зависимость на рис. 4.32 легко перестроить в зависимость входного сопротивления короткозамкнутого отрезка от его длины на фиксированной частоте.

Возможность реализации произвольных значений индуктивности и емкости с помощью короткозамкнутых и разомкнутых шлейфов позволяет широко использовать их при построении согласующих схем. Важным достоинством шлейфов является возможность их перестройки. С помощью шлейфа можно согласовать комплексную нагрузку с питающей линией или генератором.

Достоинством такой схемы согласования по сравнению с четвертьволновым трансформатором является то, что в первом случае используется отрезок линии с таким же волновым сопротивлением, как и у согласующей линии передачи.

В согласующей схеме на рис. 4.33 одиночный шлейф подключается на расстоянии l от нагрузки параллельно основной линии передачи. Поэтому весь расчет удобно вести при переходе к проводимостям. Согласование обеспечивается, если шлейф подключить на таком расстоянии l от нагрузки, где нормированная входная проводимость линии $Y'_{\text{вх}} = 1 \pm jB'$. Проводимость шлейфа подбирается из условия компенсации реактивной составляющей $\pm jB'$ проводимости $Y'_{\text{вх}}$, что достигается подбором длины l_1 шлейфа.

Пример 4.18. Согласовать нагрузку, имеющую сопротивление $(75 - j125)$ Ом, с 50-омной линией, полагая потери в линии малыми. Расчет провести для частоты 500 МГц при условии, что в линии $V_F = 3 \cdot 10^8$ м/с. Схему согласования построить с использованием одиночного параллельно включенного шлейфа.

Решение

Дано: $f = 0,5$ ГГц; $V_F = 3 \cdot 10^{10}$ см/с; $Z_B = 50$ Ом; $Z_H = (75 - j125)$ Ом; затухание в линии равно нулю.

1. Определяем нормированное к $Z_B = 50$ Ом сопротивление нагрузки $Z'_H = (75 - j125)/50 = (1,5 - j2,5)$, которому соответствует т. А на диаграмме (рис. 4.34).

2. Через т. А проводим окружность постоянного $K_{\text{ст}}U = 5,0$.

3. Определяем проводимость нагрузки, для чего проводим прямую из центра диаграммы через т. А. Эта прямая пересекает окружность постоянного $K_{\text{ст}}U = 5,0$ в т. В соответствующей проводимости нагрузки, абсолютное значение которой равно $(4 + j6)$ мСм.

4. Прямая из центра диаграммы, проходящая через т. В, пересекает шкалу "Длины волн к генератору" в т. С, которой соответствует значение $0,048\lambda$.

5. Наносим на диаграмму т. Д, лежащую на пересечении окружности постоянного $K_{\text{ст}}U = 5,0$ и окружности, где активная часть проводимости равна единице.

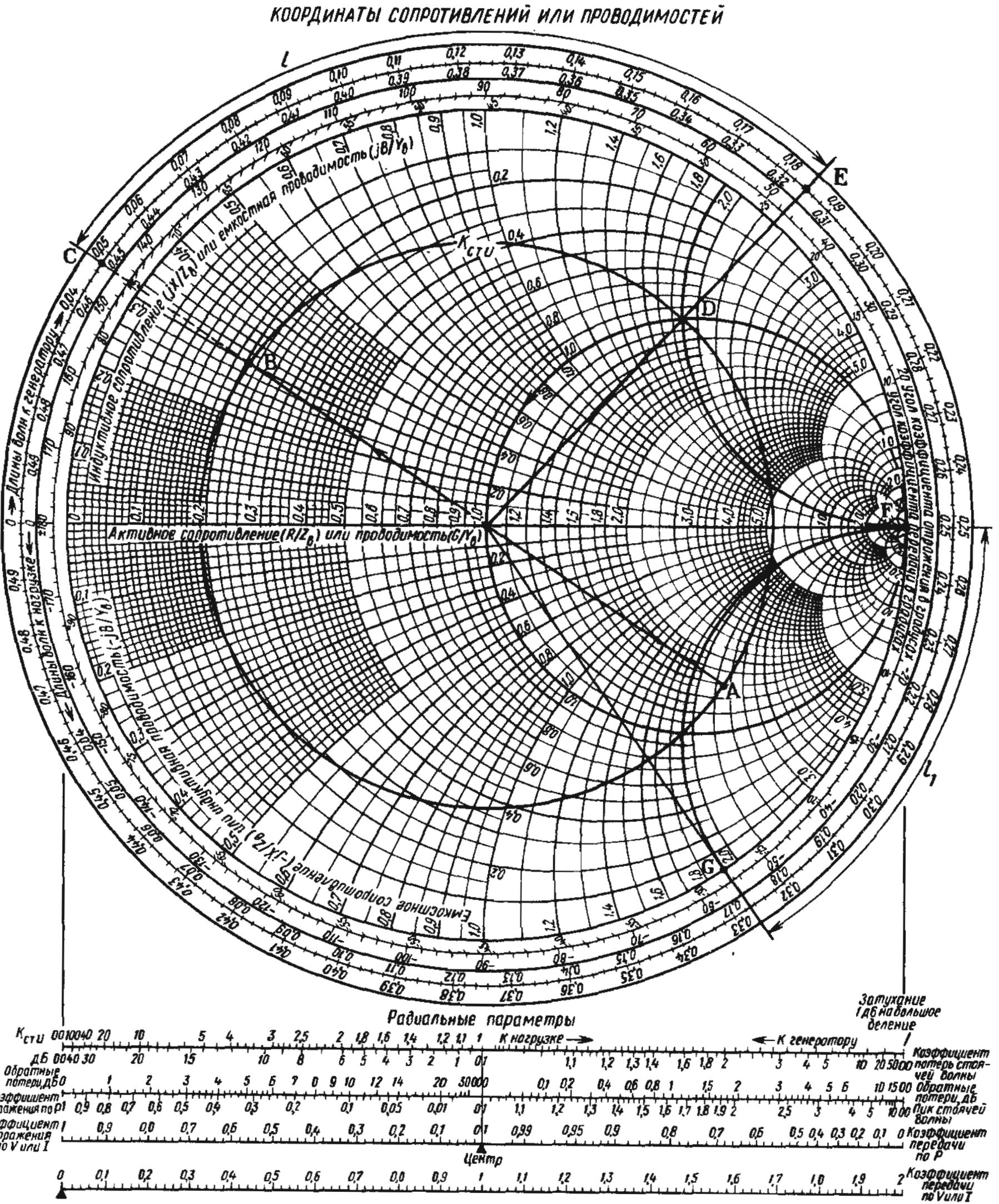


Рис. 4.34. Построения на диаграмме Смита для схемы с короткозамкнутым шлейфом из примера 4.18

6. Проводим через т. D прямую из центра диаграммы, пересекающую шкалу "Длины волн к генератору" в т. Е, которой соответствует значение $0,185\lambda$.

7. Определяем расстояние l от нагрузки до места подключения шлейфа:

$$l = (0,185 - 0,048)\lambda = 0,137\lambda.$$

На этом первая часть расчета завершается. Перейдем к определению длины l_1 , шлейфа, необходимого для компенсации реактивной составляющей проводимости $Y'_{\text{вх}} = (1 + j1,9)$, которой соответствует т. Д на диаграмме; длину шлейфа выбираем так, чтобы его нормированная входная проводимость была $-j1,9^*$.

8. Используем в согласующей схеме короткозамкнутый шлейф. Поскольку расчет проводится по проводи-

* При этом подключение шлейфа переведет т. D в центр диаграммы, где $Y'_{\text{вх}} = 1$. — Прим. ред.

ности, то короткому замыканию на конце шлейфа соответствует т. F на диаграмме, а прямая из центра через т. F пересекает шкалу "Длины волн к генератору" в точке со значением $0,25\lambda$.

9. Передвигаемся от т. F по окружности постоянного $K_{ctU} = \infty$ в сторону генератора до тех пор, пока нормированная входная проводимость шлейфа не достигнет значения $-j1,9$ (т. G). Прямая из центра диаграммы, проходящая через т. G, пересечет шкалу "Длины волн к генератору" в точке со значением $0,327\lambda$.

Следовательно, длина шлейфа

$$l_1 = (0,327 - 0,25) \lambda = 0,077 \lambda.$$

10. Определяем физические размеры l и l_1 линий с $Z_B = 50 \text{ Ом}$. Так как $\lambda_g = V_\Phi/f = 3 \cdot 10^{10}/500 \cdot 10^6 = 60 \text{ см}$, то $l = 0,137 \cdot 60 = 8,22 \text{ см}$ и $l_1 = 0,077 \cdot 60 = 4,62 \text{ см}$.

На этом расчет завершается.

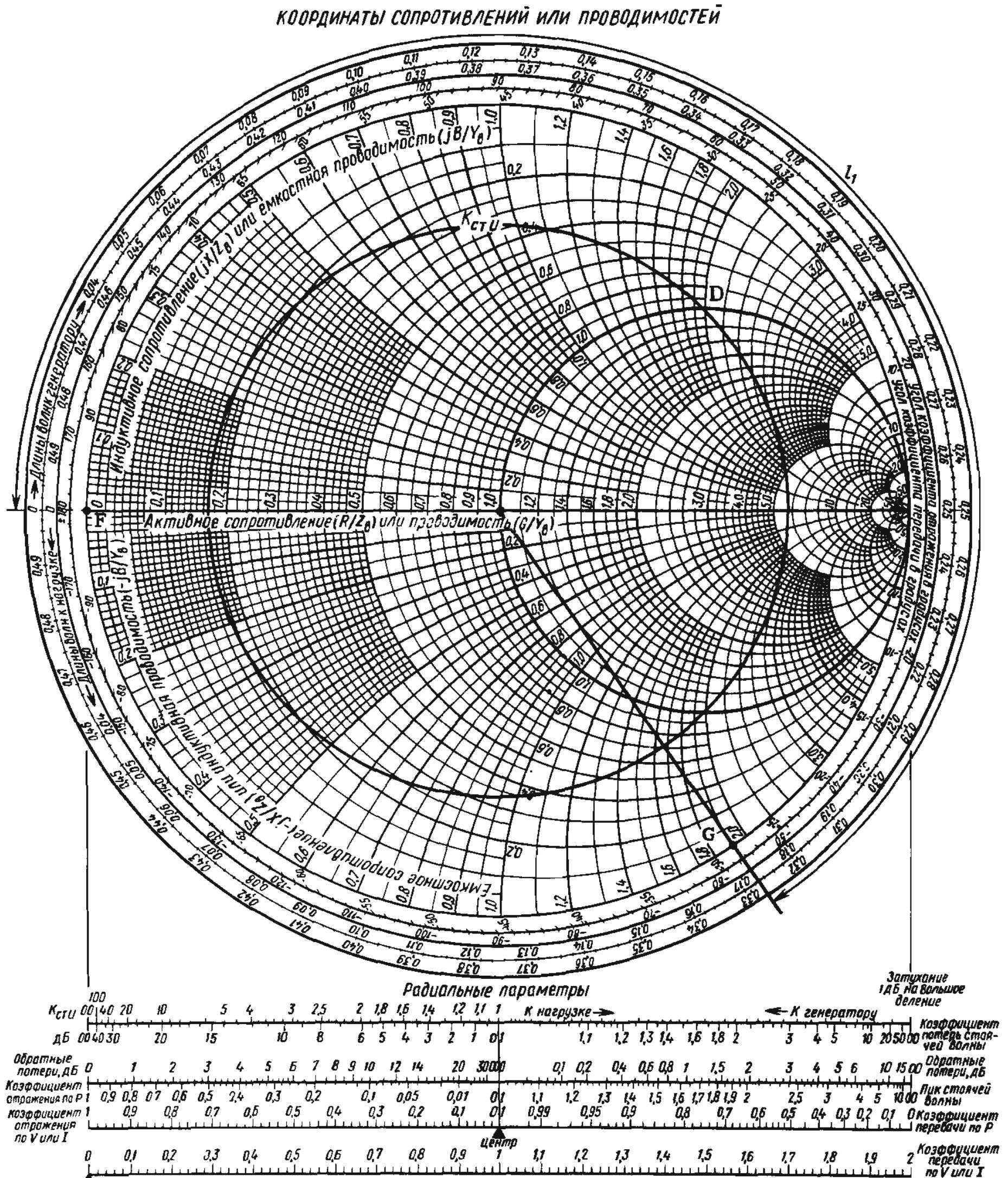


Рис. 4.35. Построения на диаграмме Смита для схемы с разомкнутым шлейфом из примера 4.19

Пример 4.19. Повторить расчет из примера 4.19, однако, согласующую схему спроектировать на основе разомкнутого на конце шлейфа.

Решение

Повторяем весь расчет из предыдущего примера вплоть до п. 8, который выполняется с помощью построений на рис. 4.35. На круговой диаграмме полных проводимостей т. F соответствует нулевой проводимости, подключенной к концу разомкнутого шлейфа. Прямая из центра, проходящая через т. F, пересекает шкалу "Длины волн к генератору" в точке со значением 0,0. Затем, как и в предыдущем примере, передвигаемся от т. F по окружности постоянного $K_{ct}U = \infty$ в сторону генератора до тех пор, пока нормированная входная проводимость шлейфа не достигнет значения $-j1,9$ (т. G). Прямая из центра, проходящая через т. G, пересекает шкалу "Длины волн к генератору" в точке со значением $0,327\lambda$. Поэтому длина шлейфа

$$l_1 = (0,327 - 0,00)\lambda = 0,327\lambda = 0,25\lambda + 0,077\lambda,$$

т. е. на частоте $f = 500$ МГц физическая длина разомкнутого шлейфа будет $l_1 = 0,327 \cdot 60 = 19,6$ см.

Сравнивая обе схемы на рис. 4.33 и порядок их расчета, нетрудно убедиться в практически полной их идентичности. Во втором примере длина шлейфа оказалась на четверть волны больше, что соответствует полуобороту по круговой диаграмме и преобразованию разомкнутого на конце шлейфа в короткозамкнутый. Поэтому длина короткозамкнутого шлейфа оказалась меньше, чем разомкнутого. При проектировании согласующих схем обычно выбирают тот вариант, где шлейф короче, т. е. в рассматриваемом примере – схему с короткозамкнутым шлейфом. Объясняется это тем, что при использовании более коротких отрезков линии уровень рассогласования из-за небольших отклонений рабочей частоты от заданного значения оказывается меньше. Однако окончательный выбор того или иного шлейфа может быть сделан лишь с учетом многих факторов, в частности их реализуемости. Например, если спроектированные в примерах 4.18 и 4.19 схемы предназначены для микрополоскового исполнения, то короткозамкнутый шлейф менее удобен, поскольку в микрополосковой линии весьма трудно выполнить режим короткого замыкания. С другой стороны, режим холостого хода, хотя и не идеальный, реализуется в такой линии достаточно просто. Поэтому в микрополосковом исполнении схема с разомкнутым шлейфом более предпочтительна. Тем не менее проектировщик все же бывает вынужден использовать схему с короткозамкнутым шлейфом, например из-за ограничений, связанных с размерами подложки микрополосковой линии, или из-за недопустимо больших потерь в сравнительно длинном разомкнутом на конце шлейфе. Следовательно, при практической реализации нужно учитывать все достоинства и недостатки каждого из вариантов согласующей схемы.

Рассмотрим, как сказывается изменение частоты на согласование в схеме с короткозамкнутым шлейфом (см. пример 4.18).

Пример 4.20. Рассчитать с помощью круговой диаграммы рассогласование, возникающее в спроектированной из примера 4.18 согласующей схеме при уменьшении частоты на 10 % от заданного значения.

Решение

1. Воспроизведем на круговой диаграмме (рис. 4.36) построения для примера 4.18.

2. Уменьшение частоты на 10 % от заданного значения ведет к увеличению длины волны, так как

$$\lambda \pm \Delta\lambda = v_\phi / (f \mp \Delta f).$$

Предположим, что фазовая скорость не зависит от частоты, т. е. линия обладает нулевой дисперсией*. Поэтому при понижении частоты (увеличении длины волны) электрическая длина отрезка линии фиксированной длины уменьшается. На частоте $f = 500$ МГц, как было найдено в примере 4.18, $l = 0,137 = 8,22$ см и $l_1 = 0,77\lambda = 4,62$ см. Тогда на частоте $f = 450$ МГц $l^1 = (0,137 - 0,1 \cdot 0,137)\lambda = 0,123\lambda$, $l_1^1 = (0,077 - 0,1 \cdot 0,077)\lambda = 0,0693\lambda$.

3. Определяем входную нормированную проводимость отрезка линии длиной l (рис. 4.33), для чего

* Кроме того, предполагается, что Z_H не зависит от частоты. – Прим. ред.

КООРДИНАТЫ СОПРОТИВЛЕНИЙ ИЛИ ПРОВОДИМОСТЕЙ

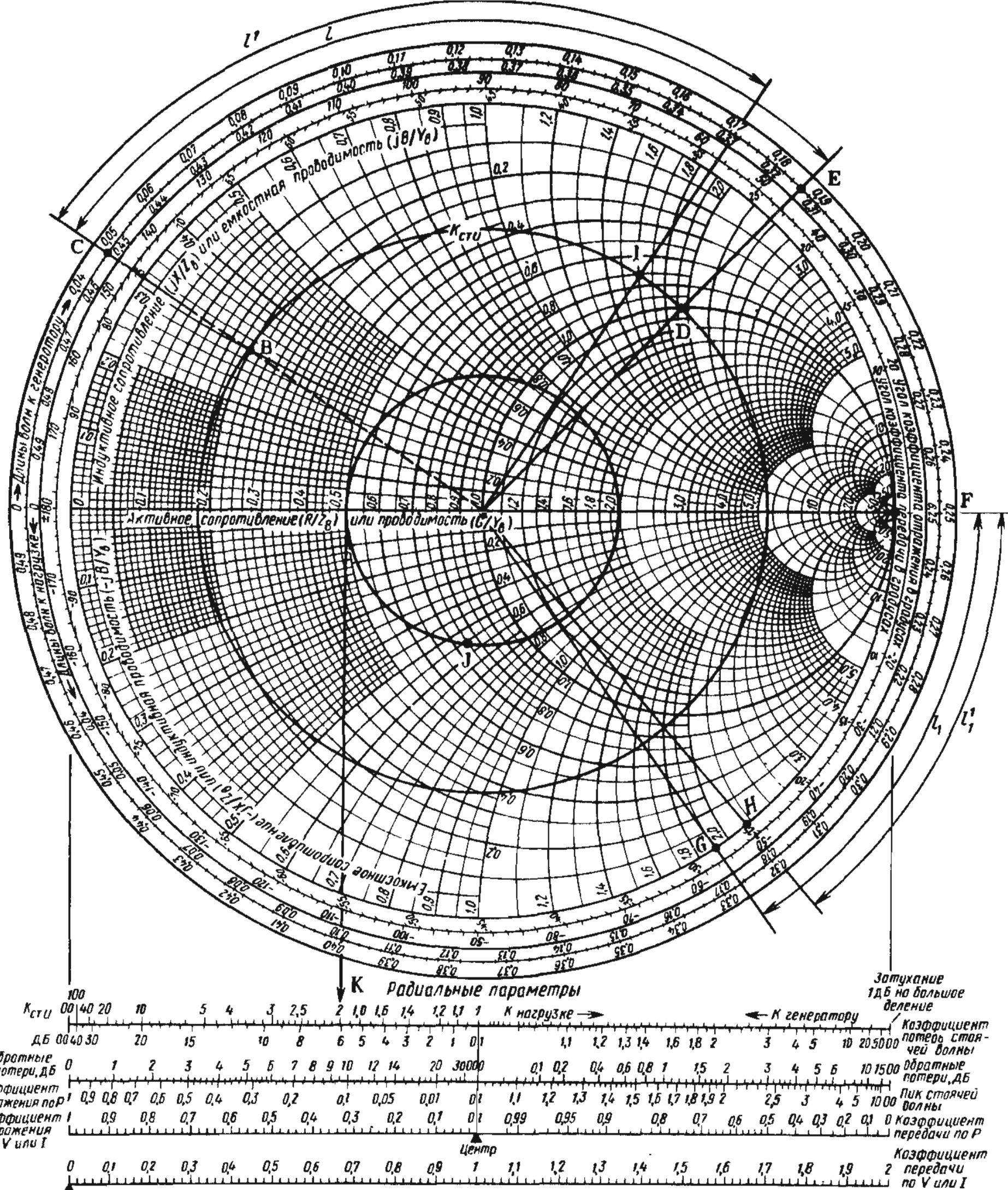


Рис. 4.36. Влияние изменения частоты на согласование для схемы из примера 4.18

сместимся по внешней шкале диаграммы от т. С в направлении генератора на расстояние l^1 (рис. 4.36); прямая, проведенная из центра через конец отложенной дуги, пересечет окружность постоянного K_{ctU} , проходящую через т. В в т. I, которой соответствует проводимость $(0,75 + j1,6)$.

4. Определяем входную нормированную проводимость шлейфа, для чего смещаемся по внешней шкале диаграммы от т. F в направлении генератора на расстояние l_1^1 (рис. 4.36). Прямая из центра, проходящая через конец отложенной дуги, пересечет окружность постоянного $K_{ctU} = \infty$ в т. Н, которой соответствует нормированная проводимость $-j2,15$.

5. Полная нормированная проводимость в точке подключения шлейфа (рис. 4.33, а)

$$0,75 + j1,6 - j2,15 = 0,75 - j0,55,$$

что соответствует т. J на диаграмме. Абсолютная величина проводимости в этой точке ($15 - j11$) мСм.

6. Через т. J проводим окружность постоянного K_{ctU} и отсчитываем значение $K_{ctU} = 2,0$ (т. К на верхней шкале под диаграммой).

Введение согласующей схемы позволило на заданной частоте снизить K_{ctU} в линии с 6 до 1. Однако понижение частоты на 10 % привело к увеличению K_{ctU} до 2,0 и к уменьшению на 11 % мощности, поступающей из линии в нагрузку, по сравнению с аналогичной величиной на центральной частоте.

Если выполнить расчет в примере 4.20, полагая, что в схеме используется разомкнутый шлейф, рассмотренный в примере 4.19, то в п. 4 т.Н будет соответствовать значение входной нормированной проводимости шлейфа $-j3,5$; в п.5 т. J – нормированная проводимость $(0,75 - j1,9)$. Поэтому согласно п. 6 K_{ctU} в линии станет равным 7, т. е. лишь 44 % мощности падающей волны поступит в нагрузку. Следовательно, понижение частоты на 10 % в данном случае привело к тому, что согласующая схема вызвала большее рассогласование по сравнению с рассогласованием в линии без согласующей схемы (в последнем случае в линии $K_{ctU} = 6$).

Полоса согласования обычно расширяется, если в согласующей схеме использовать два или даже три шлейфа, расположенные на расстоянии $3\lambda/8$ друг от друга. Настройка таких шлейфов обычно проводится экспериментально.

На практике изготовленные в соответствии с расчетом схемы согласования, как правило, требуют из-за различных погрешностей экспериментальной доводки для получения заданных характеристик. В частности, такая настройка рассчитанных схем практически всегда необходима из-за сложности точного определения длины отрезка линии между нагрузкой и местом подключения шлейфа.

Простая вычислительная программа 4.3 STUB*, созданная на основе программы ZSEND, позволяет рассчитывать рассмотренные в примерах 4.18 и 4.19 согласующие схемы с одиночными короткозамкнутым или разомкнутым шлейфами. С помощью данной программы (при незначительных изменениях в ней) можно определять рассогласование, вносимое указанными схемами из-за отклонений рабочей частоты от заданного значения.

JC FORMATTED LISTING
FILE: PROGRAM 4.3 STUB
PAGE-1

```
10 REM
20 REM ----- ШЛЕЙФ -----
30 REM
40 REM ЭТА ПРОГРАММА СИНТЕЗИРУЕТ СОГЛАСУЮЩУЮ
50 REM СХЕМУ С ОДИНОЧНЫМ ШЛЕЙФОМ.
60 REM ПРЕДПОЛАГАЕТСЯ, ЧТО ВСЕ ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ
70 REM В СХЕМЕ ОТРЕЗКИ ВЫПОЛНЕНЫ ИЗ ОДНОЙ
80 REM И ТОЙ ЖЕ ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ.
90 REM
100 REM +L ОЗНАЧАЕТ ДВИЖЕНИЕ
110 REM К ГЕНЕРАТОРУ.
120 REM
130 REM F - ЧАСТОТА (ГГЦ)
140 REM L - ДЛИНА ОТРЕЗКА ЛИНИИ (СМ)
150 REM A2 - КОЭФФИЦИЕНТ ЗАТУХАНИЯ (ДБ/СМ)
160 REM Z0 - ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ (ОМ)
170 REM E - ОТНОСИТ. ИЛИ ЭФФЕКТ. ПРОНИЦАЕМОСТЬ
180 CLS
190 PRINT "ВВЕДИТЕ ЧАСТОТУ В ГГЦ"
```

* В программе обнаружены ошибки. Соответствующие изменения внесены в текст программы (операторы 680, 770, 870, 920, 1080). Естественно, изменились и результаты тестирования. – Прим. перев.

```

200 INPUT F
210 PRINT "ВВЕДИТЕ АКТИВНОЕ СОПРОТ. НАГРУЗКИ В ОМАХ"
220 INPUT R1
230 PRINT "ВВЕДИТЕ ПЕАКТ. СОПРОТ. НАГРУЗКИ В ОМАХ"
240 INPUT X1
250 PRINT
260 REM ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫЙ ОТРЕЗОК ЛИНИИ
270 PRINT "ДЛЯ ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ"
280 PRINT "ВВЕДИТЕ ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ В ОМАХ"
290 INPUT Z0
300 PRINT "ВВЕДИТЕ КОЭФ. ЗАТУХАНИЯ В ДБ/СМ"
310 INPUT A2
320 PRINT "ВВЕДИТЕ ОТНОСИТ. ИЛИ ЭФФЕКТ. ПРОНИЦАЕМОСТЬ"
330 INPUT E
340 LET R = R1
350 LET X = X1
360 LET F6 = Z0
370 LET W1 = 30 / (F * SQR (E))
380 LET MA = 0
390 CLS
400 PRINT "РАБОТА :-----"
410 PRINT
420 FOR L = 1E-6 TO 1 STEP 5E-5
430     LET R2 = (R1 * R1 - Z0 * Z0 + X1 * X1) /
                ((R1 + Z0) * (R1 + Z0) + X1 * X1)
440     LET X2 = 2 * X1 * Z0 / ((R1 + Z0) * (R1 + Z0) + X1 * X1)
450     IF X2 < > 0 THEN
            490
460     IF R2 > = 0 THEN
            480
470     LET G = -3.1415927:
        GOTO 590
480     LET G = 1E - 20:
        GOTO 590
490     IF R2 < = 0 THEN
            520
500     IF X2 = 0 THEN
            450
510     LET G = ATN (X2 / R2):
        GOTO 590
520     IF R2 < > 0 THEN
            560
530     IF X2 > = 0 THEN
            550
540     LET G = -1.5707963:
        GOTO 590
550     LET G = 1.5707963:
        GOTO 590
560     IF R2 > = 0 THEN
            590
570     IF X2 = 0 THEN
            450
580     LET G = 3.1415927 + ATN (X2 / R2)
590     LET T1 = G
600     LET M1 = SQR (R2 * R2 + X2 * X2)
610     LET A2 = A2 / B.6B6
620     LET T2 = T1 - 4 * 3.1415927 * L
630     LET M2 = M1 * EXP (-(2 * A2 * L))
640     LET D = 1 - 2 * M2 * COS (T2) + M2 * M2
650     IF D = 0 THEN
            LET D = 1E - 20
660     LET R1 = Z0 * (1 - M2 * M2) / D
670     LET X1 = Z0 * 2 * M2 * SIN (T2) / D:
     IF MA = 0 THEN
            700
680     LET FB = 1 / (-X1):
     IF ABS(FB+Y) < 1E-4 THEN 960

```

```

690 GOTO 710
700 LET ZZ = Z0 * R1 / (R1 * E1 + X1 * X1) - 1:
    IF L < 1E-5 THEN ZZZ = ZZ: GOTO 710
702 IF ZZ * ZZZ < 0 THEN 730
710 LET R1 = R:
    LET X1 = X
720 NEXT L
730 PRINT :
    PRINT "*****"
    PRINT
740 PRINT "РАБОЧАЯ ЧАСТОТА "F" ГГЦ"
750 PRINT
760 PRINT "СОПРОТИВЛЕНИЕ НАГРУЗКИ"
770 PRINT " " "INT(1000*R+.5)/1000" "INT(1000*X+.5)/1000" J OM"
780 PRINT
790 PRINT "ДЛИНА ПОСЛЕДНЕГО ОТРЕЗКА "INT(1000*L*W1+.5)/1000" CM"
800 PRINT
810 PRINT "ОТНОСИТ. ИЛИ ЭФФЕКТ. ПРОНИЦАЕМОСТЬ "E"
820 PRINT "КОЭФ. ЗАТУХАНИЯ "INT(A2*1000*B.6B6+.5)/1000" ДБ/СМ"
830 PRINT "ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ "Z0" OM"
840 PRINT
850 PRINT "ВХОДНОЕ СОПРОТ. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО ОТРЕЗКА ,"
860 PRINT "К ВЫХОДУ КОТОРОГО ПОДКЛЮЧЕНА НАГРУЗКА"
870 PRINT " " "INT(1000*R1+.5)/1000" "INT(1000*X1+.5)/1000" J OM"
880 IF MA = 0 THEN
    LET F3 = R1
890 IF MA = 0 THEN
    LET F4 = X1
900 PRINT
910 REM КОРОТКОЗАМКНУТЫЙ ШЛЕИФ
920 LET Y = -X1 / (R1 * R1 + X1 * X1)
930 LET R1 = 0:
    LET X1 = 1E-5:
    LET R = R1:
    LET X = X1
940 LET MA = 1
950 GOTO 420
960 PRINT
970 IF MA = 2 THEN
    PRINT "ДЛИНА РАЗОМКНУТОГО НА КОНЦЕ ШЛЕИФА "INT(1000*L*W1+.5)
    /1000" CM"
980 IF MA = 2 THEN
    1000
990 PRINT "ДЛИНА КОРОТКОЗАМКНУТОГО ШЛЕИФА "INT(1000*L*W1+.5)/1000
    " CM"
1000 PRINT
1010 PRINT "ВХОДНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ШЛЕИФА РАВНО"
1020 PRINT " " "INT(R1*1000+.5)/1000," "INT(X1*1000+.5)/1000" J OM"
1030 IF MA = 2 THEN
    1080
1040 REM РАЗОМКНУТЫЙ НА КОНЦЕ ШЛЕИФ
1050 LET R1 = 1E10: R
    LET X1 = 1E10
1060 LET R = R1:
    LET X = X1:
    LET MA = 2
1070 GOTO 420
1080 LET F5 = (F3 * F3 + F4 * F4) / F3
1090 PRINT
1100 PRINT "РЕЗУЛЬТИРУЮЩЕЕ ВХОДНОЕ СОПРОТ. ЦЕПИ "INT(F5*1000+.5)/1000
    " OM"
1110 LET F5 = ABS ((F5 - F6) / (F5 + F6))
1120 LET F5 = (1 + F5) / (1 - F5)
1130 PRINT
1140 PRINT "КСВН НА ВХОДЕ СОГЛАСУЮЩЕЙ ЦЕПИ "INT(F5*1000+.5)/1000"
1150 PRINT :
    PRINT "*****"
1160 PRINT

```

```
1170 PRINT "ДЛЯ ОКОНЧАНИЯ РАБОТЫ ВВЕДИТЕ 0, ИНАЧЕ 1"
1180 INPUT T
1190 IF T = 1 THEN
    180
1200 PRINT
1210 PRINT "**** КОНЕЦ ПРОГРАММЫ ****"
1220 END
```

КОНЕЦ ТЕКСТА ПРОГРАММЫ

JRUN
ВВЕДИТЕ ЧАСТОТУ В ГГЦ
?1
ВВЕДИТЕ АКТИВНОЕ СОПРОТ. НАГРУЗКИ В ОМАХ
?200
ВВЕДИТЕ ПЕАКТ. СОПРОТ. НАГРУЗКИ В ОМАХ
?-300

ДЛЯ ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ
ВВЕДИТЕ ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ В ОМАХ
?150
ВВЕДИТЕ КОЭФ. ЗАТУХАНИЯ В ДБ/СМ
?0
ВВЕДИТЕ ОТНОСИТ. ИЛИ ЭФФЕКТ. ПРОНИЦАЕМОСТЬ
?1
РАБОТА :-----

РАБОЧАЯ ЧАСТОТА 1 ГГЦ

СОПРОТИВЛЕНИЕ НАГРУЗКИ
200 -300 J ОМ

ДЛИНА ПОСЛЕДНЕГО ОТРЕЗКА 3.807 СМ

ОТНОСИТ. ИЛИ ЭФФЕКТ. ПРОНИЦАЕМОСТЬ 1
КОЭФ. ЗАТУХАНИЯ 0 ДБ/СМ
ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ 150 ОМ

ВХОДНОЕ СОПРОТ. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО ОТРЕЗКА ,
К ВЫХОДУ КОТОРОГО ПОДКЛЮЧЕНА НАГРУЗКА
36.72В -64.469 J ОМ

ДЛИНА КОРОТКОЗАМКНУТОГО ШЛЕЙФА 2.454 СМ

ВХОДНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ШЛЕЙФА РАВНО
0 84.689 J ОМ

ДЛИНА РАЗОМКНУТОГО НА КОНЦЕ ШЛЕЙФА 9.954 СМ

ВХОДНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ШЛЕЙФА РАВНО
0 84.686 J ОМ

РЕЗУЛЬТИРУЮЩЕ ВХОДНОЕ СОПРОТ. ЦЕПИ 149.89 ОМ

КСВН НА ВХОДЕ СОГЛАСУЮЩЕЙ ЦЕПИ 1.005

ДЛЯ ОКОНЧАНИЯ РАБОТЫ ВВЕДИТЕ 0, ИНАЧЕ 1
?0

*** КОНЕЦ ПРОГРАММЫ ***

4.6. АНАЛИЗ КАСКАДНЫХ ЦЕЛЕЙ

На практике часто возникает задача анализа цепей, состоящих из отрезков линий передачи и элементов с сосредоточенными параметрами, соединенных каскадно. Обычно такой анализ сводится к определению частотной зависимости входного сопротивления, что позволяет построить зависимость $K_{ct}U$ от частоты.

Для сравнительно простых схем, состоящих из малого числа элементов, этот анализ можно выполнить традиционным способом, т. е. определить входное сопротивление всей схемы, состоящей из отрезков линии, шлейфов, сосредоточенных элементов, путем последовательного пересчета входного сопротивления от каскада к каскаду. Расчет начинается с самого дальнего от генератора каскада с сопротивлением нагрузки. Его входное сопротивление считается сопротивлением нагрузки для предыдущего каскада и т. д. Для параллельных шлейфов входное сопротивление пересчитывается во входную проводимость. Сосредоточенные элементы и соединения таких элементов определяются с помощью известных из теории линейных электрических цепей формул. Подобный анализ нагляден и прост в применении.

С помощью вычислительной программы 4.4 CASCADE можно рассчитать описанным выше способом цепь, состоящую из следующих базовых элементов: отрезков линии передачи, короткозамкнутых и разомкнутых шлейфов, последовательно и параллельно включенных резисторов, конденсаторов и индуктивностей.

DE FORMATTED LISTING
FILE: PROGRAM 4.4 CASCADE
PAGE-1

```
1 REM
5 REM ----- КАСКАДНОЕ СОЕДИНЕНИЕ -----
7 REM
10 DIM CO(100),R0(100),L1(100),C3(100)
20 DIM R(100),L(100),Z0(100),E(100),A(100)
30 DIM C1(100),L2(100),C(100)
40 REM МОЖНО СОЕДИНЯТЬ ДО 100 ЭЛЕМЕНТОВ.
50 REM ЕСЛИ ЭЛЕМЕНТОВ БОЛЬШЕ 100, ИЗМЕНЬТЕ ОПЕРАТОР DIM
60 CLS
70 PRINT
80 PRINT "ВВЕДИТЕ ЧИСЛО СОЕДИНЯЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ"
90 PRINT "ДЛЯ ОКОНЧАНИЯ РАБОТЫ ВВЕДИТЕ 0"
100 INPUT N1
110 IF N1 = 0 THEN
    1580
120 PRINT "ВВЕДИТЕ АКТИВНОЕ СОПРОТ. НАГРУЗКИ"
130 INPUT R9
140 PRINT
150 PRINT "ВВЕДИТЕ КОДЫ СОЕД. ЭЛЕМЕНТОВ, УКАЗАННЫЕ НИЖЕ"
160 PRINT "ОТРЕЗОК ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ = 1"
170 PRINT "ШЛЕИФ, РАЗОМКНУТЫЙ НА КОНЦЕ, = 2"
180 PRINT "ШЛЕИФ, КОРТОКЗАМКНУТЫЙ НА КОНЦЕ, = 3"
190 PRINT "ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ РЕЗИСТОР = 4"
200 PRINT "ПАРАЛЛЕЛЬНАЯ ЕМКОСТЬ = 5"
210 PRINT "ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНАЯ ИНДУКТИВНОСТЬ = 6"
220 PRINT "ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫЙ РЕЗИСТОР = 7"
230 PRINT "ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНАЯ ЕМКОСТЬ = 8"
240 PRINT "ПАРАЛЛЕЛЬНАЯ ИНДУКТИВНОСТЬ = 9"
250 FOR K = 1 TO N1
    INPUT CO(K)
260 NEXT K
280 FOR J = 1 TO N1
    IF CO(J) = 1 THEN
        680
```

```

300      IF CO(J) = 2 THEN
            630
310      IF CO(J) = 3 THEN
            600
320      IF CO(J) = 4 THEN
            570
330      IF CO(J) = 5 THEN
            530
340      IF CO(J) = 6 THEN
            490
350      IF CO(J) = 7 THEN
            460
360      IF CO(J) = 8 THEN
            420
370      IF CO(J) = 9 THEN
            380
380      PRINT "ВВЕДИТЕ ВЕЛИЧИНУ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ ИНДУКТИВНОСТИ (НГН)"
390      INPUT L
400      LET L2(J) = L * 1E - 9
410      GOTO 700
420      PRINT "ВВЕДИТЕ ВЕЛИЧИНУ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ ЕМКОСТИ (ПФ)"
430      INPUT C
440      LET C1(J) = C * 1E - 12
450      GOTO 700
460      PRINT "ВВЕДИТЕ ВЕЛИЧИНУ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО РЕЗИСТОРА (ОМ)"
470      INPUT R0(J)
480      GOTO 700
490      PRINT "ВВЕДИТЕ ВЕЛИЧИНУ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ ИНДУКТИВ. (НГН)"
500      INPUT L
510      LET L1(J) = L * 1E - 9
520      GOTO 700
530      PRINT "ВВЕДИТЕ ВЕЛИЧИНУ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ ЕМКОСТИ (ПФ)"
540      INPUT C
550      LET C3(J) = C * 1E - 12
560      GOTO 700
570      PRINT "ВВЕДИТЕ ВЕЛИЧИНУ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО РЕЗИСТОРА (ОМ)"
580      INPUT R(J)
590      GOTO 700
600      PRINT "ВВЕДИТЕ ПАРАМЕТРЫ К3 ШЛЕИФА: ZB, ДЛИНУ, ЕЭФ ИЛИ
              ER, КОЭФ.ЗАТ. (ДВ/СМ)"
610      INPUT R0(J),L(J),E(J),A(J)
620      GOTO 700
630      PRINT "ВВЕДИТЕ ПАРАМЕТРЫ РАЗ. ШЛЕИФА: ZB, ДЛИНУ, ЕЭФ ИЛИ
              ER, КОЭФ.ЗАТ. (ДВ/СМ), ЕМК. НАГРУЗКИ (ПФ)"
640      INPUT Z0(J),L(J),E(J),A(J),C(J)
650      LET C(J) = C(J) * 1E - 12
660      IF A = 0 THEN
            LET C(J) = 1E - 15
670      GOTO 700
680      PRINT "ВВЕДИТЕ ПАРАМЕТРЫ ОТРЕЗКА ЛИНИИ: ZB, ДЛИНУ, ЕЭФ ИЛИ
              ER, КОЭФ.ЗАТ. (ДВ/СМ)"
690      INPUT Z0(J),L(J),E(J),A(J)
700      NEXT J
710      LET R1 = R9
720      LET X1 = 0
730      PRINT "ВВЕДИТЕ ЧАСТОТУ В ГГЦ"
740      INPUT F
750      LET W = 2 * 3.141579 * F * 1E9
760      PRINT
770      PRINT
780      PRINT "***** РЕЗУЛЬТАТЫ *****"
790      PRINT
800      PRINT "ВХОДНОЕ КОМПЛЕКСНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ "
810      PRINT "НА ВХОДЕ СЛЕДУЮЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ: - - -"
820      PRINT
830      FOR I = 1 TO N1
840          IF CO(I) = 1 THEN
                1530

```

```

850   IF CO(I) == 2 THEN
     1390
860   IF CO(I) == 3 THEN
     1320
870   IF CO(I) == 4 THEN
     1240
880   IF CO(I) == 5 THEN
     1150
890   IF CO(I) == 6 THEN
     1100
900   IF CO(I) == 7 THEN
     1060
910   IF CO(I) == 8 THEN
     1010
920 PRINT "ПАРАЛЛЕЛЬНАЯ ИНДУКТИВНОСТЬ"
930 LET G1 = R1 / (R1 * R1 + X1 * X1)
940 LET B1 = -(X1 / (R1 * R1 + X1 * X1))
950 LET B2 = 1 / (W * L2(I))
960 LET B1 = B1 + B2
970 LET R1 = G1 / (G1 * G1 + B1 * B1)
980 LET X1 = -(B1 / (G1 * G1 + B1 * B1))
990 PRINT "R = "R1" X = "X1
1000 GOTO 1560
1010 PRINT "ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНАЯ ЕМКОСТЬ"
1020 LET X2 = -(1 / (W * C1(I)))
1030 LET X1 = X1 + X2
1040 PRINT "R = "R1" X = "X1
1050 GOTO 1560
1060 PRINT "ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫЙ РЕЗИСТОР"
1070 LET R1 = R1 + R0(I)
1080 PRINT "R = "R1" X = "X1
1090 GOTO 1560
1100 PRINT "ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНАЯ ИНДУКТИВНОСТЬ"
1110 LET X2 = W * L1(I)
1120 LET X1 = X1 + X2
1130 PRINT "R = "R1" X = "X1
1140 GOTO 1560
1150 PRINT "ПАРАЛЛЕЛЬНАЯ ЕМКОСТЬ"
1160 LET G1 = R1 / (R1 * R1 + X1 * X1)
1170 LET B1 = -(X1 / (R1 * R1 + X1 * X1))
1180 LET B2 = W * C3(I)
1190 LET B1 = B1 + B2
1200 LET R1 = G1 / (G1 * G1 + B1 * B1)
1210 LET X1 = -(B1 / (G1 * G1 + B1 * B1))
1220 PRINT "R = "R1" X = "X1
1230 GOTO 1560
1240 PRINT "ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ РЕЗИСТОР"
1250 LET G1 = R1 / (R1 * R1 + X1 * X1)
1260 LET B1 = -(X1 / (X1 * X1 + R1 * R1))
1270 LET G1 = G1 + 1 / R(I)
1280 LET R1 = G1 / (G1 * G1 + B1 * B1)
1290 LET X1 = -(B1 / (G1 * G1 + B1 * B1))
1300 PRINT "R = "R1" X = "X1
1310 GOTO 1560
1320 PRINT "КОРОТКОЗАМКНУТЫЙ ШЛЕИФ"
1330 LET G2 = R1 / (R1 * R1 + X1 * X1)
1340 LET B2 = -(X1 / (R1 * R1 + X1 * X1))
1350 LET X1 = 0
1360 LET R1 = 0
1370 GOSUB 1620
1380 GOTO 1450
1390 PRINT "ФАЗОЗАМКНУТЫЙ ШЛЕИФ"
1400 LET G2 = R1 / (R1 * R1 + X1 * X1)
1410 LET B2 = -(X1 / (R1 * R1 + X1 * X1))
1420 LET X1 = -(1 / (W * C(I)))
1430 LET R1 = 0
1440 GOSUB 1620
1450 LET G3 = R1 / (R1 * R1 + X1 * X1)

```

```

1460 LET B3 = -(X1 / (R1 * R1 + X1 * X1))
1470 LET G1 = G2 + G3
1480 LET B1 = B2 + B3
1490 LET R1 = G1 / (G1 * G1 + B1 * B1)
1500 LET X1 = -(B1 / (G1 * G1 + B1 * B1))
1510 PRINT "R = "R1" X = "X1
1520 GOTO 1560
1530 PRINT "ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫЙ ОТРЕЗОК ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ"
1540 GOSUB 1620
1550 PRINT "R = "R1" X = "X1
1560 NEXT I
1570 GOTO 70
1580 PRINT
1590 PRINT "**** КОНЕЦ ПРОГРАММЫ ****"
1600 END
1610 REM
1620 REM ВХОДНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ НАГРУЖЕННОГО ОТРЕЗКА
1630 REM
1640 LET W1 = 30 / (F * SQR (E(I)))
1650 PRINT "ДЛИНА ВОЛНЫ = "W1
1660 LET R2 = (R1 * R1 - Z0(I) * Z0(I) + X1 * X1) /
    ((R1 + Z0(I)) ^ 2 + X1 * X1)
1670 LET X2 = 2 * X1 * Z0(I) / ((R1 + Z0(I)) ^ 2 + X1 * X1)
1680 REM ПРОВЕРКА КВАДРАНТА ДЛЯ ATN
1690 IF X2 < 0 THEN
    1730
1700 IF R2 >= 0 THEN
    1720
1710 LET G = -3.1415927:
GOTO 1830
1720 LET G = 1E - 20:
GOTO 1830
1730 IF R2 < 0 THEN
    1760
1740 IF X2 = 0 THEN
    1690
1750 LET G = AIN (X2 / R2):
GOTO 1830
1760 IF R2 < 0 THEN
    1800
1770 IF X2 >= 0 THEN
    1790
1780 LET G = -1.5707963:
GOTO 1830
1790 LET G = 1.5707963:
GOTO 1830
1800 IF R2 >= 0 THEN
    1830
1810 IF X2 = 0 THEN
    1690
1820 LET G = 3.1415927 + ATN (X2 / R2)
1830 LET T1 = G
1840 LET M1 = SQR (R2 * R2 + X2 * X2)
1850 LET A2 = A(I) / 8.686
1860 LET T2 = T1 - 4 * 3.1415927 * L(I) / W1
1870 LET M2 = M1 * EXP (- (2 * A2 * L(I)))
1880 LET D = 1 - 2 * M2 * COS (T2) + M2 * M2
1890 LET R1 = Z0(I) * (1 - M2 * M2) / D
1900 LET X1 = Z0(I) * 2 * M2 * SIN (T2) / D
1910 RETURN

```

КОНЕЦ ТЕКСТА ПРОГРАММЫ

JRUN

ВВЕДИТЕ ЧИСЛО СОЕДИНЯЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

ДЛЯ ОКОНЧАНИЯ РАБОТЫ ВВЕДИТЕ 0
?4
ВВЕДИТЕ АКТИВНОЕ СОПРОТ. НАГРУЗКИ
?50

ВВЕДИТЕ КОДЫ СОЕД. ЭЛЕМЕНТОВ, УКАЗАННЫЕ НИЖЕ
ОТРЕЗОК ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ = 1
ШЛЕИФ, РАЗОМКНУТЫЙ НА КОНЦЕ, = 2
ШЛЕИФ, КОРОТКОЗАМКНУТЫЙ НА КОНЦЕ, = 3
ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ РЕЗИСТОР = 4
ПАРАЛЛЕЛЬНАЯ ЕМКОСТЬ = 5
ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНАЯ ИНДУКТИВНОСТЬ = 6
ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫЙ РЕЗИСТОР = 7
ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНАЯ ЕМКОСТЬ = 8
ПАРАЛЛЬНАЯ ИНДУКТИВНОСТЬ = 9

?1
?6
?7
?8

ВВЕДИТЕ ПАРАМЕТРЫ ОТРЕЗКА ЛИНИИ: ZB, ДЛИНУ, ЕЗФ ИЛИ
ЕР, КОЭФ.ЗАТ. (ДВ/СМ)

?50
??2
??1
??0.1

ВВЕДИТЕ ВЕЛИЧИНУ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ ИНДУКТИВ. (НГН)

?1

ВВЕДИТЕ ВЕЛИЧИНУ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО РЕЗИСТОРА (ОМ)

?10

ВВЕДИТЕ ВЕЛИЧИНУ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ ЕМКОСТИ (ПФ)

?2

ВВЕДИТЕ ЧАСТОТУ В ГГЦ

?1

***** РЕЗУЛЬТАТЫ *****

ВХОДНОЕ КОМПЛЕКСНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ
НА ВХОДЕ СЛЕДУЮЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ: - - -

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫЙ ОТРЕЗОК ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ
ДЛИНА ВОЛНЫ = 30

R = 50 X = 0

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНАЯ ИНДУКТИВНОСТЬ

R = 50 X = 6.283158

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫЙ РЕЗИСТОР

R = 60 X = 6.283158

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНАЯ ЕМКОСТЬ

R = 60 X = -73.2946594

ВВЕДИТЕ ЧИСЛО СОЕДИНЯЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ
ДЛЯ ОКОНЧАНИЯ РАБОТЫ ВВЕДИТЕ 0

?0

**** КОНЕЦ ПРОГРАММЫ ****

4.6.1. ABCD-МАТРИЦЫ

При анализе цепей из большого числа элементов либо повторении сравнительно простого расчета несложной цепи несколько тысяч раз (например, в задачах оптимизации) необходимо более эффективное средство для описания элементов цепей. Одним из средств является матричный анализ, основанный на матрице $ABCD$, называемой иногда в литературе классической матрицей передачи. Отметим, что расчет цепей на основе $ABCD$ -матриц требует гораздо меньших затрат машинного времени,

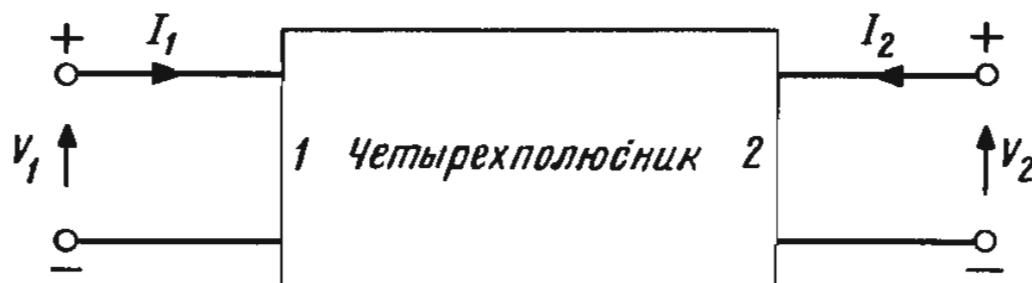


Рис. 4.37. Четырехполюсник

чем аналогичный расчет по программе CASCADE. Описание с помощью матрицы $ABCD$ основано на том, что любой элемент, имеющий вход и выход, можно рассматривать как четырехполюсник. На рис. 4.37 изображена схема такого четырехполюсника и указаны положительные направления для входных и выходных напряжений и токов, связанных между собой следующими соотношениями:

$$V_1 = AV_2 - BI_2, \quad (4.39)$$

$$I_1 = CV_2 - DI_2 \quad (4.40)$$

или, если записать в матричной форме,

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

Отметим, что в качестве положительного для I_2 выбрано направление к четырехполюснику. Линейная связь между величинами V_1 , V_2 , I_1 и I_2 , определяемая соотношениями (4.39) и (4.40), не является единственной возможной. Существует шесть различных пар линейных соотношений для указанных величин, и каждому варианту соответствует своя матрица второго порядка. Перечислим эти матрицы: 1) матрица сопротивлений Z ; 2) матрица проводимостей Y ; 3) $ABCD$ -матрица; 4) матрица B в системе β -параметров, обратная $ABCD$ -матрице; 5) гибридная матрица H в системе h -параметров; 6) гибридная матрица G в системе g -параметров, обратная матрице H . Каждая из матриц может быть преобразована в любую другую.

Кроме указанных матриц для описания свойств четырехполюсников используют матрицу второго порядка, называемую матрицей рассеяния или S -матрицей (см. подразд. 4.6.3). Таким образом, каждый элемент может описываться любой из семи матриц. В общем случае, если допустить, что исходные данные для описания могут вводиться в любом матричном представлении, а результаты анализа цепи из этих элементов должны быть в любом требуемом матричном виде, то вычислительная программа для анализа получается весьма сложной и громоздкой. На практике при разработке таких программ для выполнения операций над матрицами в качестве промежуточной выбирают матрицу $ABCD$. При этом программа получается значительно проще, так как необходимо программировать лишь 12 из 36 преобразований:

$$[Z, Y, B, H, G, S, ABCD] \rightarrow [ABCD] \rightarrow [Z, Y, B, H, G, S, ABCD].$$

Если элемент, описываемый $ABCD$ -матрицей, соединен каскадно с элементом, также описываемым своей $ABCD$ -матрицей (рис. 4.38), то подобное соединение можно представить эквивалентным четырехполюсником, $ABCD$ -матрица которого равна произведению $ABCD$ -матриц соединяемых четырехполюсников:

$$\begin{aligned} A &= A_1 A_2 + B_1 B_2; & B &= A_1 B_2 + B_1 D_2; \\ C &= A_2 C_1 + C_2 D_1; & D &= B_2 C_1 + D_1 D_2. \end{aligned}$$

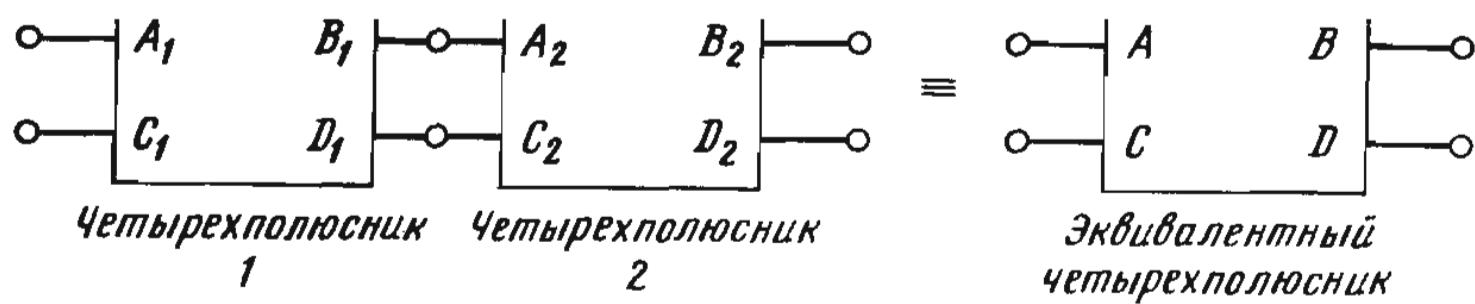


Рис. 4.38. Каскадное соединение четырехполюсников

Это значит, что каскадное соединение n элементов можно заменить одним эквивалентным четырехполюсником, $ABCD$ -матрица которого является произведением $ABCD$ -матриц отдельных элементов. Отмеченное свойство весьма полезно, так как подобное перемножение матриц очень просто выполняется на ЭВМ по сравнительно короткой программе. Поэтому $ABCD$ -матрица используется как промежуточная при разработке сложных программ независимо от способа описания исходных данных. Кроме того, для большинства используемых на практике элементов цепей известны $ABCD$ -матрицы.

4.6.2. ABCD-МАТРИЦЫ ПРОСТЕЙШИХ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКОВ

Рассматривая процессы в линиях передачи, можно выделить пять следующих элементарных четырехполюсников:

четырехполюсник, состоящий из последовательно включенного в линию сосредоточенного сопротивления;

четырехполюсник, состоящий из параллельно включенной в линию сосредоточенной проводимости;

Т-образный четырехполюсник;

П-образный четырехполюсник;

отрезок линии передачи.

Рассмотрим каждый из этих четырехполюсников.

Четырехполюсник, состоящий из последовательно включенного в линию сосредоточенного сопротивления (рис. 4.39). Как следует из рисунка, величины V_1 , V_2 , I_1 и I_2 связаны соотношениями

$$V_1 = V_2 + I_2 Z; \quad I_1 = -I_2,$$

откуда элементы матрицы:

$$A = 1; \quad B = Z; \quad C = 0 \text{ и } D = 1.$$

Четырехполюсник, состоящий из параллельно включенной в линию сосредоточенной проводимости (рис. 4.40). Как следует из рисунка, в этом случае $V_1 = V_2$, $I_1 + I_2 = YV_1 = YV_2$ или $I_1 = YV_2 - I_2$, поэтому $A = 1$, $B = 0$, $C = Y$, $D = 1$.

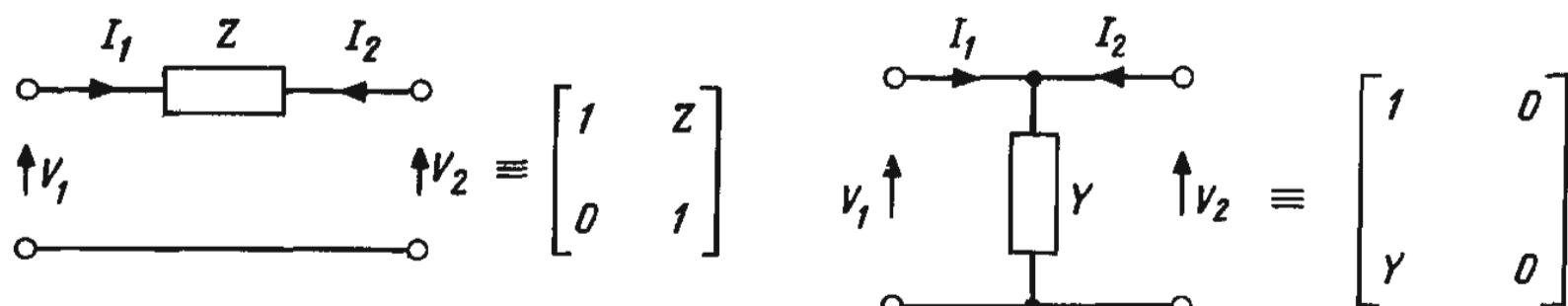


Рис. 4.39. Цепь с последовательным сопротивлением

Рис. 4.40. Цепь с параллельным сопротивлением

Отметим, что $ABCD$ -матрицу для рассматриваемого четырехполюсника можно непосредственно получить из $ABCD$ -матрицы для предыдущего четырехполюсника, для чего последнюю следует транспонировать, а затем в полученной матрице заменить Z на Y .

Несимметричный Т-образный четырехполюсник (рис. 4.41). Из закона Кирхгофа для контура с током I_1 следует

$$V_1 = I_1 Z_1 + I_1 Z_3 + I_2 Z_3,$$

откуда

$$I_1 = (V_1 - I_2 Z_3) / (Z_1 + Z_3).$$

Аналогично для контура с током I_2

$$V_2 = I_2 Z_2 + I_2 Z_3 + I_1 Z_3.$$

Подставляя в последнее равенство ранее выписанное равенство для I_1 , получаем:

$$V_2 (Z_1 + Z_3) = I_2 (Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1) + Z_3 V_1,$$

откуда

$$V_1 = V_2 (1 + Z_1 / Z_3) - I_2 (Z_1 + Z_2 + Z_1 Z_2 / Z_3).$$

Из сравнения этого выражения с (4.39) имеем

$$A = 1 + Z_1 / Z_3 \text{ и } B = Z_1 + Z_2 + Z_1 Z_2 / Z_3.$$

Для определения C и D перепишем выражение, полученное для контура с током I_2 , в следующем виде:

$$I_1 Z_3 = V_2 - I_2 (Z_2 + Z_3),$$

откуда

$$I_1 = V_2 / Z_3 - I_2 (1 + Z_2 / Z_3).$$

Из сравнения этого выражения с (4.40) находим

$$C = 1 / Z_3 \text{ и } D = 1 + Z_2 / Z_3.$$

Для симметричного ($Z_1 = Z_2 = Z$) Т-образного четырехполюсника матрица $ABCD$ имеет вид

$$\begin{bmatrix} 1 + Z / Z_3 & 2Z + Z^2 / Z_3 \\ 1 / Z_3 & 1 + Z / Z_3 \end{bmatrix}$$

Несимметричный П-образный четырехполюсник (рис. 4.42). Элементы $ABCD$ -матрицы находятся либо из законов Кирхгофа, либо путем транспонирования $ABCD$ -матрицы несимметричного Т-образного четырехполюсника. Пусть

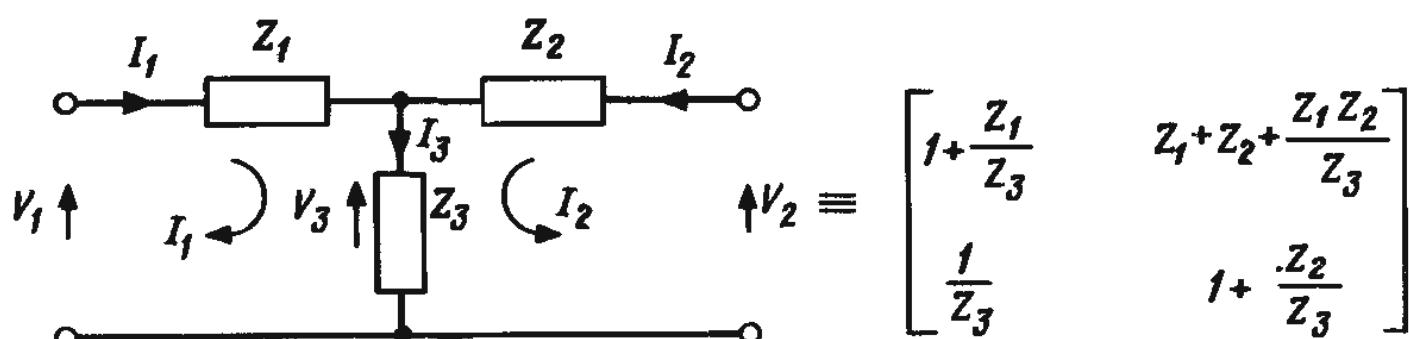


Рис. 4.41. Несимметричный Т-образный четырехполюсник

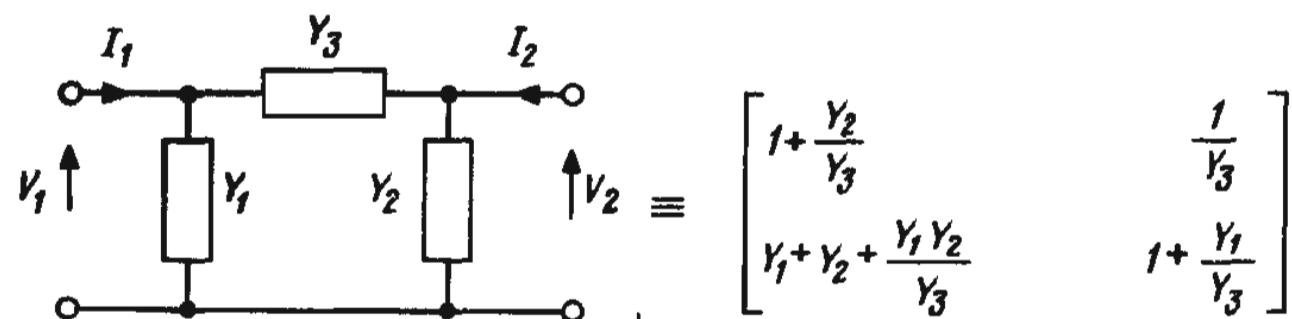


Рис. 4.42. Несимметричный П-образный четырехполюсник

$$Y_1 = 1/Z_1, Y_2 = 1/Z_2, Y_3 = 1/Z_3,$$

тогда $ABCD$ -матрица имеет вид

$$\begin{bmatrix} 1 + Y_2/Y_3 & 1/Y_3 \\ Y_1 + Y_2 + Y_1Y_2/Y_3 & 1 + Y_1/Y_3 \end{bmatrix}$$

Отрезок линии передачи (рис. 4.43). В разд. 1.3 было показано, что отрезок линии с потерями можно представить в виде эквивалентного симметричного Т-образного четырехполюсника (рис. 4.41), для которого

$$Z = Z_1 = Z_2 = Z_B \operatorname{th}(\gamma l/2), Z_3 = Z_B / \operatorname{sh}(\gamma l).$$

Подставляя эти значения в выражения для элементов $ABCD$ -матрицы симметричного Т-образного четырехполюсника, получаем

$$A = D = 1 + \operatorname{th}(\gamma l/2) \operatorname{sh}(\gamma l) = 1 + \frac{2\operatorname{sh}(\gamma l/2)}{\operatorname{ch}(\gamma l/2)} \operatorname{sh}(\gamma l/2) \operatorname{ch}(\gamma l/2) = 1 + 2\operatorname{sh}^2(\gamma l/2) = \operatorname{ch}(\gamma l);$$

$$C = 1/Z_3 = \operatorname{sh}(\gamma l)/Z_B.$$

В разд. 1.3 в случае эквивалентной П-образной цепи отрезка линии получена следующая формула:

$$Z_3 = 1/Y_3 = Z_B \operatorname{sh}(\gamma l).$$

Значение элемента B матрицы $ABCD$ отрезка линии передачи равно величине Z_3 симметричной П-образной эквивалентной цепи:

$$B = Z_B \operatorname{sh}(\gamma l).$$

Следовательно, все элементы $ABCD$ -матрицы отрезка линии найдены.

Выражения для элементов $ABCD$ -матрицы отрезка линии без потерь получим из выше приведенных формул, заменив в них гиперболические функции на соответствующие круговые. В результате матрица будет иметь вид

$$\begin{bmatrix} \cos(\beta l) & jZ_B \sin(\beta l) \\ j\sin(\beta l)/Z_B & \cos(\beta l) \end{bmatrix}$$

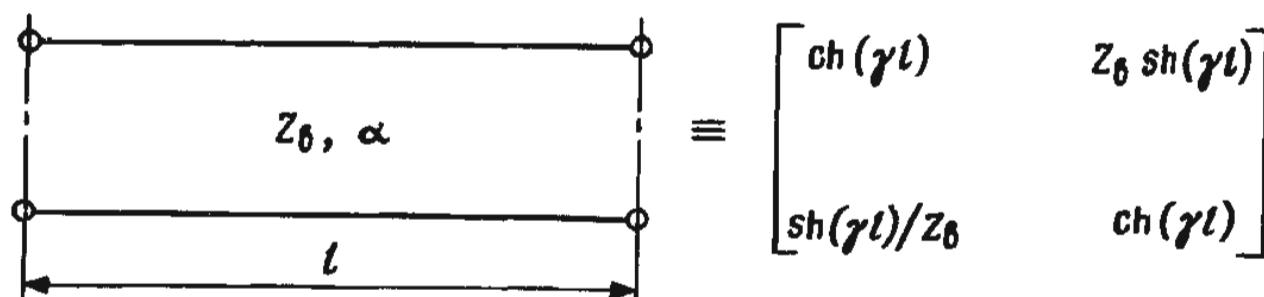


Рис. 4.43. Отрезок линии передачи

Численные значения элементов матриц $ABCD$, приведенных выше, зависят от частоты, кроме случая, когда четырехполюсник состоит из одних резисторов. Поэтому при анализе цепей в диапазоне частот элементы любой $ABCD$ -матрицы должны вычисляться на каждой частоте. Реально частотная характеристика рассчитывается лишь на дискретных частотах из заданного диапазона.

Элементы A и D матрицы $ABCD$ симметричных четырехполюсников всегда равны. Элементы $ABCD$ -матрицы взаимных четырехполюсников (т. е. таких, электрические характеристики которых не изменяются при изменении направления передачи энергии через них) удовлетворяют равенству $AD - BC = 1$. Последнее равенство обычно используют для проверки правильности вычислений элементов $ABCD$ -матрицы взаимных четырехполюсников; это особенно важно, если величины этих элементов или очень велики, или чрезвычайно малы, что может приводить к эффекту потери порядка.

Пример 4.21. Показать, что отрезок линии передачи относится к взаимным четырехполюсникам.

Решение

Для взаимных четырехполюсников

$$AD - BC = 1.$$

Подставляя в это равенство выражения для элементов $ABCD$ -матрицы отрезка линии, получаем

$$\operatorname{ch}^2(\gamma l) - \operatorname{sh}^2(\gamma l) = 1$$

или

$$\operatorname{ch}^2(\gamma l) = 1 + \operatorname{sh}^2(\gamma l).$$

Покажем*, что это равенство является тождеством. Выразим гиперболические функции в обеих частях равенства через показательные:

$$(1/4)(e^x + e^{-x})^2 = 1 + (1/4)(e^x - e^{-x})^2, \text{ где } x = \gamma l.$$

Возводя выражения в круглых скобках в квадрат и умножая обе части равенства на 4, находим

$$e^{2x} + 2 + e^{-2x} = 4 + e^{2x} - 2 + e^{-2x},$$

откуда

$$4 = 4,$$

что и требовалось доказать, т. е. отрезок линии передачи является взаимным четырехполюсником.

Если вычислить на заданной частоте $ABCD$ -матрицы каждого элемента, входящего в состав каскадной цепи, то $ABCD$ -матрицу всей цепи на этой частоте, как отмечалось выше, можно найти путем перемножения матриц отдельных элементов. По известной $ABCD$ -матрице можно рассчитать входное сопротивление нагруженного четырехполюсника по каждому из его входов.

Обратимся к рис. 4.44, где через $Z_{\text{bx}1}$ обозначено входное сопротивление четырехполюсника со стороны входа 1, нагруженного на Z_2 , а через $Z_{\text{bx}2}$ – входное сопротивление четырехполюсника со стороны входа 2, нагруженного на Z_1 . Выражение для $Z_{\text{bx}1}$ получим, разделив (4.39) на (4.40):

$$Z_{\text{bx}1} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{AV_2 - BI_2}{CV_2 - DI_2} = \frac{AZ_2 + B}{CZ_2 + D}, \quad (4.41)$$

где сопротивление нагрузки $Z_2 = V_2 / (-I_2)$.

* Доказательство упрощается, если воспользоваться равенством $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ и перейти от круговых к гиперболическим функциям. – Прим. ред.

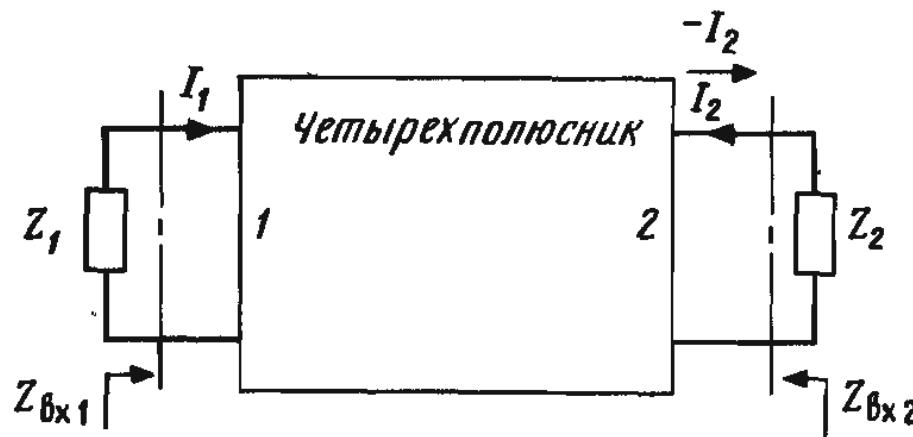


Рис. 4.44. Нагруженный четырехполюсник

Поскольку $Z_{\text{вх}2} = V_2/I_2$, выразим из (4.39) и (4.40) V_2 и I_2 через V_1 и I_1 . Из равенств

$$V_1 = AV_2 - BI_2$$

и

$$I_1 = CV_2 - DI_2$$

находим

$$I_2 = \frac{AV_2 - V_1}{B} = \frac{CV_2 - I_1}{D},$$

откуда следует, что

$$V_2(AD - BC) = DV_1 - BI_1.$$

Аналогично, записывая из (4.39) и (4.40) V_2 , получаем

$$V_2 = \frac{V_1 + BI_2}{A} = \frac{I_1 + DI_2}{C},$$

откуда

$$I_2(AD - BC) = CV_1 - AI_1.$$

Поэтому

$$Z_{\text{вх}2} = \frac{V_2}{I_2} = \frac{DV_1 - BI_1}{CV_1 - AI_1} = \frac{DZ_1 + B}{CZ_1 + A}, \quad (4.42)$$

где $Z_1 = V_1/(-I_1)$.

Теперь найдем с помощью (4.41) и (4.42) коэффициент передачи по напряжению $V_2/V_{\text{ген}}$ четырехполюсника на рис. 4.45. Указанный коэффициент часто используется при расчете фильтрующих цепей.

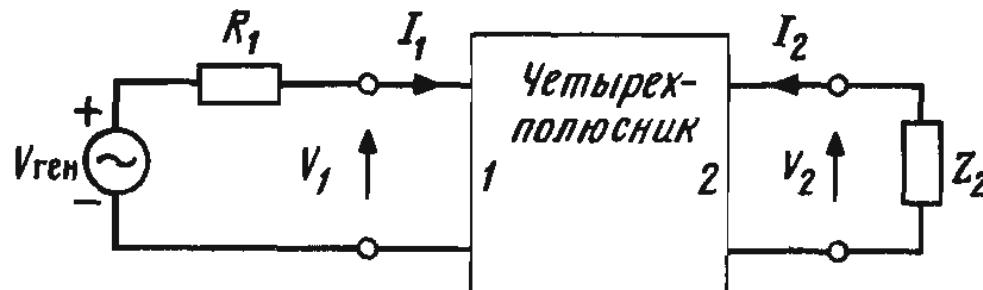


Рис. 4.45. Обозначения для вычисления коэффициента передачи по напряжению нагруженного четырехполюсника

Для входной цепи четырехполюсника (рис. 4.45)

$$(V_{\text{ген}} - V_1)/R_1 = I_1;$$

для выходной цепи

$$V_2 = -I_2 Z_2.$$

Найдем отношение

$$\frac{V_{\text{ген}}}{V_2} = \frac{I_1 R_1 + V_1}{-I_2 Z_2},$$

где

$$\frac{I_1 R_1}{-I_2 Z_2} = \left(\frac{CV_2}{-I_2} + D \right) \frac{R_1}{Z_2} = CR_1 + \frac{DR_1}{Z_2}$$

и

$$\frac{V_1}{-I_2 Z_2} = -\frac{AV_2}{-I_2 Z_2} + \frac{B}{Z_2} = \frac{AZ_2}{Z_2} + \frac{B}{Z_2} = A + \frac{B}{Z_2}.$$

Подставляя эти выражения в формулу для коэффициента передачи по напряжению, получаем

$$\frac{V_{\text{ген}}}{V_2} = A + \frac{B}{Z_2} + CR_1 + \frac{DR_1}{Z_2}.$$

Окончательно

$$\frac{V_2}{V_{\text{ген}}} = \frac{Z_2}{AZ_2 + B + CR_1 Z_2 + DR_1}. \quad (4.43)$$

Формулы (4.41) – (4.43) позволяют выполнить полный анализ цепи. Отметим, что в общем случае элементы $ABCD$ -матрицы четырехполюсника комплексны.

С помощью (4.43) определим потери, вносимые цепью между генератором и нагрузкой, как отношение мощностей P_1/P_2 , где P_1 – мощность, поступающая на вход, а P_2 – мощность, передаваемая в нагрузку. Известно, что максимальная мощность, которую отдает генератор,

$$P_1 = |V_{\text{ген}}|^2 / 4R_1,$$

а мощность, поступающая через четырехполюсник в нагрузку Z_2 ,

$$P_2 = |V_2|^2 / |Z_2|,$$

где V_2 определяется из (4.39).

Когда вся мощность со входа четырехполюсника поступает в нагрузку, $P_1/P_2 = 1$.

Вносимое четырехполюсником затухание (обычно обозначается буквой L), выраженное в децибелах, вычисляется по формуле

$$L = 10 \lg(P_1/P_2).$$

Окончательно

$$L = 10 \lg \left(\left| \frac{V_{\text{ген}}}{V_2} \right|^2 \frac{|Z_2|}{4R_1} \right). \quad (4.44)$$

Итак, описание элементов цепей с помощью $ABCD$ -матриц – эффективный и универсальный метод анализа цепей, позволяющий за один цикл вычислений рассчитать входное сопротивление, вносимые потери и коэффициент передачи. Эффективность этого метода особенно ощутима при разработке больших анализирующих программ. Как правило, анализирующие части таких программ содержат ряд подпрограмм для расчета $ABCD$ -матриц элементов цепей.

Программа DEMON [4], составленная на языке Фортран, явилась одной из первых попыток разработки таких программ. Она содержит подпрограммы как для преобразования любой матрицы, описывающей четырехполюсник, Z , Y и т. д., в $ABCD$ -матрицу и обратно, так и для вычисления $ABCD$ -матриц, широко применяемых на практике базовых элементов. Поэтому пользователь при разработке собственных программ может без особых затруднений включать в них указанную программу.

4.6.3. МАТРИЦА РАССЕЯНИЯ

На частотах, скажем, ниже 0,5 ГГц измерение напряжения и тока не представляет труда; поэтому любая из шести упоминавшихся в подразд. 4.6.1 матриц однозначно описывает элементы цепи. На более высоких частотах, когда параметры элементов схем определяют экспериментально, удобнее матрица рассеяния. Необходимость экспериментального измерения параметров на высоких частотах обусловлена как наличием паразитных связей между элементами и корпусом устройства, приводящих к изменению индуктивности и емкости элемента, так и присутствием неоднородностей в линии передачи, которые влияют на параметры элементов. Заранее учесть подобное влияние практически невозможно; поэтому приходится измерять параметры некоторых или всех элементов цепи.

Традиционные методы измерения сопротивления по напряжению и току на высоких частотах неприменимы либо невозможны из-за отсутствия соответствующего измерительного оборудования. Для экспериментального определения элементов $ABCD$ -матрицы четырехполюсника необходимо иметь ряд калиброванных отрезков, прецизионные короткозамыкатели, согласованные нагрузки и т. д. Кроме того, на высоких частотах из-за влияния поверхностного эффекта, краевых емкостей, качества соединений необходимые параметры калиброванных элементов удается обеспечить лишь в весьма узкой полосе частот – порядка нескольких процентов от центральной частоты. Следует иметь в виду, что подключение к устройству, содержащему активные элементы, например диоды или транзисторы, короткозамкнутых или разомкнутых калиброванных отрезков может вызвать паразитную генерацию, что сделает измерения просто невозможными. Поэтому на высоких частотах при описании элементов цепей предпочтение отдают не напряжению и току, а падающим и отраженным волнам, что естественно приводит к матрице рассеяния или S -матрице.

Начнем с двухполюсника, подключенного к линии передачи, как показано на рис. 4.46. Напряжение генератора $V_{\text{ген}}$, согласованного с линией, имеющей волновое сопротивление Z_B , будет создавать в линии падающую волну. Часть энергии, переносимой этой волной, поглощается двухполюсником, а оставшаяся часть отражается от его входа, создавая отраженную волну в линии. Поскольку генератор согласован с линией, энергия, переносимая отраженной волной, рассеивается в генераторе.

Введем нормированные амплитуды напряжения для падающей a_1 и отраженной b_1 волн в линии:

$$a_1 = V_{\text{пад}} / \sqrt{Z_B}, \quad b_1 = V_{\text{отр}} / \sqrt{Z_B},$$

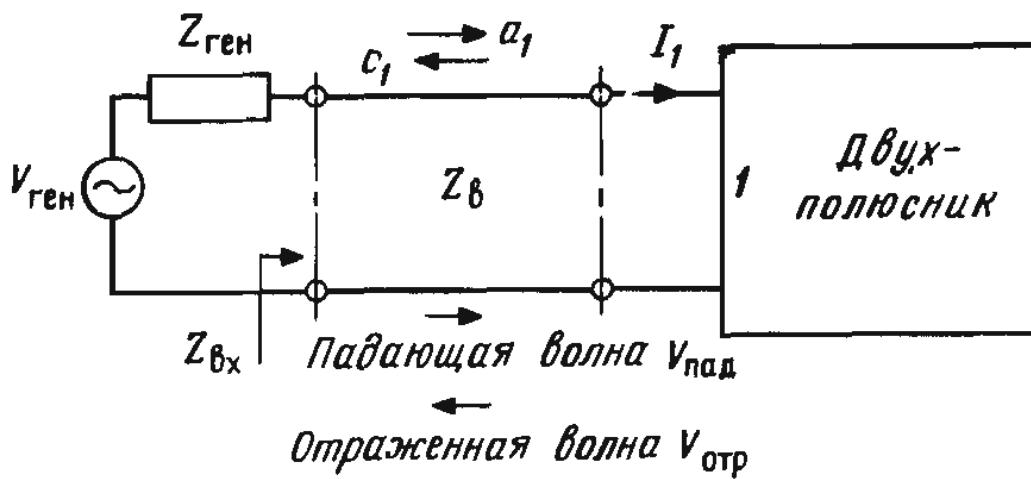


Рис. 4.46. S-параметры двухполюсников

что позволяет определять параметры S-матрицы, описывающей четырехполюсник. Размерность нормированных амплитуд $\sqrt{\text{Вт}}$, так как:

$$\text{Мощность, переносимая падающей волной} = \frac{|V_{\text{пад}}|^2}{Z_B},$$

$$\text{Мощность, переносимая отраженной волной} = \frac{|V_{\text{отр}}|^2}{Z_B}.$$

Такое нормирование амплитуд удобно тем, что на частотах от 100 МГц до 100 ГГц и выше сравнительно просто измеряется мощность, переносимая волнами.

Определим коэффициент отражения на входе двухполюсника как отношение

$$\Gamma_{\text{вх}} = \frac{V_{\text{отр}1}}{V_{\text{пад}1}} = \frac{b_1}{a_1} = S_{11},$$

где S_{11} – единственный элемент матрицы рассеяния для рассматриваемого двухполюсника.

Теперь рассмотрим четырехполюсник, включенный в разрыв между двумя отрезками линии передачи (рис. 4.47). Сигнал от генератора, согласованного с первой линией с волновым сопротивлением Z_{B1} , распространяется в виде падающей волны с нормированной амплитудой a_1 в направлении первого входа четырехполюсника. Часть энергии падающей волны проходит четырехполюсник и распространяется во второй линии в виде отраженной волны*. Часть энергии падающей волны a_1 отражается от первого входа четырехполюсника и распространяется в первой линии в виде отраженной волны. Аналогично часть энергии падающей волны a_2 во второй линии

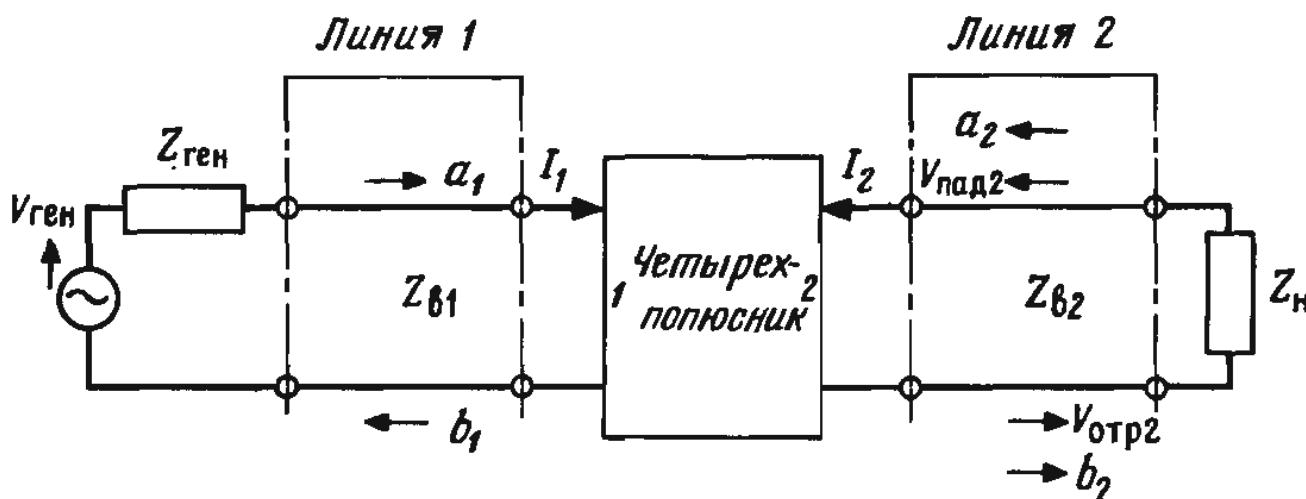


Рис. 4.47. S-параметры четырехполюсника

* Все волны, сходящиеся к четырехполюснику, считаются падающими, а расходящиеся от него – отраженными. – Прим. ред.

проходит четырехполюсник и создает еще одну отраженную волну в первой линии, а часть ее энергии отражается от второго входа четырехполюсника и создает еще одну отраженную волну во второй линии. Если нагрузка, подключенная к выходу второй линии, не согласована с ней, то наблюдается явление многократного прохождения и отражения волн в четырехполюснике, до тех пор пока переносимая этими волнами энергия не будет полностью рассеяна.

Запишем нормированные амплитуды падающей и отраженной волн во второй линии в виде

$$a_2 = V_{\text{пад}2} / \sqrt{Z_{B2}}, \quad b_2 = V_{\text{отр}2} / \sqrt{Z_{B2}}.$$

Соотношения между амплитудами отраженных и падающих волн на входах четырехполюсника:

$$b_1 = S_{11} a_1 + S_{12} a_2, \quad (4.45)$$

$$b_2 = S_{21} a_1 + S_{22} a_2 \quad (4.46)$$

или в матричной форме*

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}.$$

Покажем, как можно определить элементы матрицы рассеяния.

Чтобы найти величину S_{11} – коэффициент отражения от первого входа четырехполюсника, подключим ко второму входу четырехполюсника согласованную нагрузку; при этом $a_2 = 0$. Из (4.45) имеем

$$b_1 = S_{11} a_1 + S_{12} 0,$$

откуда

$$S_{11} = \frac{b_1}{a_1} \Big|_{a_2=0}.$$

При тех же условиях ($a_2 = 0$) из (4.46) находим S_{21} – коэффициент передачи из плеча 1 в плечо 2:

$$b_2 = S_{21} a_1 + S_{22} 0,$$

откуда

$$S_{21} = \frac{b_2}{a_1} \Big|_{a_2=0}.$$

Заметим, что S_{21} определяет вносимое четырехполюсником затухание, если он пассивный, или усиление, если он содержит активные элементы, т. е. усилитель.

Если к первому входу четырехполюсника подключить согласованную нагрузку, т.е. $a_1 = 0$, то определим коэффициент отражения от второго входа:

$$S_{22} = \frac{b_2}{a_2} \Big|_{a_1=0}$$

и коэффициент передачи из второго плеча в первое:

* Эти равенства вытекают из предположения, что четырехполюсник линейный. – Прим. ред.

$$S_{12} = \frac{b_1}{a_2} \Big|_{a_1} = 0.$$

На практике нередко при проведении измерений элементов матрицы рассеяния некоторых четырехполюсников бывает затруднительно, а иногда и невозможно подключить измерительную аппаратуру непосредственно к измеряемому устройству. Как правило, между измеряемым устройством и измерительной аппаратурой существуют отрезки линий передачи. Поэтому матрица рассеяния измеряется для устройства, состоящего из четырехполюсника, ко входу и выходу которого подключены отрезки линии передачи разной электрической длины (рис. 4.48).

Назовем преобразованной матрицей рассеяния S^1 матрицу, элементы которой измерены в плоскостях А и В (рис. 4.48). Поскольку падающая волна a_1 проходит дополнительное расстояние l_1 , а прошедшая через четырехполюсник волна b_2 проходит дополнительное расстояние l_2 , связь между измеряемым коэффициентом отражения S_{11}^1 в плоскости А и коэффициентом отражения S_{11} от первого входа четырехполюсника записывается в виде

$$S_{11}^1 = S_{11} \exp(-j2\beta l_1),$$

а связь между коэффициентами передачи S_{21}^1 и S_{21} – в виде

$$S_{21}^1 = S_{21} \exp[-j\beta(l_1 + l_2)].$$

Аналогичные формулы связывают величины S_{12}^1 с S_{12} и S_{22}^1 с S_{22} , что позволяет записать матрицу

$$S^1 = \begin{bmatrix} \exp(-2j\beta l_1)S_{11} & \exp[-j\beta(l_1 + l_2)]S_{12} \\ \exp[-j\beta(l_1 + l_2)]S_{21} & \exp(-2j\beta l_2)S_{22} \end{bmatrix}$$

и представить ее в виде следующего произведения:

$$S^1 = \begin{bmatrix} \exp(-j\beta l_1) & 0 \\ 0 & \exp(-j\beta l_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \exp(-j\beta l_1) & 0 \\ 0 & \exp(-j\beta l_2) \end{bmatrix},$$

т. е.

$$S^1 = TST,$$

откуда

$$S = T^{-1}S^1T^{-1},$$

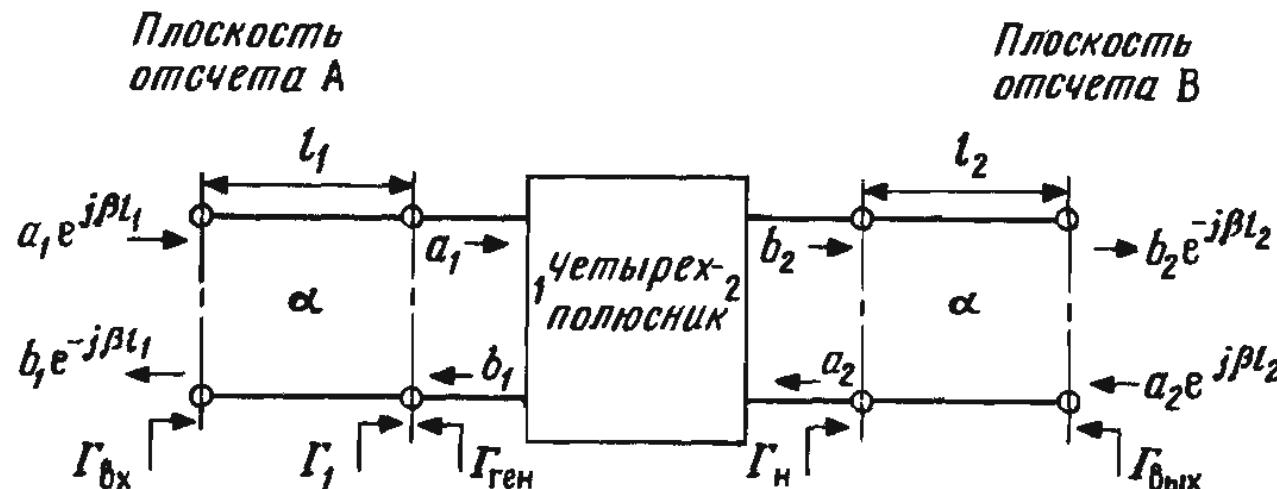


Рис. 4.48. Четырехполюсник с отрезками линии передачи на входе и выходе

т. е. искомая матрица S определяется через матрицу S^1 путем умножения последней слева и справа на матрицу, обратную T .

Отметим, что возможность измерять матрицу S^1 и затем трансформировать плоскости отсчета, как было показано выше, имеет весьма важное значение, поскольку большой класс проектируемых на практике устройств на основе линий передачи составляют схемы, состоящие одновременно из элементов, параметры которых определяются либо аналитически, либо с помощью численных вычислений или экспериментальных измерений.

В вычислительные программы, предназначенные для анализа цепей с помощью $ABCD$ -матриц, следует включить подпрограммы, осуществляющие переход от S -матриц к $ABCD$ -матрицам и обратно. Соответствующие формулы приведены в табл. 4.1.

Таблица 4.1

Формулы перехода между S - и $ABCD$ -матрицами

S	\rightarrow	$ABCD$
$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}$	\rightarrow $\frac{1}{(A + B + C + D)}$	$\begin{bmatrix} A + B - C - D & 2(AD - BC) \\ 2 & -A + B - C + D \end{bmatrix}$
S	\leftarrow	$ABCD$
$\frac{1}{2S_{21}} \begin{bmatrix} (1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21} & (1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21} \\ (1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21} & (1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21} \end{bmatrix}$	\leftarrow	$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$

Связь между падающими и отраженными волнами в цепи, состоящей из каскадно соединенных элементов, можно изобразить графически. Это дает разработчику более полное и наглядное представление об анализируемой цепи. Такое графическое изображение получило название ориентированного графа. Метод позволяет учитывать многократные отражения, возникающие в каскадно соединенной цепи.

Метод анализа с помощью ориентированных графов основан на графическом представлении соотношений, содержащих S -параметры. Ориентированный граф имеет вид цепи, узлы которой соответствуют независимым и зависимым переменным a_1 , a_2 , b_1 , b_2 . Узлы соединяются между собой с помощью ветвей, коэффициентами передачи которых являются элементы матрицы рассеяния. Наконец, величина сигнала в каждом узле определяется только входящими в него ветвями.

Применим указанные выше правила к равенствам (4.45) и (4.46), чтобы получить

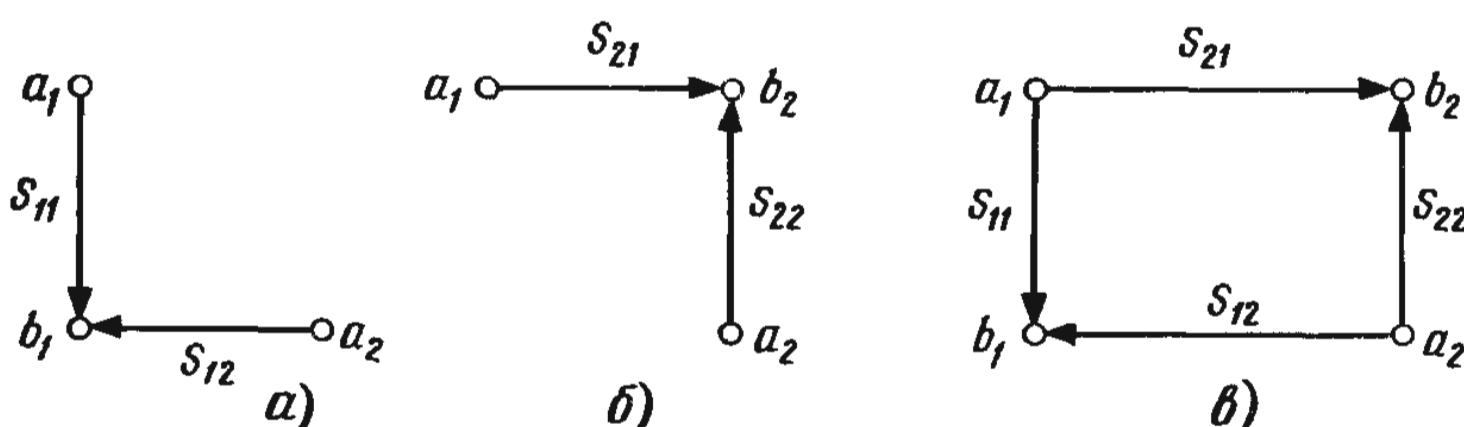


Рис. 4.49. Ориентированный граф, соответствующий (4.45) (а), (4.46) (б) и полный граф четырехполюсника (в)

ориентированный граф для четырехполюсника (рис. 4.49). Построив отдельно графы для каждого из этих равенств (рис. 4.49, а, б) и совместив их друг с другом, приходим к графу для четырехполюсника, изображенному на рис. 4.49, в.

Как следует из рис. 4.49, в, отраженная волна на втором входе четырехполюсника состоит из двух частей: одна образуется за счет частичного прохождения падающей волны a_1 через четырехполюсник, а вторая – за счет частичного отражения падающей волны a_2 на втором входе четырехполюсника. Аналогично образуется отраженная волна на первом входе четырехполюсника b_1 .

На рис. 4.50 показан ориентированный граф четырехполюсника, ко входу которого подключен генератор с внутренним сопротивлением $Z_{\text{ген}}$, а к выходу – нагрузка Z_h с коэффициентом отражения Γ_h . Мощность от генератора поступает на вход четырехполюсника и преобразуется в соответствии с графом на рис. 4.49, в. Однако часть мощности отраженной от четырехполюсника волны b_1 из-за рассогласования между генератором и входом четырехполюсника, характеризуемого $\Gamma_{\text{ген}}$, будет снова передаваться падающей волне. Поэтому в графе появляется дополнительная ветвь с коэффициентом передачи $\Gamma_{\text{ген}}$ (рис. 4.50, б), т. е. во входной цепи четырехполюсника будут происходить многократные отражения. В выходной цепи рассогласование между выходом четырехполюсника и нагрузкой, характеризуемое величиной Γ_h , приводит к появлению дополнительной ветви в графе с коэффициентом передачи Γ_h , т. е. в выходной цепи также появляются многократные отражения.

Определение основных характеристик цепи по ее ориентированному графу легко выполнить с помощью формулы Мезона. Этот метод особенно эффективен при исследовании схем с активными элементами, когда требуется находить коэффициент усиления по напряжению или по мощности [6]. Однако подобное исследование выходит за рамки данной книги.

Рассмотрим на простом примере методику аналитического определения коэффициента отражения в цепи, состоящей из четырехполюсника с известной S-матрицей, ко входу и выходу которого подключены отрезки линий разной электрической длины (см. рис. 4.48). Коэффициент отражения $\Gamma_{\text{вх}}$ на входе цепи связан с коэффициентом отражения Γ_1 от входа четырехполюсника равенством

$$\Gamma_{\text{вх}} = \Gamma_1 \exp(-j2\beta l).$$

Так как $\Gamma_h = a_2/b_2$, то $b_2 = a_2/\Gamma_h$. Но с другой стороны, из (4.46)

$$b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2.$$

Приравнивая левые части последних равенств, получаем

$$a_1 = \frac{a_2(1 - S_{21}\Gamma_h)}{S_{21}\Gamma_h}.$$

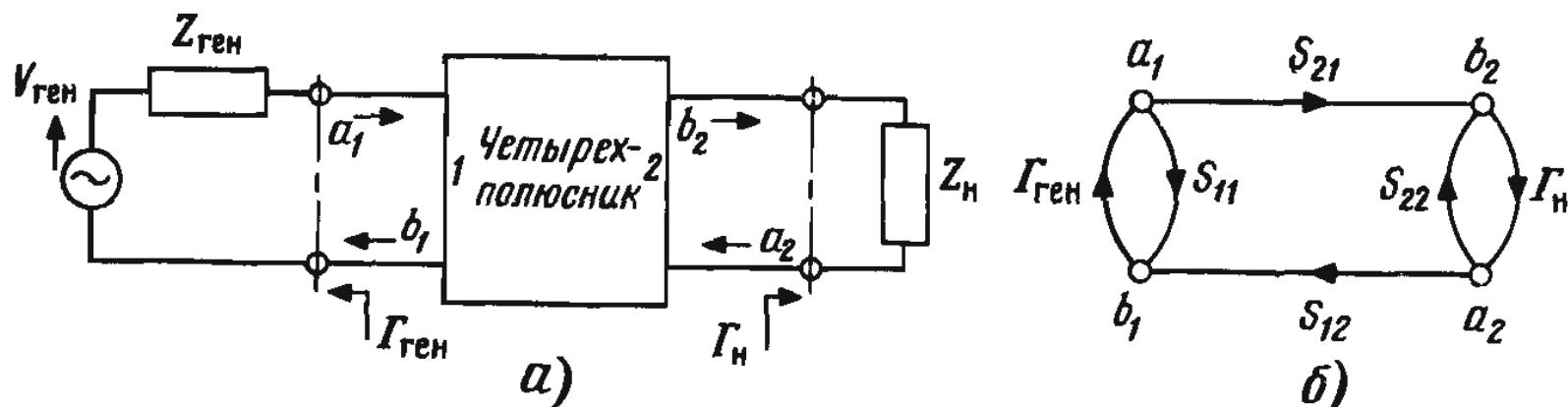


Рис. 4.50. Схема подключения четырехполюсника (а) и его ориентированный граф (б)

Поскольку $\Gamma_1 = b_1/a_1$, подставив b_1 из (4.45), запишем

$$\Gamma_1 = S_{11} + S_{12} \frac{a_2}{a_1}.$$

Тогда после подстановки в это равенство полученного выше выражения для a_1 имеем

$$\Gamma_1 = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_h}{(1 - S_{22}\Gamma_h)}. \quad (4.47)$$

Следовательно, коэффициент отражения для рассматриваемой цепи

$$\Gamma_{\text{вх}} = \exp(-j2\beta l_1) \left(S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_h}{1 - S_{22}\Gamma_h} \right) = S_{11}^1. \quad (4.48)$$

После аналогичных преобразований запишем коэффициент отражения на выходе:

$$\Gamma_{\text{вых}} = \exp(-j2\beta l_2) \left(S_{22} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_{\text{ген}}}{1 - S_{11}\Gamma_{\text{ген}}} \right) = S_{22}^1. \quad (4.49)$$

Пусть $l_1 = l_2 = 0$ и к зажимам четырехполюсника подключены согласованные с ним генератор и нагрузка, т. е. $\Gamma_{\text{ген}} = \Gamma_h = 0$. Тогда, как и следовало ожидать, $\Gamma_{\text{вх}} = S_{11}$ и $\Gamma_{\text{вых}} = S_{22}$.

По формуле (4.48) проводится расчет частотной зависимости цепи, состоящей из каскадного соединения отрезков линии передачи. Отметим, что указанный расчет может быть выполнен с помощью программы CASCADE, в которой реализован иной метод.

На рис. 4.51, а изображена конструкция центрального проводника в фильтре ниж-

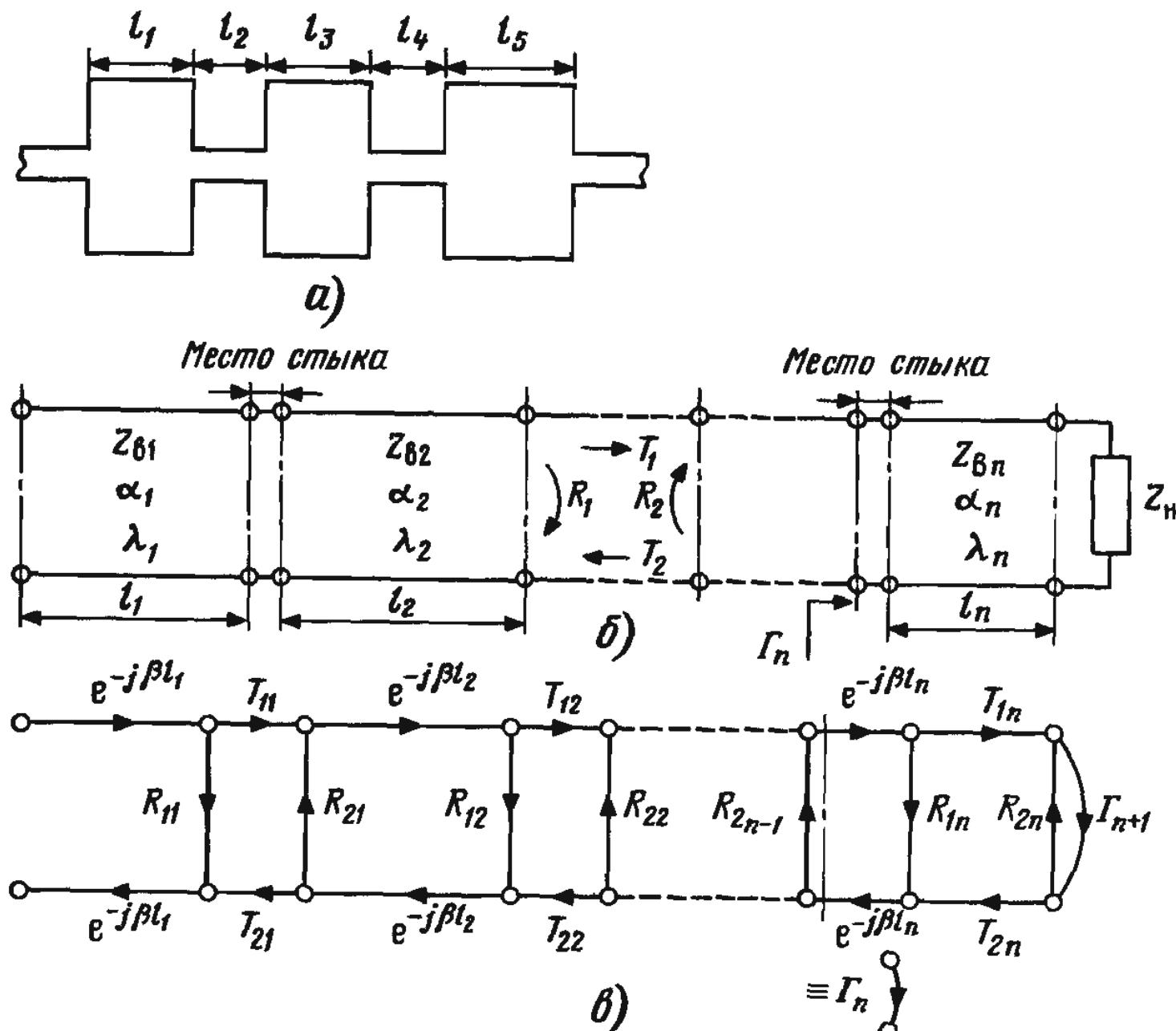


Рис. 4.51. Анализ каскадного соединения отрезков линии с помощью графа:

а) конструкция из отрезков полосковой линии; б) эквивалентная схема; в) ориентированный граф

них частот, реализованном на базе полосковой линии передачи. Фильтр состоит из каскадно соединенных отрезков с высоким (узкие полоски) и низким (широкие полоски) волновым сопротивлением. Изображенная на рис. 4.51, б эквивалентная схема состоит из каскадно соединенных отрезков линии передачи с произвольными значениями волнового сопротивления, потерь, длины волны и фазового сдвига. В месте стыка n -го отрезка с $(n-1)$ -м из-за скачкообразного изменения волнового сопротивления происходит отражение распространяющейся волны. Обозначим коэффициент отражения от этого стыка для волны, распространяющейся в сторону нагрузки, через R_{1n} , а для волны, распространяющейся в сторону генератора, через R_{2n} . Пренебрегая реактивностью неоднородностей в месте стыка, которая обсуждается в следующей главе, запишем

$$R_{1n} = -R_{2n} = \frac{Z_{vn} - Z_{vn-1}}{Z_{vn} + Z_{vn-1}},$$

а коэффициенты передачи соответствующих волн через стык

$$T_{1n} = 1 + R_{1n},$$

$$T_{2n} = 1 + R_{2n} = 1 - R_{1n}.$$

Обратившись к рис. 4.51, в, где изображен граф рассматриваемой цепи, можно заметить, что каскадно соединенные нагрузка Z_n , n -й отрезок и место его стыка с $(n-1)$ -м отрезком являются эквивалентной нагрузкой с коэффициентом отражения Γ_n для $(n-1)$ -го отрезка. Затем, если задано значение $\Gamma_{n+1} = \Gamma_n$, вся процедура повторяется для каждого последующего отрезка. С помощью (4.48) запишем аналитическое выражение для Γ_n :

$$\Gamma_n = \exp(-2j\beta l_n) \left[R_{1n} + \frac{(1 - R_{1n})(1 + R_{1n})\Gamma_{n+1}}{1 - R_{1n}\Gamma_{n+1}} \right]$$

или

$$\Gamma_n = \exp(-2j\beta l_n) \left[R_{1n} + \frac{(1 - R_{1n}^2)\Gamma_{n+1}}{1 - R_{1n}\Gamma_{n+1}} \right]. \quad (4.50)$$

По известным длине и электрическим параметрам каждого отрезка, а также коэффициенту отражения от нагрузки, переходя от n к $n-1$ и т. д., по (4.50) можно выполнить необходимый анализ цепи, т. е. последовательно рассчитать коэффициенты отражения на входе каждого отрезка, пока не будет определен коэффициент отражения Γ_1 на входе всей схемы. С использованием полученных данных можно рассчитать величину мощности, отраженной от цепи и поглощенной цепью. Описанная процедура реализована в программе 4.5 SIGFLOW, позволяющей выполнять анализ цепей, состоящих из последовательно соединенных отрезков линии передачи.

1C FORMATTED LISTING
FILE: PROGRAM 4.5 SIGFLOW
PAGE-1

```

10 REM
20 REM **** ПРОГРАММА ГРАФ ****
30 REM
40 REM ЭТА ПРОГРАММА ВЫЧИСЛЯЕТ
50 REM ЧАСТОТНУЮ ЗАВИСИМОСТЬ
60 REM КОЭФФИЦИЕНТА ОТРАЖЕНИЯ
70 REM ДЛЯ КАСКАДНОГО СОЕДИНЕНИЯ
80 REM ОТРЕЗКОВ МИКРОПОЛОСКОВОЙ

```

```

90 REM ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ
100 REM
110 REM
120 REM ROE = КОЭФФИЦИЕНТ ОТРАЖЕНИЯ
130 REM Z0 = ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ
140 REM ER = ОТНОСИТ. ДИЭЛЕКТРИЧ. ПРОНИЦАЕМОСТЬ
150 REM P1 = ДЛИНА ОТРЕЗКА ЛИНИИ
160 REM W1 = ДЛИНА ВОЛНЫ
170 REM
180 DIM RROE(20), IROE(20), RI(20), I1RI(20)
190 DIM Z(20), W1(20), P1(20), ARRI(20)
200 DIM REFLECTA(20), ANGLE(20)
210 DIM THETAI(20), XANG(20), YANG(20)
220 LET JJ = 1
230 CLS
240 REM
250 REM ВВОД ИСХОДНЫХ ДАННЫХ
260 REM
270 PRINT :
PRINT "ВВЕДИТЕ ОТНОСИТ. ДИЭЛЕКТРИЧ. ПРОНИЦАЕМОСТЬ,"
280 PRINT "КОТРОРАЯ > 1 ДЛЯ МИКРОПОЛОСКОВОЙ ЛИНИИ"
290 INPUT ER
300 PRINT "ВВЕДИТЕ ЧИСЛО СОЕДИНЯЕМЫХ СЕКЦИЙ"
310 INPUT N
320 FOR J = 1 TO N
    PRINT "НАЧИНАЯ С НАГРУЗКИ, ВВЕДИТЕ ВОЛНОВОЕ СОПР. СЕКЦИИ" J
340 INPUT Z(J)
350 NEXT J
360 PRINT "ВВЕДИТЕ НАЧ., КОН., ЦЕНТР. ЧАСТОТЫ И ШАГ ПО ЧАСТОТЕ (ГГЦ)"
370 INPUT FS, FF, FC, DF
380 LET FRQ = FS
390 FOR L = 1 TO N
    GOSUB 1450
410 NEXT L
420 IF FRQ > FS THEN
    530
430 LET KL = N - 1
440 FOR J = 2 TO KL
    PRINT "СЧИТАЯ ОТ НАГРУЗКИ, ВВЕДИТЕ ДЛИНУ СЕКЦИИ " J " В ММ"
460 INPUT P1(J)
470 NEXT J
480 LET P1(N) = 0
490 GOSUB 1390
500 IF JJ = 0 THEN
    250
510 PRINT "ВВЕДИТЕ КОЭФ. ОТРАЖ. ОТ НАГРУЗКИ В ПОКАЗАТЕЛЬНОЙ ФОРМЕ"
520 INPUT RROE(1), IROE(1)
530 REM
540 REM ВЫЧИСЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ОТРАЖЕНИЯ ЦЕПИ
550 REM
560 LET LF = N - 1
570 FOR J = 1 TO LF
    LET K = J + 1
    LET ARRI(K) = ((Z(J) - Z(K)) / (Z(J) + Z(K)))
    LET RI(K) = ARRI(K)
    LET I1RI(K) = 0
    LET THETAI(K) = 2 * 3.14159265 * P1(K) / W1(K) * (-2.0)
590 NEXT J
640 FOR J = 1 TO LF
    LET K = J + 1
    LET C = COS (THETAI(K))
    LET S = SIN (THETAI(K))
    LET XA = 1 - RI(K) * RI(K)
    LET XB = IROE(J) * XA
    LET XC = RROE(J) * XA
    LET XD = 1 + RROE(J) * RI(K)
    LET XE = IROE(K) * RI(K)
    LET XH = XB * XD - XC * XE
650
660
670
680
690
700
710
720
730

```

```

740 LET XG = XB * XE + XD * XC
750 LET XF = XD * XD + XE * XE
760 LET XI = XH / XF
770 LET XJ = RI(K) + XG / XF
780 LET RRDE(K) = (C * XJ - S * XI)
790 LET IROE(K) = (C * XI + S * XJ)
800 LET REFLECTA(K) = SQR (RRDE(K) ^ 2 + IROE(K) ^ 2)
810 LET YANG(K) = IROE(K)
820 LET XANG(K) = RRDE(K)
830 LET A = ATN (YANG(K) / XANG(K))
840 IF ((XANG(K) < 0) AND (YANG(K) >= 0)) THEN
     LET ANG = ANG + 3.14159653
850 IF ((XANG(K) < 0) AND (YANG(K) < 0)) THEN
     LET ANG = ANG - 3.14159653
860 LET ANGLE(K) = (360 / (2 * 3.14159653)) * A
870 NEXT J
880 LET RFL = REFLECTA(N) * REFLECTA(N)
890 LET AB = (1 - RFL)
900 LET DB = 10 * LOG (AB) / LOG (10)
910 REM
920 REM ПЕЧАТЬ РЕЗУЛЬТАТОВ
930 REM
940 PRINT :
PRINT
950 PRINT "**** РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ ****"
960 PRINT
970 PRINT "ОТНОСИТ. ДИЭЛЕКТИРИЧ. ПРОНИЦАЕМОСТЬ РАВНА "ER
980 PRINT "ЭФФЕКТ. ПРОНИЦ. ДЛЯ МИКРОПОЛОСКОВОЙ ЛИНИИ РАВНА "EEFF
990 PRINT
1000 PRINT "ЧИСЛО СЕКЦИИ "N
1010 LET J = 1
1020 PRINT
1030 PRINT "НОМЕР СЕКЦИИ "J
1040 PRINT "КОЭФ. ОТРАЖ. В ПОКАЗАТЕЛЬНОЙ ФОРМЕ "RRDE(J)" ; "IROE(J)" ;
1050 PRINT "ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ "Z(J)" ОМ"
1060 LET J = J + 1
1062 PRINT "ВВЕДИТЕ 1": INPUT JJJ
1070 IF J > N THEN
     1220
1080 LET LV = J - 1
1090 PRINT
1100 PRINT "НОМЕР СЕКЦИИ "J
1110 PRINT "ДЛИНА ОТРЕЗКА = "P1(J)" ММ"
1120 PRINT "ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ОТРЕЗКА = "Z(J)" ОМ"
1130 PRINT "ДЛИНА ВОЛНЫ В ОТРЕЗКЕ ЛИНИИ = "W1(J)" ММ"
1140 PRINT
1150 PRINT "РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА ДЛЯ СТЫКА СЕКЦИИ "LV" - - "J
1160 PRINT
1170 PRINT "КОЭФ. ОТРАЖ. ОТ НЕОДНОРОДНОСТИ СТЫКА "ARRI(J)
1180 PRINT "ВХОДНОЙ КОЭФФИЦИЕНТ ОТРАЖЕНИЯ :"
1190 PRINT "АМПЛИТУДА "REFLECTA(J)" ФАЗА В ГРАДУСАХ "ANGLE(J)
1200 PRINT "ДЕЙСТВИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ "XANG(J)" МНИМАЯ ЧАСТЬ "YANG(J)
1210 GOTO 1060
1220 PRINT :
PRINT :
PRINT
1230 PRINT "ОТНОСИТ. ВЕЛИЧИНА ОТРАЖЕННОЙ МОЩНОСТИ "REL
1240 PRINT "ОТНОСИТ. ВЕЛИЧИНА ПРОШЕДШЕЙ МОЩНОСТИ "AB
1250 PRINT "ПЕРЕДАВАЕМАЯ МОЩНОСТЬ "DB" ДБ"
1260 LET FB = FRQ + FC
1270 LET FB = FB / FC
1280 PRINT :
PRINT "ЧАСТОТА = "FRQ" НОРМИРОВАННАЯ ЧАСТОТА = "F8
1290 LET FRQ = FRQ + DF
1300 IF FRQ < = FF GOTO 390
1310 PRINT
1320 PRINT :
PRINT "**** ВЫЧИСЛЕНИЯ ЗАКОНЧЕНЫ ****"

```

```

1330 PRINT :
PRINT "ДЛЯ ОКОНЧАНИЯ РАБОТЫ ВВЕДИТЕ 0, ИНАЧЕ 1"
1340 INPUT LOOP
1350 IF LOOP < > 0 THEN
    220
1360 PRINT :
PRINT "**** КОНЕЦ ПРОГРАММЫ ****"
1370 END
1380 REM
1390 REM ПРОВЕРКА ВВОДА ИСХОДНЫХ ДАННЫХ
1400 REM
1410 PRINT "ДЛЯ ИСПРАВЛЕНИЯ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ ВВЕДИТЕ 0, ИНАЧЕ 1"
1420 INPUT JJ
1430 RETURN
1440 REM
1450 REM ВЫЧИСЛЕНИЕ ДЛИНЫ ВОЛНЫ
1460 REM ВЫЧИСЛЕНИЕ ЭФФЕКТ. ПРОНИЦАЕМОСТИ ДЛЯ МИКРОПОЛ. ЛИНИИ
1470 REM
1480 LET AQ = 2 / 3.141593
1490 LET B = 377 * 3.141593 / 2 / SQR (ER) / Z(L)
1500 LET AFR2 = LOG (B - 1) + 0.39 - 0.61 / ER
1510 LET WH = AQ * (B - 1 - LOG (2*B - 1) + ((ER - 1)/2/ER) * AFR2)
1520 LET EEFF = (ER + 1) / 2 + ((ER - 1) / 2) / SQR (1 + 12 / WH)
1530 LET W1(L) = 3E11 / FRQ / 1E9 / SQR (EEFF)
1540 RETURN

```

КОНЕЦ ТЕКСТА ПРОГРАММЫ

3RUN

ВВЕДИТЕ ОТНОСИТ. ДИЭЛЕКТРИЧ. ПРОНИЦАЕМОСТЬ,
КОТРОРАЯ > 1 ДЛЯ МИКРОПОЛОСКОВОЙ ЛИНИИ

?1
ВВЕДИТЕ ЧИСЛО СОЕДИНЯЕМЫХ СЕКЦИИ, УЧИТЫВАЯ И НАГРУЗКУ
?3
НАЧИНАЯ С НАГРУЗКИ, ВВЕДИТЕ ВОЛНОВОЕ СОПР. СЕКЦИИ 1
?50
НАЧИНАЯ С НАГРУЗКИ, ВВЕДИТЕ ВОЛНОВОЕ СОПР. СЕКЦИИ 2
?48
НАЧИНАЯ С НАГРУЗКИ, ВВЕДИТЕ ВОЛНОВОЕ СОПР. СЕКЦИИ 3
?50
ВВЕДИТЕ НАЧ., КОН., ЦЕНТР. ЧАСТОТЫ И ШАГ ПО ЧАСТОТЕ (ГГЦ)
?1,1,1,1
СЧИТАЯ ОТ НАГРУЗКИ, ВВЕДИТЕ ДЛИНУ СЕКЦИИ 2 В ММ
?150
ДЛЯ ИСПРАВЛЕНИЯ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ ВВЕДИТЕ 0, ИНАЧЕ 1
?1
ВВЕДИТЕ КОЭФ. ОТРАЖ. ОТ НАГРУЗКИ В ПОКАЗАТЕЛЬНОЙ ФОРМЕ
?0,0

**** РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ ****

ОТНОСИТ. ДИЭЛЕКТИРИЧ. ПРОНИЦАЕМОСТЬ РАВНА 1
ЭФФЕКТ. ПРОНИЦ. ДЛЯ МИКРОПОЛОСКОВОЙ ЛИНИИ РАВНА 1

ЧИСЛО СЕКЦИИ 3

НОМЕР СЕКЦИИ 1
КОЭФ. ОТРАЖ. В ПОКАЗАТЕЛЬНОЙ ФОРМЕ 0 ; 0
ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ 50 ОМ

НОМЕР СЕКЦИИ 2
ДЛИНА ОТРЕЗКА = 150 ММ
ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ОТРЕЗКА = 48 ОМ
ДЛИНА ВОЛНЫ В ОТРЕЗКЕ ЛИНИИ = 300 ММ

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА ДЛЯ СТЫКА СЕКЦИИ 1 - - 2

КОЭФ. ОТРАЖ. ОТ НЕОДНОРОДНОСТИ СТЫКА .0204081633
ВХОДНОЙ КОЭФФИЦИЕНТ ОТРАЖЕНИЯ :
АМПЛИТУДА 0.204081632 ФАЗА В ГРАДУСАХ 4.19094642E-07
ДЕЙСТВИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ 0.204081632 МНИМАЯ ЧАСТЬ 1.49277355E-10

НОМЕР СЕКЦИИ 3
ДЛИНА ОТРЕЗКА = 0 ММ
ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ОТРЕЗКА = 50 ОМ
ДЛИНА ВОЛНЫ В ОТРЕЗКЕ ЛИНИИ = 300 ММ

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА ДЛЯ СТЫКА СЕКЦИИ 2 - - 3

КОЭФ. ОТРАЖ. ОТ НЕОДНОРОДНОСТИ СТЫКА .0204081633
ВХОДНОЙ КОЭФФИЦИЕНТ ОТРАЖЕНИЯ :
АМПЛИТУДА 1.54548213E-10 ФАЗА В ГРАДУСАХ -74.9930964
ДЕЙСТВИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ -4.00177669E-11 МНИМАЯ ЧАСТЬ 1.49277355E-10

ОТНОСИТ. ВЕЛИЧИНА ОТРАЖЕННОЙ МОЩНОСТИ 2.38851503E-20
ОТНОСИТ. ВЕЛИЧИНА ПРОШЕДШЕЙ МОЩНОСТИ 1
ПЕРЕДАВАЕМАЯ МОЩНОСТЬ 0 ДБ

ЧАСТОТА = 1 НОРМИРОВАННАЯ ЧАСТОТА = 2

**** ВЫЧИСЛЕНИЯ ЗАКОНЧЕНЫ ****

ДЛЯ ОКОНЧАНИЯ РАБОТЫ ВВЕДИТЕ 0, ИНАЧЕ 1
?0

**** КОНЕЦ ПРОГРАММЫ ****

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Smith, P. H., *Electronic Applications of the Smith Chart in Waveguide, Circuit and Component Analysis*, McGraw-Hill, July 1969.
- 2 Analog Instrument Co, *Smith Chart and Accessories*, PO Box 808, New Providence, NJ 07974.
- 3 Weinberg, L. *Network Analysis and Synthesis*, McGraw-Hill, 1962.
- 4 Perlman, B. S., 'Computer Aided Design, Simulation and Optimisation', *Advances in Microwaves*, 8, 321-99, 1974.
- 5 Emery, F. E. and Policky, G. J., 'Computer Aided Design of Microwave Circuits', *Texas Instruments Application Report 1.19*, 1968.
- 6 Hewlett Packard, 'S-Parameter Design', *Hewlett Packard Application Note 154*, April 1972.
- 7 Fitzpatrick, J., 'Error Models for Systems Measurement', *Microwave Journal*, 21(5), 63-66, May 1978.
- 8 Thomas, R. L., *A Practical Introduction to Impedance Matching*, Artech House, 1976.
- 9 Liao, S. Y., *Microwave Devices and Circuits*, 2nd Edn, Prentice-Hall, 1985.

Глава 5

СВЧ ЦЕПИ НА ОТРЕЗКАХ ЛИНИЙ ПЕРЕДАЧИ

В предыдущих главах обсуждался ряд проблем, связанных с анализом и проектированием линий передачи. Методика анализа и синтеза, описанная для линии со стандартной и нестандартной геометрией, будет использована при расчете и синтезе ряда широко применяемых элементов цепей. Подобные анализ и синтез существенно облегчаются при использовании вычислительных программ, как уже рассмотренных в предыдущих разделах, так и приводимых в этой главе.

Устройства, описываемые в данной главе, можно рассматривать как некоторые базовые элементы, широко применяемые в радиоэлектронной аппаратуре диапазона СВЧ. Точный расчет таких элементов часто весьма труден, особенно на высоких частотах, когда нельзя пренебречь влиянием неоднородностей и излучением. В данной главе рассматриваются в основном приближенные алгоритмы расчета. Однако, опираясь на них, можно получить достаточно хорошее первое приближение для проектируемой цепи с необходимыми параметрами.

5.1. ПРОЕКТИРОВАНИЕ ФИЛЬТРОВ НИЖНИХ ЧАСТОТ НА СОСРЕДОТОЧЕННЫХ ЭЛЕМЕНТАХ

Проектирование фильтрующих цепей на основе линий передачи, как правило, начинают с рассмотрения фильтра, состоящего из сосредоточенных пассивных элементов. Выбранный соответствующим образом фильтр на сосредоточенных элементах обычно синтезируется с помощью таблиц. Электрические характеристики такого фильтра на сосредоточенных элементах, величины которых определены по таблицам, примерно совпадают с заданными при синтезе.

Далее по найденным значениям величин сосредоточенных элементов определяются значения величин элементов с распределенными параметрами. Необходимые для этого преобразования рассмотрены ниже. В данном разделе основное внимание уделено простым вычислительным программам, освобождающим разработчика от обращения к таблицам.

Рассматриваются фильтры нижних частот (ФНЧ) с двумя различными частотными характеристиками. Будет показано, как синтезированный прототип фильтра нижних частот с помощью несложных преобразований превратить в прототип фильтра верхних частот или полосового фильтра.

По определению, фильтр нижних частот представляет собой частотно-избирательную цепь с полосой пропускания от нулевой частоты до некоторой частоты среза $\omega_{ср}$ [рад/с]. На рис. 5.1, а показана амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) идеального ФНЧ, реализовать которую на практике невозможно из-за бесконечно большой крутизны характеристики на частоте $\omega_{ср}$, но приблизиться к которой можно различными способами. Один из них заключается в аппроксимации АЧХ передаточной функцией, впервые предложенной Баттервортом [1]:

$$|G(\omega)| = 1/(1 + \omega^{2n})^{1/2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (5.1)$$

и описывающей зависимость коэффициента передачи от частоты. Фильтры с частотной характеристикой, соответствующей (5.1), получили название фильтров с характеристикой Баттерворта или с максимально плоской характеристикой, поскольку на частотах, много меньших частоты среза, коэффициент передачи таких фильтров практически не зависит от частоты.

Переходная область

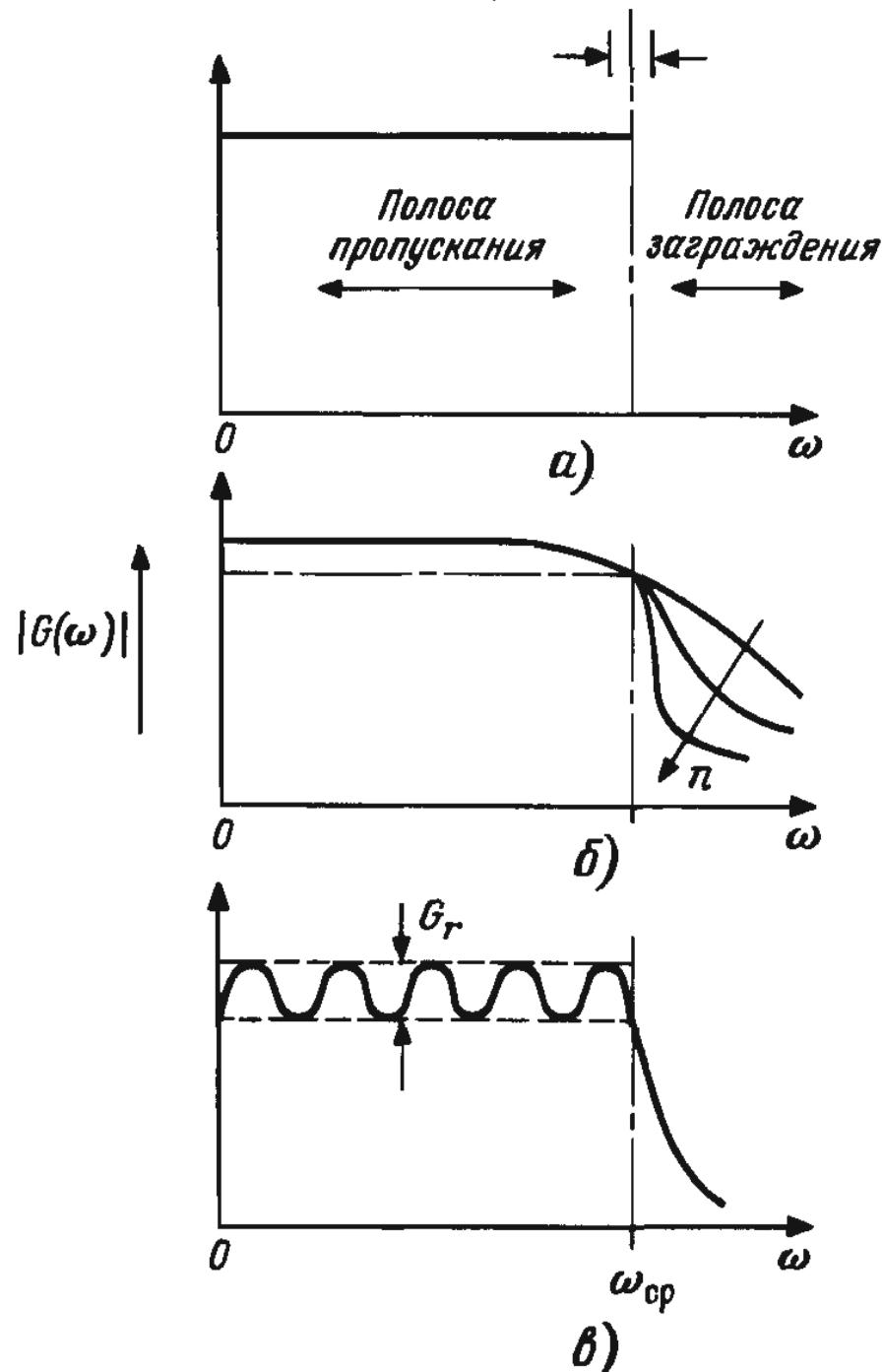


Рис. 5.1. Идеальная (а), максимально плоская (б) и чебышевская (в) АЧХ фильтра нижних частот

Складывая два последних равенства, получаем искомое рекуррентное соотношение:

$$C_{n+1}(\omega) + C_{n-1}(\omega) = 2\cos(n\theta)\cos\theta = 2\omega C_n(\omega),$$

откуда следует, что

$$C_2(\omega) = 2\omega C_1(\omega) - C_0(\omega) = 2\omega^2 - 1.$$

Именно так составлена табл. 5.1 полиномов Чебышева первого рода.

Таблица 5.1

Полиномы Чебышева первого рода

Порядок n	Полином $C_n(\omega)$
0	1
1	ω
2	$2\omega^2 - 1$
3	$4\omega^3 - 3\omega$
4	$8\omega^4 - 8\omega^2 + 1$
5	$16\omega^5 - 20\omega^3 + 5\omega$
6	$32\omega^6 - 48\omega^4 + 18\omega^2 - 1$

Другой хорошо известный способ аппроксимации состоит в описании АЧХ фильтра следующей передаточной функцией*:

$$|G(\omega)| = 1/[1 + \varepsilon C_n^2(\omega)]^{1/2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (5.2)$$

где ε – константа; $C_n(\omega)$ – полиномы Чебышева первого рода порядка n , описываемые выражениями

$$C_n(\omega) = \begin{cases} \cos[n \arccos \omega], & 0 \leq \omega \leq 1, \\ \operatorname{ch}[n \operatorname{arsh} \omega], & \omega > 1. \end{cases} \quad (5.3)$$

Из 5.3 следует

$$C_0(\omega) = 1, C_1(\omega) = \omega.$$

Полином Чебышева вычисляют обычно не по формуле (5.3), а с помощью рекуррентного соотношения, для записи которого удобно ввести обозначение $\theta = \arccos \omega$ при $0 \leq \omega \leq 1$. Тогда

$$\begin{aligned} C_n(\omega) &= \cos(n\theta), \\ \text{а} \quad C_{n+1}(\omega) &= \cos[(n+1)\theta] = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \cos(n\theta)\cos\theta - \sin(n\theta)\sin\theta, \\ &C_{n-1}(\omega) = \cos[(n-1)\theta] = \\ &= \cos(n\theta)\cos\theta + \sin(n\theta)\sin\theta. \end{aligned}$$

* Более общепринято для полиномов Чебышева обозначение $T_n(\omega)$. – Прим. ред.

Типичная чебышевская АЧХ фильтра нижних частот показана на рис. 5.1,в. В полосе пропускания характеристика носит осциллирующий характер с неизменной амплитудой осцилляций. Поэтому иногда такие фильтры называют фильтрами с постоянной амплитудой осцилляций. Амплитуда осцилляций в полосе пропускания связана с крутизной характеристики на частотах выше ω_{cp} : если при неизменном числе звеньев фильтра увеличивать крутизну характеристики в полосе заграждения, то одновременно возрастает амплитуда осцилляций. Лишь изменения число звеньев в фильтре, можно изменять крутизну характеристики при неизменной амплитуде осцилляций. По сравнению с фильтрами нижних частот Баттервортта аналогичные чебышевские фильтры имеют явное преимущество в полосе заграждения: при одинаковом числе реактивных элементов последние позволяют получить большую крутизну характеристики, чем первые.

Увеличение числа реактивных элементов приводит к увеличению нелинейности фазочастотных характеристик* (ФЧХ) фильтров этих типов. По сравнению с ФЧХ соответствующего чебышевского фильтра ФЧХ фильтра Баттервортта обладает большей линейностью. В случае, когда начинают доминировать требования к линейности фазовой характеристики проектируемого фильтра, преимущества чебышевского фильтра могут оказаться не столь существенными из-за недопустимой нелинейности его ФЧХ. Если линейность ФЧХ фильтра – главное требование, то предпочтение отдают фильтрам Бесселя, имеющим весьма линейную ФЧХ в полосе пропускания по сравнению с фильтрами Баттервортта и Чебышева, но гораздо худшую АЧХ. Фильтры Бесселя используются в фазовращателях и схемах, где требуется обеспечить заданную временную задержку проходящего сигнала [1]. В данной книге проектирование фильтров Бесселя не рассматривается. Однако приводимая ниже методика расчета фильтров Чебышева и Баттервортта может быть распространена и на эти фильтры.

Логарифмируя (5.1) и (5.2), получаем формулы для расчета вносимого фильтром затухания, выраженного в децибелах. Для фильтра с максимально плоской характеристикой

$$L(\omega) = -20 \lg \{ 1/[1 + (\omega/\omega_{cp})^{2n}]^{1/2} \} = 10 \lg [1 + (\omega/\omega_{cp})^{2n}]. \quad (5.4)$$

Для фильтра с чебышевской характеристикой

$$L(\omega) = -20 \lg \{ 1/[1 + \epsilon C_n^2 (\omega/\omega_{cp})]^{1/2} \}, \quad (5.5)$$

т. е. при $0 \leq \omega \leq \omega_{cp}$

$$L(\omega) = 10 \lg \{ 1 + \epsilon \cos^2 [n \arccos(\omega/\omega_{cp})] \},$$

а при $\omega > \omega_{cp}$

$$L(\omega) = 10 \lg \{ 1 + \epsilon \operatorname{ch}^2 [n \operatorname{arch}(\omega/\omega_{cp})] \},$$

где

$$\epsilon = 10^{\frac{\text{(амплитуда осцилляций в дБ)}}{10}} - 1.$$

В этих выражениях все частоты нормированы к частоте среза ω_{cp} .

Программа 5.1 LPATNN позволяет при заданном числе реактивных элементов n рассчитать затухание, вносимое фильтрами этих двух типов, в интервале нормиро-

* Рассматриваемые фильтры относятся к числу минимально-фазовых цепей с однозначной связью между АЧХ и ФЧХ. – Прим. ред.

ванных частот от 0 до 1 с шагом 0,1*. При расчете чебышевского фильтра необходимо задать амплитуду осцилляций G_r в децибелах (при расчете фильтра Баттервортта эта величина полагается равной нулю). На рис. 5.2 построена полученная с помощью данной программы АЧХ чебышевского фильтра при амплитуде осцилляций в полосе пропускания, равной 2 дБ.

3C FORMATTED LISTING
FILE: PROGRAM 5.1 LPATNN
PAGE-1

```

10 REM
20 REM *** ЧАСТОТНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ФИЛЬТРА ***
30 REM
40 REM ЭТА ПРОГРАММА ВЫЧИСЛЯЕТ
50 REM АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНУЮ ХАРАКТЕРИСТИКУ
60 REM ДЛЯ ПАССИВНОГО N-ЗВЕННОГО ФИЛЬТРА
70 REM С МАКСИМАЛЬНО ПЛОСКОЙ ИЛИ
80 REM ЧЕБЫШЕВСКОЙ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ.
90 REM
100 DIM LB(100),LC(100)
110 REM ВВОД ИСХОДНЫХ ДАННЫХ
120 CLS
130 PRINT "ВВЕДИТЕ ЧИСЛО ЗВЕНЬЕВ В ФИЛЬТРЕ"
140 INPUT N
150 PRINT "ВВЕДИТЕ АМПЛИТУДУ ОСЦИЛЛАЦИИ В ДБ В ПОЛОСЕ ПРОПУСКАНИЯ"
160 PRINT "ВВЕДИТЕ 0, ЕСЛИ ФИЛЬФ С МАКС. ПЛОСКОЙ ХАР-КОЙ"
170 INPUT G1
180 CLS
190 PRINT "РАБОТА: - - - - -"
200 LET E = 10 ^ (G1 / 10) - 1
210 LET M = 1
220 REM В ПОЛОСЕ ПРОПУСКАНИЯ ФИЛЬТРА
230 IF G1 = 0 THEN
240 FOR I = 0 TO 1 STEP 0.1
250 LET F = -ATN(I / SQR(-I * I + 1)) + 1.570796326
260 LET LC(M) = 10 * LOG(1 + E * COS(N*F) * COS(N*F)) / LOG(10)
270 LET M = M + 1
280 NEXT I
290 LET M = 1
300 FOR I = 0 TO 1 STEP .1
310 LET LB(M) = 10 * LOG(1 + I ^ (2 * N)) / LOG(10)
320 LET M = M + 1
330 NEXT I
340 REM В ПОЛОСЕ ЗАГРАЖДЕНИЯ ФИЛЬТРА
350 REM ШАГ ОПРЕДЕЛЯЕТ РАЗРЕШЕНИЕ
360 IF G1 = 0 THEN 440
362 LET M = 11
370 FOR I = 1 TO 10 STEP 0.5
380 LET P = N * LOG (I + SQR (I * I - 1))
390 LET Q = E * 0.25 * (((EXP (P) + EXP (- P)) ^ 2))
400 LET LC(M) = 10 * LOG(Q) / LOG(10)
410 IF LC(M) <= 0 THEN
420 LET LC(M) = 0
430 LET M = M + 1
440 NEXT I
450 LET M = 11
460 FOR I = 1 TO 10 STEP 0.5
470 LET LB(M) = 10 * LOG(1 + I ^ (2 * N)) / LOG(10)
        LET M = M + 1

```

* Кроме того, программа позволяет рассчитывать затухание в полосе заграждения для нормированных частот от 1 до 10 с шагом 0,5. — Прим. перев.

```

480 NEXT I
490 IF G1 = 0 THEN
    670
500 PRINT
510 PRINT "*****"
520 PRINT
530 PRINT "НЕ ЗАБУДЬТЕ ПРОВЕРИТЬ ШАГ ПО ЧАСТОТЕ"
540 PRINT
550 PRINT "НОМЕР ШАГА      ЗАТУХАНИЕ (ДБ)"
560 PRINT "          ЧЕБЫШЕВСКАЯ      МАКС. ПЛОСКАЯ"
570 PRINT
580 LET Q = 0
590 FOR I = 1 TO M - 1
592 IF I = 15 THEN PRINT "ВВЕДИТЕ 1": INPUT III
600     PRINT Q, INT(LC(I) * 100 + 0.5)/100, INT(LB(I) * 100 + 0.5)/100
610     LET Q = Q + 1
620 NEXT I
630 PRINT
640 PRINT "*****"
650 PRINT
660 GOTO 790
670 PRINT
680 PRINT "*****"
690 PRINT
700 PRINT "НОМЕР ШАГА      ЗАТУХАНИЕ (ДБ)"
710 PRINT "НЕ ЗАБУДЬТЕ ПРОВЕРИТЬ ШАГ ПО ЧАСТОТЕ ДЛЯ МАКС ПЛОСКОЙ ХАР-КИ"
720 PRINT
730 FOR I = 1 TO M - 1
732 IF I = 15 THEN PRINT "ВВЕДИТЕ 1": INPUT III
740     PRINT (I - 1), "      " LB(T)
750 NEXT I
760 PRINT
770 PRINT "*****"
780 PRINT
790 PRINT
800 PRINT "ДЛЯ РАСЧЕТА СЛЕДУЮЩЕГО ВАРИАНТА ВВЕДИТЕ 1"
810 PRINT "ДЛЯ ОКОНЧАНИЯ РАБОТЫ ВВЕДИТЕ 0"
820 INPUT A
830 IF A = 1 THEN
    120
840 PRINT
850 PRINT "**** КОНЕЦ ПРОГРАММЫ ****"
860 END

```

КОНЕЦ ТЕКСТА ПРОГРАММЫ

```

RUN
ВВЕДИТЕ ЧИСЛО ЗВЕНЬЕВ В ФИЛЬФЕ
?4
ВВЕДИТЕ АМПЛИТУДУ ОСЦИЛЛАЦИИ В ДБ В ПОЛОСЕ ПРОПУСКАНИЯ
ВВЕДИТЕ 0, ЕСЛИ ФИЛЬФ С МАКС. ПЛОСКОЙ ХАР-КИ
?1
РАБОТА: - - - -
*****
```

НЕ ЗАБУДЬТЕ ПРОВЕРИТЬ ШАГ ПО ЧАСТОТЕ

НОМЕР ШАГА	ЗАТУХАНИЕ (ДБ)	
	ЧЕБЫШЕВСКАЯ	МАКС. ПЛОСКАЯ

0	1	0
1	.86	0
2	.51	0
3	.13	0
4	.01	0

5	.27	.02
6	.73	.07
7	1	.24
8	.73	.67
9	.06	1.55
10	0	3.01
11	21.55	14.25
12	33.87	24.1
13	42.55	31.84
14	49.36	38.17
15	54.99	43.53
16	59.8	48.16
17	64.01	52.26
18	67.76	55.92
19	71.13	59.23
20	74.2	62.25
21	77.02	65.03
22	79.62	67.61
23	82.04	70
24	84.3	72.25
25	86.43	74.35
26	88.43	76.34
27	90.31	78.22
28	92.11	80

ДЛЯ РАСЧЕТА СЛЕДУЮЩЕГО ВАРИАНТА ВВЕДИТЕ 1

ДЛЯ ОКОНЧАНИЯ РАБОТЫ ВВЕДИТЕ 0

?0

**** КОНЕЦ ПРОГРАММЫ ****

Обычно при синтезе необходимо по заданной величине затухания $L(\omega)$ на определенной частоте ω в полосе заграждения определять число звеньев в фильтре. Для решения этой задачи выразим n из (5.4) и (5.5) в явном виде:

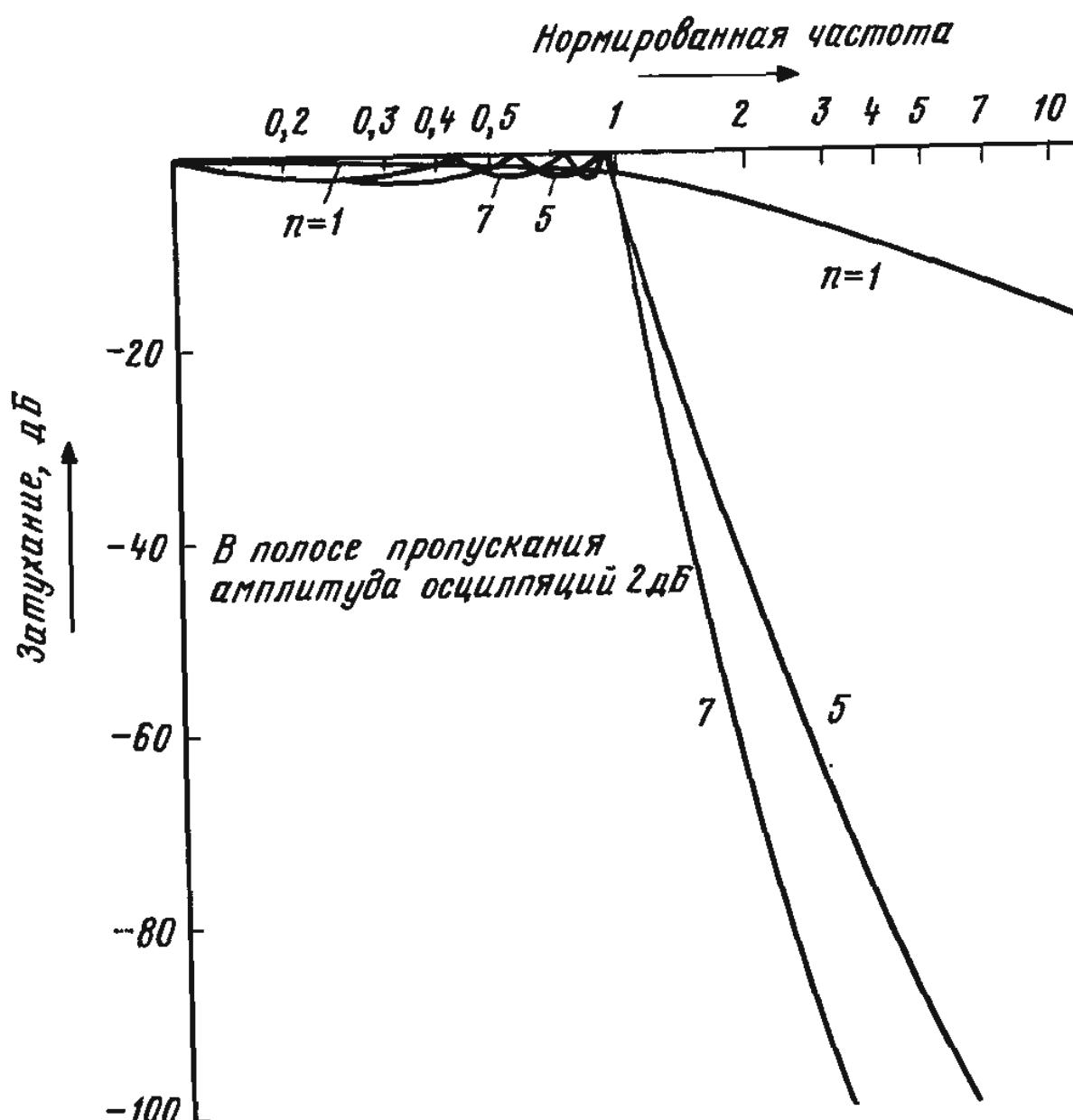


Рис. 5.2. Затухание, вносимое чебышевским фильтром при амплитуде осцилляций 2 дБ

для фильтра Баттервортса

$$n = \frac{\lg(10^{[L(\omega_{10}) - 1]})}{2\lg(\omega/\omega_{cp})}, \quad (5.6)$$

для фильтра Чебышева

$$n = \frac{\operatorname{arch}[(10^{[L(\omega_{10}) - 1]})/(10^{G_r/10} - 1)]^{1/2}}{\operatorname{arch}(\omega/\omega_{cp})}, \quad (5.7)$$

где G_r – амплитуда осцилляций в полосе пропускания, дБ. При вычислениях по (5.7) удобно использовать тождество

$$\operatorname{arch}(x) = \ln[x + (x^2 - 1)^{1/2}].$$

На основе формул (5.6) и (5.7) составлена программа 5.2 NOSEC. Вычисляемое в программе число звеньев для того или иного фильтра перед выдачей на печать округляется до ближайшего большего целого числа, поскольку реальные конструкции фильтров обязательно имеют целое число звеньев.

3C FORMATTED LISTING
FILE: PROGRAM 5.2 NOSEC
PAGE-1

```
10 REM
20 REM **** ЧИСЛО ЗВЕНЬЕВ В ФИЛЬФЕ ****
30 REM
40 REM ЭТА ПРОГРАММА ВЫЧИСЛЯЕТ
50 REM ЧИСЛО ЗВЕНЬЕВ, НЕОБХОДИМОЕ ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ
60 REM ЗАДАННОГО ЗАТУХАНИЯ В ПОЛОСЕ ЗАГРАЖДЕНИЯ,
70 REM ВНОСИМОГО ФИЛЬФРом
80 REM С МАКСИМАЛЬНО ПЛОСКОЙ ИЛИ
90 REM ЧЕБЫШЕВСКОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ.

100 REM
110 REM ВВОД ИСХОДНЫХ ДАННЫХ
120 CLS
130 PRINT "ВВЕДИТЕ ТРЕБУЕМОЕ В ПОЛОСЕ ЗАГРАЖДЕНИЯ ЗАТУХАНИЕ В дБ"
140 INPUT L
150 PRINT "ВВЕДИТЕ ЧАСТОТУ, НОРМИРОВАННУЮ К ЧАСТОТЕ СРЕЗА,"
160 PRINT "НА КОТОРОЙ ДОЛЖНО БЫТЬ ОБЕСПЕЧЕНО ЭТО ЗАТУХАНИЕ"
170 PRINT "(ЭТА ВЕЛИЧИНА ДОЛЖНА БЫТЬ БОЛЬШЕ ЕДИНИЦЫ)"
180 INPUT W
190 PRINT "ВВЕДИТЕ АМПЛИТУДУ ОСЦИЛЛЯЦИИ В дБ"
200 PRINT "ДЛЯ ЧЕБЫШЕВСКОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ"
210 PRINT "ЕСЛИ ВВЕСТИ 0, ТО БУДЕТ ОПРЕДЕЛЕНО"
220 PRINT "ЧИСЛО ЗВЕНЬЕВ ТОЛЬКО ДЛЯ ФИЛЬФРа"
230 PRINT "С МАКСИМАЛЬНО ПЛОСКОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ"
240 INPUT G
250 REM ФИЛЬФР С МАКСИМАЛЬНО ПЛОСКОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ
260 LET N = 0.5 * LOG (10 ^ (L / 10) - 1) / LOG (W)
270 LET N = INT (N + 1)
280 PRINT
290 PRINT "*****"
300 PRINT
310 PRINT "ФИЛЬФР С МАКСИМАЛЬНО ПЛОСКОЙ ХАР-КОЙ СОСТОИТ ИЗ "N" ЗВЕНЬЕВ"
320 PRINT
330 PRINT "ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ЗАТУХАНИЯ "L" дБ"
340 PRINT "НА НОРМИРОВАННОЙ ЧАСТОТЕ "W
350 PRINT
360 IF G = 0 THEN
    490
370 REM ФИЛЬФР С ЧЕБЫШЕВСКОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ
380 LET A = LOG (W + SQR (W ^ 2 - 1))
390 LET B = 10 ^ (G / 10) - 1
```

```

400 LET C = 10 ^ (L / 10) - 1
410 LET D = SQR (C / B)
420 LET N = LOG (D + SQR (D * D - 1)) / A
430 LET N = INT (N + 1)
440 PRINT
450 PRINT "ФИЛЬР С ЧЕБЫШЕВСКОЙ ХАР-КОИ СОСТОИТ ИЗ "N" ЗВЕНЬЕВ"
460 PRINT "ПРИ АМПЛИТУДЕ ОСЦИЛЛЯЦИИ "B" ДБ"
470 PRINT "ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ЗАТУХАНИЯ "L" ДБ"
480 PRINT "НА НОРМИРОВАННОЙ ЧАСТОТЕ "W
490 PRINT
500 PRINT "*****"
510 PRINT
520 PRINT "ДЛЯ РАСЧЕТА СЛЕДУЮЩЕГО ВАРИАНТА ВВЕДИТЕ 1"
530 PRINT "ДЛЯ ОКОНЧАНИЯ РАБОТЫ ВВЕДИТЕ 0"
540 INPUT A
550 IF A = 1 THEN
    120
560 PRINT
570 PRINT "**** КОНЕЦ ПРОГРАММЫ ****"
580 END

```

КОНЕЦ ТЕКСТА ПРОГРАММЫ

JRUN

ВВЕДИТЕ ТРЕБУЕМОЕ В ПОЛОСЕ ЗАГРАЖДЕНИЯ ЗАТУХАНИЕ В ДБ

?18

ВВЕДИТЕ ЧАСТОТУ, НОРМИРОВАННУЮ К ЧАСТОТЕ СРЕЗА,
НА КОТОРОЙ ДОЛЖНО БЫТЬ ОБЕСПЕЧЕНО ЭТО ЗАТУХАНИЕ
(ЭТА ВЕЛИЧИНА ДОЛЖНА БЫТЬ БОЛЬШЕ ЕДИНИЦЫ)

?1.3

ВВЕДИТЕ АМПЛИТУДУ ОСЦИЛЛЯЦИИ В ДБ
ДЛЯ ЧЕБЫШЕВСКОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ
ЕСЛИ ВВЕСТИ 0, ТО БУДЕТ ОПРЕДЕЛЕНО
ЧИСЛО ЗВЕНЬЕВ ТОЛЬКО ДЛЯ ФИЛЬРА
С МАКСИМАЛЬНО ПЛОСКОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ

?0.2

ФИЛЬР С МАКСИМАЛЬНО ПЛОСКОЙ ХАР-КОИ СОСТОИТ ИЗ 8 ЗВЕНЬЕВ
ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ЗАТУХАНИЯ 18 ДБ
НА НОРМИРОВАННОЙ ЧАСТОТЕ 1.3

ФИЛЬР С ЧЕБЫШЕВСКОЙ ХАР-КОИ СОСТОИТ ИЗ 6 ЗВЕНЬЕВ
ПРИ АМПЛИТУДЕ ОСЦИЛЛЯЦИИ .2 ДБ
ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ЗАТУХАНИЯ 18 ДБ"
НА НОРМИРОВАННОЙ ЧАСТОТЕ 1.3

ДЛЯ РАСЧЕТА СЛЕДУЮЩЕГО ВАРИАНТА ВВЕДИТЕ 1
ДЛЯ ОКОНЧАНИЯ РАБОТЫ ВВЕДИТЕ 0
?1

ВВЕДИТЕ ТРЕБУЕМОЕ В ПОЛОСЕ ЗАГРАЖДЕНИЯ ЗАТУХАНИЕ В ДБ
?65

ВВЕДИТЕ ЧАСТОТУ, НОРМИРОВАННУЮ К ЧАСТОТЕ СРЕЗА,
НА КОТОРОЙ ДОЛЖНО БЫТЬ ОБЕСПЕЧЕНО ЭТО ЗАТУХАНИЕ
(ЭТА ВЕЛИЧИНА ДОЛЖНА БЫТЬ БОЛЬШЕ ЕДИНИЦЫ)

?4

ВВЕДИТЕ АМПЛИТУДУ ОСЦИЛЛЯЦИИ В ДБ
ДЛЯ ЧЕБЫШЕВСКОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ
ЕСЛИ ВВЕСТИ 0, ТО БУДЕТ ОПРЕДЕЛЕНО
ЧИСЛО ЗВЕНЬЕВ ТОЛЬКО ДЛЯ ФИЛЬРА
С МАКСИМАЛЬНО ПЛОСКОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ

?0

ФИЛЬТР С МАКСИМАЛЬНО ПЛОСКОЙ ХАР-КОЙ СОСТОИТ ИЗ 6 ЗВЕНЬЕВ

ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ЗАТУХАНИЯ 65 ДБ
НА НОРМИРОВАННОЙ ЧАСТОТЕ 4

ДЛЯ РАСЧЕТА СЛЕДУЮЩЕГО ВАРИАНТА ВВЕДИТЕ 1

ДЛЯ ОКОНЧАНИЯ РАБОТЫ ВВЕДИТЕ 0

?0

**** КОНЕЦ ПРОГРАММЫ ****

Синтезу пассивных фильтров посвящена обширная литература. Хорошим пособием является монография Вайнберга из [1]. Для более подробного знакомства с данной проблемой читатель может обратиться к работам [1] или к любым близким по содержанию.

Фильтр, как правило, располагается между генератором с известным внутренним сопротивлением и заданной нагрузкой (рис. 5.3), причем в большинстве случаев можно считать внутреннее сопротивление генератора и сопротивление нагрузки чисто активными. Такое представление весьма удобно, поскольку во многих работах, посвященных анализу и синтезу электрических цепей, схемы именно такого типа рассмотрены наиболее подробно. На рис. 5.4 изображена схема одного из подобных фильтров, где использованы общепринятые обозначения. Параметры g связаны с корнями передаточной функции n -звенного фильтра. При синтезе фильтра с заданной АЧХ параметры его элементов вычисляются через величины g .

Фильтр состоит из нескольких Т-образных цепей, образованных индуктивностями и емкостями. Можно построить аналогичную схему, дуальную к первой, состоящую из П-образных цепей, причем в этом случае g_1 будет емкостью параллельно включенного конденсатора, а g_2 – индуктивностью в последовательной цепи. Если g_1 и g_n – емкости, то g_0 и g_{n+1} – соответственно активные сопротивление генератора и нагрузки, если же g_1 и g_n – индуктивности, то g_0 и g_{n+1} – активные проводимости генератора и нагрузки. Существуют простые формулы для расчета g -параметров при синтезе фильтра на сосредоточенных элементах. Хотя формулы достаточно просты, их использование трудоемко (см., например, [2]). Поэтому в большинстве случаев разработчики, игнорируя эти формулы, пользуются таблицами, составленными по результатам численных расчетов, как, например, в гл. 13 монографии Вайнберга из [1].

Для фильтра Баттервортта g -параметры определяются по следующим формулам:

$$\omega_{cp} = 1,$$

$$g_0 = g_{n+1} = 1,$$

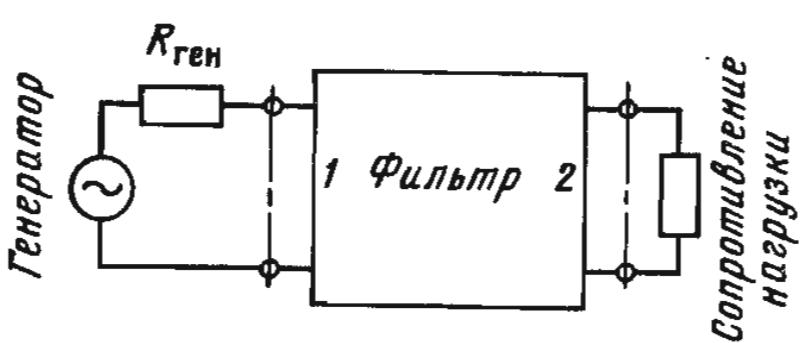


Рис. 5.3. Представление фильтра в виде четырехполюсника

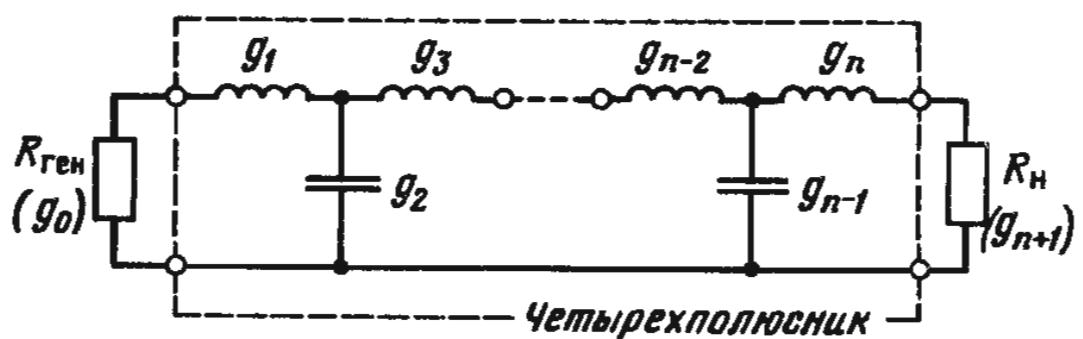


Рис. 5.4. Фильтр низких частот, нагруженный с обеих сторон

$$g_k = 2 \sin \left[\frac{(2k-1)\pi}{2n} \right], \quad k = 1, 2, 3, \dots, n,$$

где аргумент синуса выражен в радианах.

Величины g распределены симметрично относительно середины фильтра, что выполняется как при четных, так и при нечетных значениях n . Поэтому включение такого фильтра между равными сопротивлениями не приведет к рассогласованию.

Для чебышевского фильтра, имеющего амплитуду осцилляций G_r [дБ] в полосе пропускания, g -параметры вычисляются по следующим формулам:

$$\omega_{\text{ср}} = 1,$$

$$g_0 = 1,$$

$$g_1 = 2a_1/\psi,$$

$$g_k = \frac{4a_{k-1}a_k}{b_{k-1}g_{k-1}}, \quad k = 2, 3, \dots, n,$$

$$g_{n+1} = \begin{cases} 1 & \text{при нечетном } n, \\ \operatorname{cth}^2(\beta/4) & \text{при четном } n, \end{cases}$$

где

$$\beta = \ln[\operatorname{cth}(G_r/17,37)],$$

$$\psi = \operatorname{sh}[\beta/(2n)],$$

$$a_k = \sin \left[\frac{(2k-1)\pi}{2n} \right],$$

$$b_k = \psi^2 + \sin^2(k\pi/n).$$

При нечетном n величины g распределены симметрично относительно середины фильтра, тогда как при четном n симметрия нарушается. Эта особенность фильтра может оказаться полезной, когда необходимо согласовывать неравные сопротивления*.

Пример 5.1. Рассчитать трехзвенный ФНЧ с максимальной плоской характеристикой, подключенный к генератору с внутренним сопротивлением 50 Ом и нагруженный на 50-омное сопротивление. Частота среза фильтра 10 МГц.

Решение

Начнем с расчета параметров фильтра с характеристикой Баттервортса, нормированных к 50 Ом и при $\omega_{\text{ср}} = 1$, т. е. g -параметров:

$$n = 3, \quad g_0 = 1, \quad g_4 = 1,$$

$$g_1 = 2 \sin[(2-1)\pi/6] = 1,$$

$$g_2 = 2 \sin[(4-1)\pi/6] = 2,$$

$$g_3 = 2 \sin[(6-1)\pi/6] = 1.$$

*Обычно g -параметры, определенные по вышеприведенным формулам, называют нормированными параметрами элементов ФНЧ, так как они равны параметрам элементов фильтра при $\omega_{\text{ср}} = 1$, включенных между равными сопротивлениями величиной 1 Ом. Такой фильтр называется фильтром-прототипом низких частот. — Прим. ред.

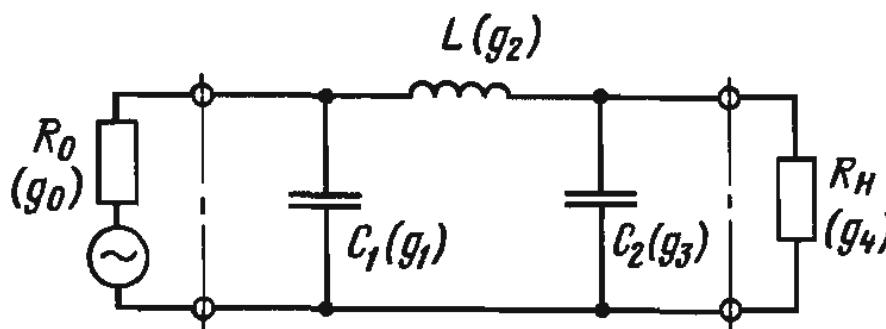


Рис. 5.5. Схема фильтра для примера 5.1

Теперь необходимо перейти к иенормированным величинам. Пусть эквивалентная схема фильтра имеет вид, показанный на рис. 5.5. Конкретные величины элементов в схеме фильтра рассчитываем через g -параметры, учитывая, что $\omega_{cp} = 2\pi \cdot 10^7$ рад/с и $R_H = 50$ Ом:

$$R_0 = R_H g_0 = 50 \cdot 1 = 50 \text{ Ом},$$

$$C_1 = g_1 / R_H \omega_{cp} = 318 \text{ пФ},$$

$$L = g_2 R_H / \omega_{cp} = 1590 \text{ нГн},$$

$$C_2 = g_3 / R_H \omega_{cp} = 318 \text{ пФ},$$

$$R_H = R_H g_4 = 50 \text{ Ом}.$$

Обратите внимание на порядок расчета величин элементов схемы с помощью g -параметров и на то, что величины элементов схемы симметричны относительно индуктивности фильтра.

Сформулируем правила, с помощью которых проводится пересчет нормированных значений параметров (g -параметров) в конкретные величины элементов фильтра:

1) пересчет при заданной частоте среза заключается в делении каждого нормированного значения g , относящегося к конденсатору или индуктивности, на заданную ненормированную угловую частоту среза в рад/с; активные сопротивления в данной операции не участвуют;

2) пересчет при заданной величине сопротивления нагрузки R_H заключается в умножении всех g , относящихся к активным сопротивлениям и индуктивностям, на R_H и делении всех g , относящихся к емкостям, на R_H .

Пример 5.2. Рассчитать чебышевский ФНЧ из сосредоточенных элементах, имеющих в полосе пропускания амплитуду осцилляций $G_r = 0,01$ дБ. Частота среза 1 ГГц. Затухание, вносимое фильтром на частоте, в 4 раза большей частоты среза, должно быть не менее 5 дБ. Фильтр нагружен на сопротивление 75 Ом.

Решение

По заданию $G_r = 0,01$ дБ и затухание $L(4\omega_{cp}) = 5$ дБ. Из (5.7) определяем необходимое число реактивных элементов:

$$n = \frac{\operatorname{arch}[(10^{0.5} - 1)/(10^{0.001} - 1)]^{1/2}}{\operatorname{arch}(4)} = \frac{4,11}{2,06} \approx 2,0.$$

Выберем $n = 3$, поскольку при этом $L(4\omega_{cp}) > 5$ дБ. Кроме того, при нечетном n величины параметров элементов симметрично распределены относительно середины, т. е. $g_0 = g_4$ и $g_1 = g_3$. Рассчитаем g -параметры для чебышевской характеристики:

$$\beta = \ln[\operatorname{cth}(0,01/17,37)] = 7,5,$$

$$\Psi = \operatorname{sh}(7,5/6) = 1,5893,$$

$$a_1 = 0,5, b_1 = 2,566 + [\sin(\pi/3)]^2 = 3,428,$$

$$a_2 = 1,0, b_2 = 3,428.$$

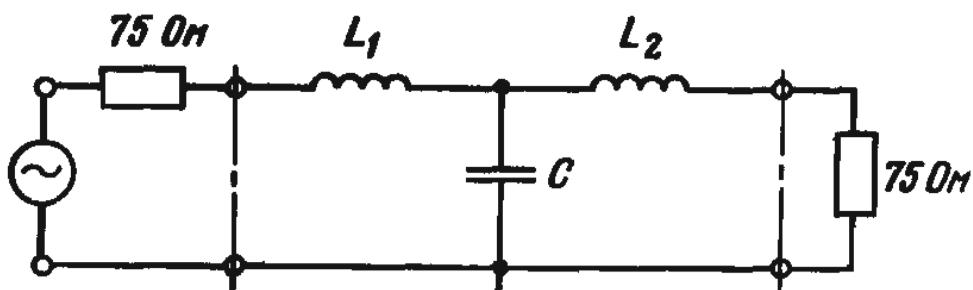


Рис. 5.6. Схема фильтра для примера 5.2

$$a_3 = 0,5, \quad b_3 = 0.$$

Отсюда

$$g_0 = 1,$$

$$g_1 = 2 \cdot 0,5 / 1,5893 = 0,6292,$$

$$g_2 = 4 \cdot 0,5 \cdot 1 / 3,428 \cdot 0,6292 = 0,9274,$$

$$g_3 = 0,6292,$$

$$g_4 = 1.$$

Эквивалентная схема фильтра изображена на рис. 5.6. Рассчитываем величины всех элементов в соответствии с правилами пересчета при $\omega_{cp} = 2\pi \cdot 10^9$ рад/с и $R_H = 75$ Ом:

$$L_1 = L_2 = (75 \cdot 0,6294) / (2\pi \cdot 10^9) = 7,5 \text{ нГн.}$$

$$C = 0,9274 / (75 \cdot 2\pi \cdot 10^9) = 2 \text{ пФ.}$$

Хотя вычисления, проводимые при решении примеров 5.1 и 5.2, достаточно просты, по мере увеличения числа звеньев в фильтре объем вычислений заметно возрастает. Это утомительно, и, кроме того, трудно избежать ошибок, особенно при расчете чебышевских фильтров. Ускорить расчет позволяет программа 5.3 GVAL, которая находит g -параметры для ФНЧ Баттерворта и Чебышева при заданных числе звеньев и величине в децибелах амплитуды осцилляций в полосе пропускания (в случае чебышевского фильтра).

JC FORMATTED LISTING
FILE: PROGRAM 5.3 GVAL
PAGE-1

```

10 REM
20 REM ***** G-ПАРАМЕТРЫ *****
30 REM
40 REM ЭТА ПРОГРАММА ВЫСЛЯЕТ НОРМИРОВАННЫЕ
50 REM ВЕЛИЧИНЫ СОСРЕДОТОЧЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ
60 REM ФИЛЬТРА-ПРОТОТИПА НИЖНИХ ЧАСТОТ, ИМЕЮЩЕГО
70 REM ЧЕБЫШЕВСКУЮ ИЛИ МАКСИМАЛЬНО ПЛОСКУЮ
80 REM ХАРАКТЕРИСТИКУ.
90 REM ЧАСТОТА СРЕЗА ТАКОГО ФИЛЬТРА
100 REM НОРМИРОВНА К ЕДИНИЦЕ.
110 REM
120 DIM G(100),A(100),B(100)
130 LET Q = 0
140CLS
150 PRINT "ДЛЯ РАСЧЕТА ЭЛЕМЕНТОВ ФИЛЬТРА:"
160 PRINT "С МАКС. ПЛОСКОЙ ХАР-КОЙ ВВЕДИТЕ 1"
170 PRINT "С ЧЕБЫШЕВСКОЙ ХАР-КОЙ ВВЕДИТЕ 0"
180 INPUT A
190 IF A = 0 THEN
        440

```

```

200 IF A = 1 THEN
210   210
210 REM ФИЛЬФ С МАКС. ПЛОСКОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ
220 PRINT "ВВЕДИТЕ ЧИСЛО ЗВЕНЬЕВ В ФИЛЬФЕ"
230 INPUT N
240 FOR I = 1 TO N
250   LET G(I) = 2 * SIN((2*I - 1) * 3.141592653) / 2 / N
260 NEXT I
270 LET G(0) = 1
280 LET G(N + 1) = 1
290 PRINT
300 PRINT "*****"
310 PRINT
320 PRINT "G-ПАРАМЕТРЫ ФИЛЬФА С МАКС. ПЛОСКОЙ ХАР-КОЙ"
330 PRINT
340 PRINT "для    "N"    ЗВЕНЬЕВ"
350 PRINT
360 PRINT " НОМЕР          G-ПАРАМЕТР"
370 FOR I = 0 TO N + 1
380   PRINT I, INT(G(I) * 10000 + .5) / 10000
390 NEXT I
400 PRINT
410 PRINT "*****"
420 PRINT
430 GOTO 800
440 REM ФИЛЬФ С ЧЕБЫШЕВСКОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ
450 PRINT "ЕСЛИ ЧИСЛО ЗВЕНЬЕВ В ФИЛЬФЕ НЕЧЕТНОЕ, ВВЕДИТЕ 1"
460 PRINT "ЕСЛИ ЧЕТНОЕ, ВВЕДИТЕ 0"
470 INPUT Q
480 PRINT "ВВЕДИТЕ ЧИСЛО ЗВЕНЬЕВ В ФИЛЬФЕ"
490 INPUT N
500 PRINT "ВВЕДИТЕ АМПЛИТУДУ ОСЦИЛЛЯЦИИ В ДБ В ПОЛОСЕ ПРОПУСКАНИЯ"
510 INPUT G
520 LET D = G / 17.37
530 LET E = (EXP (D) + EXP (-D))
540 LET E = E / (EXP (D) - EXP (-D))
550 LET E = LOG (E)
560 LET C = 0.5 * (EXP (E / 2 / N) - EXP (-E / 2 / N))
570 FOR I = 1 TO N
580   LET A(I) = SIN((2*I - 1) * 3.141592653 / 2 / N)
590   LET B(I) = C * C + (SIN(I * 3.141592653 / N)) ^ 2
600 IF I = 1 THEN
610   LET G(1) = 2 * A(1) / C:
620   GOTO 620
630   LET G(I) = 4 * A(I - 1) * A(I) / B(I - 1) / G(I - 1)
640 NEXT I
650 LET G(0) = 1
660 IF Q = 1 THEN
670   LET G(N + 1) = 1
680 IF Q = 0 THEN
690   LET G(N + 1) = ((EXP (E/4)+EXP (-E/4))/(EXP (E/4)-EXP (-E/4))) ^ 2
700 PRINT
710 PRINT "*****"
720 PRINT
730 PRINT "G-ПАРАМЕТРЫ ФИЛЬФА С ЧЕБЫШЕВСКОЙ ХАР-КОЙ"
740 PRINT
750 FOR I = 0 TO N + 1
760   PRINT I, INT (G(I) * 10000 + .5) / 10000
770 NEXT I
780 PRINT
790 PRINT "*****"
800 PRINT
810 PRINT "для РАСЧЕТА СЛЕДУЮЩЕГО ВАРИАНТА ВВЕДИТЕ 1"
820 PRINT "для ОКОНЧАНИЯ РАБОТЫ ВВЕДИТЕ 0"

```

```
830 INPUT A
840 IF A = 1 THEN
    140
850 PRINT
860 PRINT "**** КОНЕЦ ПРОГРАММЫ ****"
870 PRINT
```

КОНЕЦ ТЕКСТА ПРОГРАММЫ

JRUN

ДЛЯ РАСЧЕТА ЭЛЕМЕНТОВ ФИЛЬТРА:
С МАКС. ПЛОСКОЙ ХАР-КОЙ ВВЕДИТЕ 1
С ЧЕБЫШЕВСКОЙ ХАР-КОЙ ВВЕДИТЕ 0
?1
ВВЕДИТЕ ЧИСЛО ЗВЕНЬЕВ В ФИЛЬТРЕ
?4

G-ПАРАМЕТРЫ ФИЛЬТРА С МАКС. ПЛОСКОЙ ХАР-КОЙ

ДЛЯ 4 ЗВЕНЬЕВ

НОМЕР	G-ПАРАМЕТР
0	1
1	.7654
2	1.8478
3	1.8478
4	.7654
5	1

ДЛЯ РАСЧЕТА СЛЕДУЮЩЕГО ВАРИАНТА ВВЕДИТЕ 1
ДЛЯ ОКОНЧАНИЯ РАБОТЫ ВВЕДИТЕ 0

?1
ДЛЯ РАСЧЕТА ЭЛЕМЕНТОВ ФИЛЬТРА:
С МАКС. ПЛОСКОЙ ХАР-КОЙ ВВЕДИТЕ 1
С ЧЕБЫШЕВСКОЙ ХАР-КОЙ ВВЕДИТЕ 0
?0
ЕСЛИ ЧИСЛО ЗВЕНЬЕВ В ФИЛЬТРЕ НЕЧЕТНОЕ, ВВЕДИТЕ 1
ЕСЛИ ЧЕТНОЕ, ВВЕДИТЕ 0
?0
ВВЕДИТЕ ЧИСЛО ЗВЕНЬЕВ В ФИЛЬТРЕ
?6
ВВЕДИТЕ АМПЛИТУДУ ОСЦИЛЛАЦИИ В ДБ В ПОЛОСЕ ПРОПУСКАНИЯ
?1.0

G-ПАРАМЕТРЫ ФИЛЬТРА С ЧЕБЫШЕВСКОЙ ХАР-КОЙ

ДЛЯ 6 ЗВЕНЬЕВ И АМПЛИТУДЫ ОСЦИЛЛАЦИИ 1 ДБ
В ПОСЛОДЕ ПРОПУСКАНИЯ

НОМЕР	G-ПАРАМЕТР
0	1
1	2.1547
2	1.1041
3	3.0635
4	1.1518
5	2.9368
6	.8101
7	2.6599

ДЛЯ РАСЧЕТА СЛЕДУЮЩЕГО ВАРИАНТА ВВЕДИТЕ 1
ДЛЯ ОКОНЧАНИЯ РАБОТЫ ВВЕДИТЕ 0
?0

**** КОНЕЦ ПРОГРАММЫ ****

5.1.1. ФИЛЬТРЫ ВЕРХНИХ ЧАСТОТ

Результаты расчета нормированных параметров (g -параметров) фильтра-прототипа нижних частот можно использовать для получения соответствующих величин элементов фильтра верхних частот (ФВЧ).

Начнем с частотного преобразования, переводящего частотную характеристику фильтра-прототипа нижних частот в соответствующую характеристику фильтра верхних частот. Обратимся к рис. 5.7. Как следует из этого рисунка, при преобразовании идеализированных характеристик необходимо выполнить два условия:

- 1) частота $\omega^1 = 0$ должна перейти в частоту $\omega = \infty$;
- 2) частота $\omega^1 = 1$ должна перейти в $\omega = \omega_{ср}$.

В математической форме такое преобразование имеет вид*

$$\omega^1 = -\omega_{ср}/\omega.$$

Отметим, что форма АЧХ при указанном преобразовании не меняется.

Чтобы реализовать ФВЧ, воспользуемся схемой фильтра-прототипа нижних частот на рис. 5.5, где заменим индуктивные элементы на емкостные, а емкостные – на индуктивные.

Так, нормированная индуктивность $g_{ФНЧ}$ преобразуется в нормированную емкость

$$C_{ФВЧ} = 1/(\omega_{ср} g_{ФНЧ}),$$

а нормированная емкость $g_{ФНЧ}$ преобразуется в нормированную индуктивность

$$L_{ФВЧ} = 1/(\omega_{ср} g_{ФНЧ}).$$

Величины активных сопротивлений не изменяются при указанном преобразовании. Поэтому для завершения расчета ФВЧ следует полученные величины параметров пересчитать с учетом заданного значения R_H ; для этого все индуктивности и активные сопротивления умножаются на R_H , а все емкости делятся на R_H (см. пример 5.1).

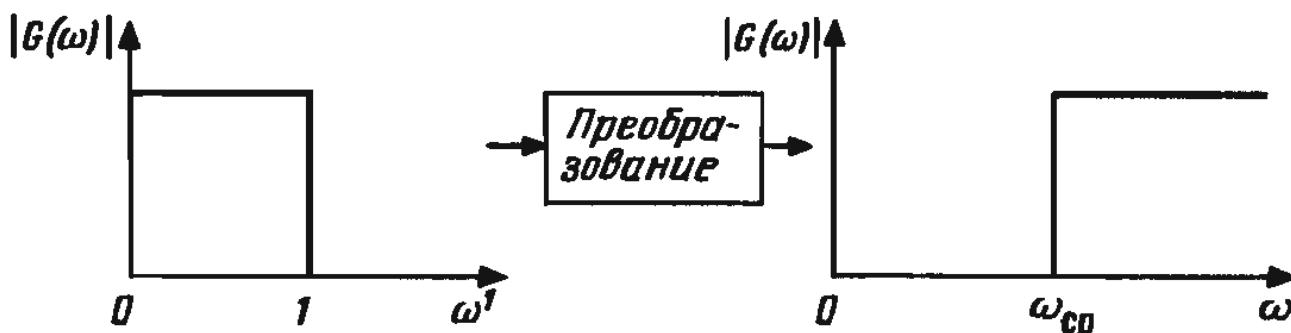
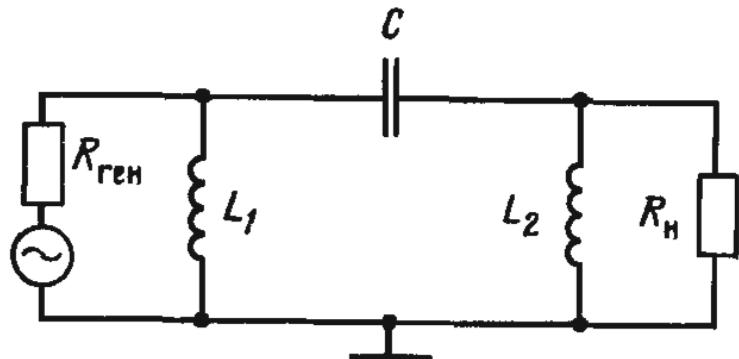


Рис. 5.7. Частотное преобразование, переводящее характеристику фильтра нижних частот в характеристику фильтра верхних частот

* Появление знака "минус", т. е. переход к отрицательным значениям частоты, обусловлено условием физической реализуемости, указанным ниже. – Прим. ред.

Рис. 5.8. Схема фильтра для примера 5.3



Пример 5.3. Рассчитать ФВЧ с максимально плоской характеристикой, используя исходные данные из примера 5.1.

Решение

Определяем g -параметры для фильтра-прототипа низких частот, как в примере 5.1:

$$g_0 = g_1 = g_3 = g_4 = 1, \quad g_2 = 2.$$

Эквивалентная схема ФВЧ изображена на рис. 5.8 и получена из схемы на рис. 5.5 по описанной выше методике. Учитывая, что $\omega_{ср} = 2\pi \cdot 10^7$ рад/с, определяем нормированные величины элементов в схеме на рис. 5.8:

$$L_1 = L_2 = 1/(2\pi \cdot 10^7 g_1) = 1,59 \cdot 10^{-8} \text{ Гн/Ом},$$

$$C = 1/(2\pi \cdot 10^7 g_2) = 7,95 \cdot 10^{-9} \text{ ф}\cdot\text{Ом}.$$

Осталось перейти к ненормированным величинам элементов при $R_H = 50$ Ом:

$$L_1 = L_2 = 1,59 \cdot 10^{-8} \cdot 50 = 800 \text{ нГи},$$

$$C = 7,95 \cdot 10^{-9}/50 = 159 \text{ пФ}.$$

Расчет завершен.

Поскольку указанное выше частотное преобразование не влияет на форму АЧХ, число реактивных элементов в схеме ФВЧ, необходимое для обеспечения требуемого затухания на заданной частоте в полосе заграждения (ниже $\omega_{ср}$), можно рассчитать по (5.6) и (5.7) с учетом частотного преобразования.

5.1.2. ПЕРЕХОД ОТ ФИЛЬТРА-ПРОТОТИПА НИЖНИХ ЧАСТОТ К ПОЛОСОВОМУ ФИЛЬТРУ

Переход от ФНЧ к полосовому фильтру (ПФ) основан на преобразовании идеализированных АХЧ, изображенном на рис. 5.9. В данном случае необходимо выполнить следующие преобразования: частота $\omega^1 = 1$ должна перейти в частоту ω_B , частота $\omega^1 = 0$ – в частоту ω_0 , частота $\omega^1 = -1$ – в частоту ω_H .

Требуемое преобразование описывается равенством

$$\omega^1 = \frac{1}{\omega_B - \omega_H} \left(\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega} \right).$$

Центральная частота ПФ находится как среднее геометрическое величин ω_B и ω_H :

$$\omega_0 = (\omega_B \omega_H)^{1/2}.$$

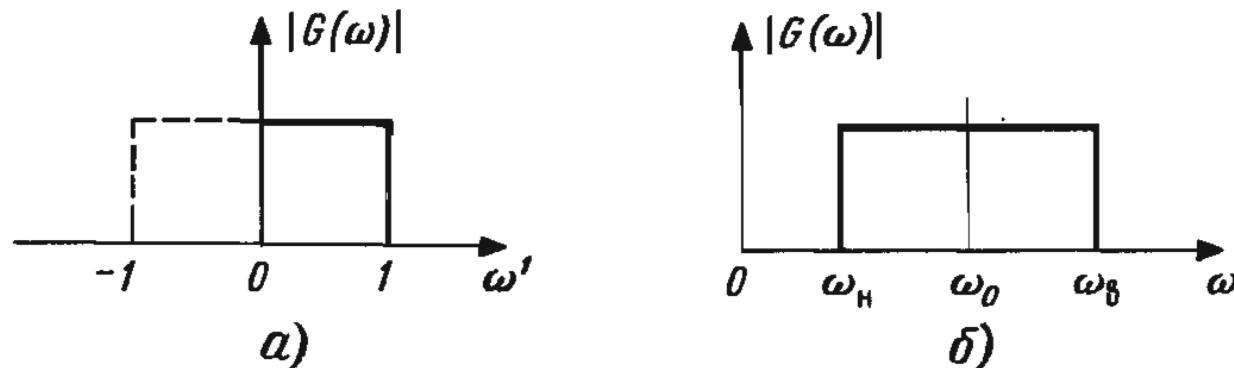


Рис. 5.9. Частотное преобразование, переводящее характеристику фильтра низких частот (а) в характеристику полосового фильтра с шириной полосы пропускания $\omega_B - \omega_H$ (б)

Отметим, что нагруженная добротность ПФ граничные частоты ω_B и ω_H полосы пропускания которого определяются по уровню 3 дБ, рассчитывается по простой формуле

$$Q = \omega_0 / (\omega_B - \omega_H).$$

Пример 5.4. Рассчитать шестиэлементный ПФ с максимальной плоской характеристикой и добротностью $Q = 10$. Центральная частота полосы пропускания 50 МГц, сопротивление нагрузки 50 Ом.

Решение

Начнем с расчета трехэлементного фильтра-прототипа нижних частот с максимальной плоской характеристикой, опираясь на схему рис. 5.10. Используя программу GVAL либо действуя, как в примере 5.1, при $n = 3$ имеем

$$g_0 = g_1 = g_3 = g_4 = 1,$$

т. е. $L_1 = L_2$, $R_{\text{ген}} = R_H$,

$$g_2 = 2.$$

Напомним, что полученные величины g относятся к фильтру-прототипу, для которого $\omega_{\text{ср}}^1 = 1$ рад/с и $R_H = 1$ Ом.

Определяем ширину полосы пропускания:

$$\omega_B - \omega_H = \omega_0 / Q = 2\pi 50 \cdot 10^6 / 10 = \pi \cdot 10^7 \text{ рад/с.}$$

На основе частотного преобразования заменим последовательные индуктивности в схеме ФНЧ последовательными резонансными контурами LC , а параллельные емкости — параллельными резонансными контурами LC (см., например, монографию Вайнберга [1]). Указанные замены показаны на рис. 5.10.

Нормированные к сопротивлению нагрузки величины элементов схемы на рис. 5.10, б связаны с нормированными величинами элементов фильтра-прототипа следующими формулами:

$$L_{1H} = L_{2H} = g_1 / (\omega_B - \omega_H) = 1 / (\pi \cdot 10^7) = 32 \text{ нГн/Ом},$$

$$C_{1H} = C_{2H} = (\omega_B - \omega_H) / (\omega_0^2 g_1) = \pi \cdot 10^7 / [1 \cdot (50 \cdot 2\pi \cdot 10^6)^2] = 318 \text{ пФ/Ом},$$

$$L_H = (\omega_B - \omega_H) / (\omega_0^2 g_2) = 0,16 \text{ нГн/Ом},$$

$$C_H = g_2 / (\omega_B - \omega_H) = 64 \text{ нФ/Ом.}$$

Переходим к иенормированным величинам элементов ПФ при $R_H = 50$ Ом:

$$R_{\text{ген}} = R_H = 50 \cdot 1 = 50 \text{ Ом},$$

$$L_{1H} = L_{2H} = 32 \cdot 50 = 1,6 \text{ мкГи},$$

$$C_{1H} = C_{2H} = 318 / 50 = 6,4 \text{ пФ},$$

$$C_H = 64 / 50 = 1,3 \text{ нФ},$$

$$L_H = 0,16 \cdot 50 = 8 \text{ иГн.}$$

Расчет завершен.

В примере 5.2 число реактивных элементов в схеме ФНЧ определялось из условия

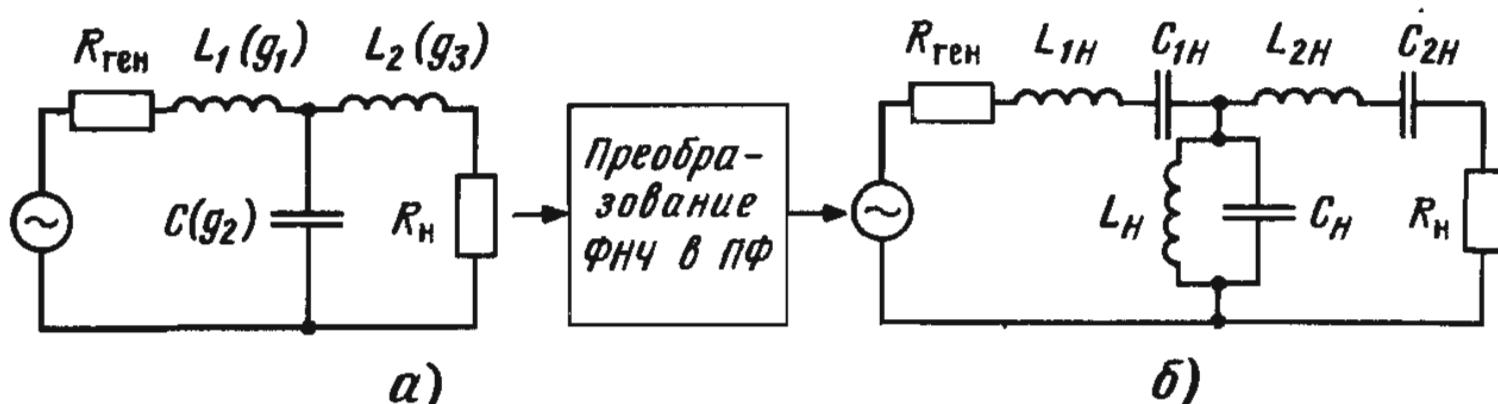


Рис. 5.10. Схемы фильтров для примера 5.4.

обеспечения заданного затухания в полосе заграждения. Эта процедура может быть сравнительно просто использована и для полосового фильтра.

Пример 5.5. Определить необходимое количество реактивных элементов в схеме чебышевского ПФ при следующих исходных данных: амплитуда осцилляций в полосе пропускания $G_r = 0,1$ дБ; граничные частоты полосы пропускания по уровню 3 дБ $\omega_B = 2,2$ ГГц и $\omega_H = 1,8$ ГГц; затухание, вносимое фильтром на частоте 1,4 ГГц, должно быть не менее 40 дБ.

Решение

Находим центральную частоту полосы пропускания: $\omega_0 = 2\pi(1,8 \cdot 2,2)^{1/2} \cdot 10^9 = 12,5 \cdot 10^9$ рад/с ($f_0 = 1,99$ ГГц). По формуле частотного преобразования определяем для фильтра-прототипа нормированную частоту ω^1 , соответствующую частоте 1,4 ГГц для ПФ:

$$\omega^1 = \frac{1}{0,4} \frac{(1,4^2 - 1,99^2)}{1,4} = -3,57.$$

Знак "минус" в дальнейших расчетах игнорируем.

С помощью (5.7) по найденной частоте ω^1 , на которой затухание фильтра должно быть не менее 40 дБ, и заданной величине $G_r = 0,1$ дБ определяем

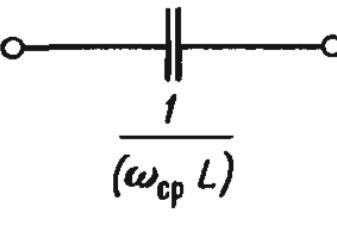
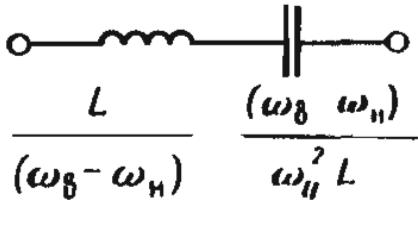
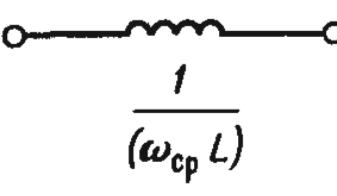
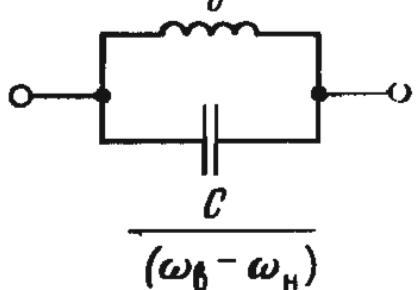
$$n = \frac{\operatorname{arch}[(10^{40/10} - 1)/(10^{0,1/10} - 1)]^{1/2}}{\operatorname{arch}(3,57/1)} = 3,69,$$

т. е. $n = 4$.

В табл. 5.2 для ориентировки приведены формулы, применяемые при частотном преобразовании.

Таблица 5.2

Преобразования элементов фильтров

Фильтр нижних частот	Фильтр верхних частот	Полосовой фильтр
		
		

Амплитуда и фаза сигнала на входе и выходе фильтра различны. Изменение амплитуды обсуждалось ранее. Сигнал на выходе фильтра запаздывает по фазе, поскольку для его прохождения через фильтр необходимо определенное конечное время. Поэтому влияние фильтра на фазу проходящего сигнала можно оценивать как временем задержки, так и вносимым фазовым сдвигом. В монографии Вайнберга [1] предложена методика расчета времени задержки и фазового сдвига сигналов, проходящих через n -звенные фильтры с максимально плоской и чебышевской характеристиками. С подробностями можно ознакомиться, обратившись к монографии. Окончательные расчетные формулы, на основе которых составлена программа 5.4 FILRESP, приведены в приложении С. Программа позволяет достаточно быстро определять время задержки и фазовый сдвиг для сигнала, проходящего через n -звенный чебышевский или максимально плоский фильтр. Вычисления проводятся на ряде дискрет-

ных частот (не более 100), лежащих от ω_0 до ω_b в полосе пропускания фильтра. Предполагается, что фильтр имеет симметричные характеристики в полосе пропускания, что обычно выполняется для фильтров с добротностью $Q \geq 3$. Отметим, что, например при разработке аппаратуры связи, к фазовой характеристике предъявляются более жесткие требования, чем к амплитудной. Иногда для обеспечения необходимого времени задержки в аппаратуру преднамеренно вводят фильтрующую цепь. В обоих случаях необходимые начальные прикидки можно выполнить по программе FILRESP.

3C FORMATTED LISTING
FILE: PROGRAM 5.4 FILRESP
PAGE-1

```

10 REM
20 REM *** АМПЛИТУДНО- И ФАЗОЧАСТОТНЫЕ ХАР-КИ ФИЛЬТРА ***
30 REM
40 REM ЭТА ПРОГРАММА ВЫЧИСЛЯЕТ
50 REM АМПЛИТУДНО- И ФАЗОЧАСТОТНУЮ ХАРАКТЕРИСТИКИ,
60 REM А ТАКЖЕ ВРЕМЯ ЗАДЕРЖКИ В ПОЛОСЕ ПРОПУСКАНИЯ
70 REM ФИЛЬТРА С МАКС. ПЛОСКОЙ ИЛИ
80 REM ЧЕБЫШЕВСКОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ.
90 REM
100 REM F0 = ЦЕНТРАЛЬНАЯ ЧАСТОТА (ГГЦ)
110 REM Q = ШИРИНА ПОЛОСЫ ПРОПУСКАНИЯ (ГГЦ)
120 REM N = ЧИСЛО ЗВЕНЬЕВ
130 REM R = АМПЛИТУДА ОСЦИЛЛАЦИИ В ДБ
140 REM     В ПОЛОСЕ ПРОПУСКАНИЯ ЧЕБЫШЕВСКОГО ФИЛЬТРА
150 REM S = ЧИСЛО РАВНООТСТОЯЩИХ РАСЧЕТНЫХ
160 REM     ТОЧЕК ПО ЧАСТОТЕ В ПОЛОСЕ ПРОПУСКАНИЯ ФИЛЬТРА
170 REM
180 DIM T(105),L(105),P(105)
190 CLS
200 LET PI = 3.14159265
210 PRINT "ВВЕДИТЕ ЦЕНТРАЛЬНУЮ ЧАСТОТУ (ГГЦ)"
220 INPUT F0
230 PRINT "ВВЕДИТЕ ШИРИНУ ПОЛОСЫ ПРОПУСКАНИЯ (ГГЦ)"
240 INPUT Q
250 PRINT "ВВЕДИТЕ ЧИСЛО ЗВЕНЬЕВ В ФИЛЬТРЕ"
260 INPUT N
270 PRINT "ВВЕДИТЕ АМПЛИТУДУ ОСЦИЛЛАЦИИ В ДБ В ПОЛОСЕ ПРОПУСКАНИЯ"
280 PRINT "ДЛЯ ФИЛЬТРА С МАКС. ПЛОСКОЙ ХАР-КОЙ ВВЕДИТЕ 0"
290 INPUT R
300 PRINT "ВВЕДИТЕ ЧИСЛО РАСЧЕТНЫХ ТОЧЕК ПО ЧАСТОТЕ"
310 PRINT "В ПОЛОСЕ ПРОПУСКАНИЯ ФИЛЬТРА (НЕ БОЛЕЕ 100)"
320 INPUT S
330 CLS
340 PRINT
350 PRINT "РАБОТА: - - - - -"
360 IF R = 0 THEN
    1050
370 REM ФИЛЬТР С ЧЕБЫШЕВСКОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ
380 LET E = SQR (EXP (R / 4.3429) - 1)
390 LET FI = 1 / N * LOG (1 / E + SQR (1 / E / E + 1))
400 LET K = LOG (1 / E + SQR (1 / E / E - 1))
410 LET H = 0.5 * (EXP (K / N) + EXP (-K / N))
420 LET W = H / S
430 LET W1 = 0
440 LET S2 = S + 1
450 FOR I = 1 TO S2
460     LET M1 = 0
470     LET S1 = 0
480     IF (W1 - 1) < 0 THEN
        510

```

```

490      IF (W1 - 1) = 0 THEN
550
500      IF (W1 - 1) > 0 THEN
590
510      LET O = -ATN (W1 / SQR (-W1 * W1 + 1)) + PI / 2
520      LET U = SIN ((2 * M1 + 1) * O) / SIN (O)
530      LET T1 = COS (N * O)
540      GOTO 640
550      LET O = 0
560      LET U = 1
570      LET T1 = 1
580      GOTO 640
590      LET O = LOG (W1 + SQR (W1 * W1 - 1))
600      LET U = EXP ((2 * M1 + 1) * O) - EXP (-(2 * M1 + 1) * O)
610      LET U = U / (EXP (O) - EXP (-O))
620      LET Y = W1 + SQR (W1 * W1 - 1)
630      LET T1 = (Y ^ N + Y ^ (-N)) / 2
640      LET K = U / SIN ((2 * M1 + 1) * PI / 2 / N)
650      LET K = K*0.5*(EXP((2*N-2*M1-1)*FI)-EXP((2*N-2*M1-1)*-1*FI))
660      LET S1 = S1 + K
670      LET M1 = M1 + 1
680      IF (M1-N + 1) <= 0 THEN
        480
690      LET T(I) = S1 / PI / Q / (1 + E * E * T1 * T1) * E * E
700      IF (ABS (W1) - 1) < 0 THEN
        730
710      IF (ABS (W1) - 1) = 0 THEN
        760
720      IF (ABS (W1) - 1) > 0 THEN
        790
730      LET O = -ATN (W1 / SQR (-W1 * W1 + 1)) + PI / 2
740      LET K = COS (N * O)
750      GOTO 810
760      LET O = 0
770      LET K = 1
780      GOTO 810
790      LET O = LOG (ABS (W1) + SQR (ABS (W1) ^ 2 - 1))
800      LET K = 0.5 * (EXP (N * O) + EXP (-N * O))
810      LET L(I) = 4.34294 * LOG (1 + (E * K) ^ 2)
820      LET G = PI / 2 / N
830      LET S1 = 0
840      LET J = 0
850      FOR M2 = 1 TO 100 STEP 2
860          LET K = EXP (-M2 * FI) / (M2 * SIN (M2 * G))
870          IF (W1 - 1) <= 0 THEN
            910
880          LET O = LOG (ABS (W1) + SQR (ABS (W1) ^ 2 - 1))
890          LET K = K * 0.5 * (EXP (M2 * O) + EXP (-M2 * O))
900          GOTO 930
910          LET O = -ATN (W1 / SQR (-W1 * W1 + 1)) + FI / 2
920          LET K = K * COS (M2 * O)
930          LET S1 = S1 + K
940          IF (K - .1) <= 0 THEN
            960
950          GOTO 990
960          LET J = J + 1
970          IF (J - 4) < 0 THEN
            1000
980          IF (J - 4) >= 0 THEN
            1010
990          LET J = 0
1000      NEXT M2
1010      LET P(I) = S1 * 360 / PI
1020      LET W1 = W1 + W
1030      NEXT I
1040      GOTO 1380
1050      REM ФИЛЬР С МАКСИМАЛЬНО ПЛОСКОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ
1060      LET W1 = 0

```

```

1070 LET H = EXP (LOG (.99526) / 2 / N)
1080 LET W = H / S
1090 LET S2 = S + 1
1100 FOR I = 1 TO S2
1110     LET M1 = 0
1120     LET S1 = 0
1130     LET K = W1 ^ (2 * M1)
1140     LET K = K / SIN ((2 * M1 + 1) * PI / 2 / N)
1150     LET S1 = S1 + K
1160     LET M1 = M1 + 1
1170     IF (M1 - N + 1) < = 0 THEN
1180         1130
1190         LET T(I) = S1 / (1 + W1 ^ (2 * N))
1200         LET L(I) = 10 * LOG (1 + W1 ^ (2 * N)) / LOG (10)
1210         LET G = PI / 2 / N
1220         LET S1 = 0
1230         LET J = 0
1240         FOR M2 = 1 TO 100 STEP 2
1250             LET K = W1 ^ (2 * (M2 - 1))
1260             LET K = K / (M2 * SIN (M2 * G))
1270             LET S1 = S1 + K
1280             IF (K - .001) < = 0 THEN
1290                 1290
1290                 GOTO 1320
1300                 LET J = J + 1
1310                 IF (J - 4) < 0 THEN
1320                     1330
1330                     IF (J - 4) > = 0 THEN
1340                         1340
1350                         LET J = 0
1360                         NEXT M2
1370                         LET F(I) = S1 * 360 / PI
1380                         LET W1 = W1 + W
1390                         NEXT I
1390                         GOTO 1380
1380 REM ПЕЧАТЬ РЕЗУЛЬТАТОВ
1390 PRINT
1400 PRINT "*****"
1410 PRINT
1420 IF R = 0 THEN
    PRINT "ФИЛЬР С МАКС. ПЛОСКОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ: - - - - -"
1430 IF R < > 0 THEN
    PRINT "ФИЛЬР С ЧЕБЫШЕВСКОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ: - - - - -"
1440 PRINT
1450 PRINT "ЦЕНТРАЛЬНАЯ ЧАСТОТА "FO" ГГЦ"
1460 PRINT "ШИРИНА ПОЛОСЫ ПРОПУСКАНИЯ "Q" ГГЦ"
1470 PRINT "ЧИСЛО ЗВЕНЬЕВ В ФИЛЬРЕ "N
1480 IF R < > 0 THEN
    PRINT "АМПЛИТУДА СОЦИЛЛЯЦИИ "R" ДБ"
1490 PRINT
1500 PRINT TAB(1); "ЧАСТОТА"; TAB(14); "ЗАТУХАНИЕ"; TAB(27); "ФАЗА";
    TAB(35); "ВРЕМЯ ЗАДЕРЖКИ"
1510 PRINT TAB(2); "(ГГЦ)"; TAB(16); "(ДБ)"; TAB(25); "(ГРАДУСЫ)";
    TAB(35); "(НАНОСЕК.)"
1520 PRINT
1530 LET H = H * Q / 2 / S
1540 FOR I = 1 TO S + 1
1550     LET F = FO + (I - 1) * H
1560     PRINT TAB(3); INT(F*10000+.5)/10000; TAB(14); INT(L(I)*1000+.5)/
        1000; TAB(23); -INT(F(I)*100+.5)/100; TAB(33); INT(T(I)*1000+.5)/
        1000;
1570 NEXT I
1580 PRINT
1590 PRINT "*****"
1600 PRINT
1610 PRINT "ДЛЯ РАСЧЕТА СЛЕДУЩЕГО ВАРИАНТА ВВЕДИТЕ 1"
1620 PRINT "ДЛЯ ОКОНЧАНИЯ РАБОТЫ ВВЕДИТЕ 0"
1630 INPUT R7

```

```

1640 IF R7 = 1 THEN
    190
1650 PRINT
1660 PRINT "**** КОНЕЦ ПРОГРАММЫ ****"
1670 END

```

КОНЕЦ ТЕКСТА ПРОГРАММЫ

JRUN

ВВЕДИТЕ ЦЕНТРАЛЬНУЮ ЧАСТОТУ (ГГЦ)

?1

ВВЕДИТЕ ШИРИНУ ПОЛОСЫ ПРОПУСКАНИЯ (ГГЦ)

?0.09

ВВЕДИТЕ ЧИСЛО ЗВЕНЬЕВ В ФИЛЬТРЕ

?3

ВВЕДИТЕ АМПЛИТУДУ ОСЦИЛЛАЦИИ В ДБ В ПОЛОСЕ ПРОПУСКАНИЯ
ДЛЯ ФИЛЬТРА С МАКС. ПЛОСКОЙ ХАР-КОЙ ВВЕДИТЕ 0

?0.1

ВВЕДИТЕ ЧИСЛО РАСЧЕТНЫХ ТОЧЕК ПО ЧАСТОТЕ
В ПОЛОСЕ ПРОПУСКАНИЯ ФИЛЬТРА (НЕ БОЛЕЕ 100)

?10

РАБОТА: - - - - -

ФИЛЬТР С ЧЕБЫШЕВСКОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ: - - - - -

ЦЕНТРАЛЬНАЯ ЧАСТОТА 1 ГГЦ

ШИРИНА ПОЛОСЫ ПРОПУСКАНИЯ .09 ГГЦ

ЧИСЛО ЗВЕНЬЕВ В ФИЛЬТРЕ 3

АМПЛИТУДА ОСЦИЛЛАЦИИ .1 ДБ

ЧАСТОТА (ГГЦ)	ЗАТУХАНИЕ (ДБ)	ФАЗА (ГРАДУСЫ)	ВРЕМЯ ЗАДЕРЖКИ (НАНОСЕК.)
1	0	0	5.677
1.0063	.017	-12.76	5.661
1.0125	.056	-25.47	5.638
1.0188	.092	-38.18	5.675
1.025	.096	-51.12	5.864
1.0313	.056	-64.76	6.308
1.0375	3E-03	-79.76	7.073
1.0438	.058	-96.78	8.082
1.05	.446	-116.07	8.91
1.0563	1.414	-134.85	8.881
1.0625	3.01	-152.56	7.829

ДЛЯ РАСЧЕТА СЛЕДУЮЩЕГО ВАРИАНТА ВВЕДИТЕ 1

ДЛЯ ОКОНЧАНИЯ РАБОТЫ ВВЕДИТЕ 0

?0

**** КОНЕЦ ПРОГРАММЫ ****

5.2. ФИЛЬТРЫ НИЖНИХ ЧАСТОТ НА ЭЛЕМЕНТАХ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Физические размеры сосредоточенных элементов уменьшаются с повышением частоты и на частотах выше нескольких сотен мегагерц становятся настолько малыми, что их изготовление и применение вызывают серьезные трудности. Кроме того, по мере повышения частоты на параметры сосредоточенных элементов все большее влияние начинают оказывать излучение и тепловые потери в них. Поэтому на доста-

точно высоких частотах предпочтение часто отдается отрезкам линии передачи, используемым в качестве элементов фильтров. Подбором длин и волновых сопротивлений таких отрезков стараются смоделировать поведение сосредоточенных элементов в схеме соответствующего фильтра-прототипа. Однако такой подход к синтезу фильтров является лишь начальным и весьма грубым приближением, поскольку в этом случае не учитывается ряд важных факторов, влияющих на частотную характеристику фильтра, таких как реактивности в месте стыка отрезков линий передачи, дисперсия в линиях передачи, периодичность частотных характеристик элементов с распределенными параметрами. Поэтому схемы фильтров, полученные подобным методом синтеза, можно рассматривать как первое или начальное приближение при проектировании фильтров.

Чтобы понять, как с помощью отрезка линии передачи можно смоделировать поведение сосредоточенного реактивного элемента (например, индуктивности или емкости), обратимся к рис. 5.11, где изображена Т-образная эквивалентная схема отрезка линии передачи и выписаны соответствующие формулы (см. разд. 1.3). Когда отрезок линии имеет достаточно малую физическую длину, можно в первом приближении пренебречь тепловыми потерями в нем. В формулах перехода (рис. 5.11, б) гиперболические функции перейдут в тригонометрические, а эквивалентная схема будет содержать лишь реактивные элементы (рис. 5.11, в).

Согласно 5.11, б и в

$$X_L = 2Z_B \operatorname{tg}(\beta l/2), \quad (5.8)$$

$$X_C = 1/B = Z_B / \sin(\beta l). \quad (5.9)$$

При записи (5.8) и (5.9) полагалось, что $\alpha = 0$. Если короткий отрезок линии представить П-образной эквивалентной схемой (см. разд. 1.3), то, рассуждая аналогично, при $\alpha = 0$ приходим к следующим равенствам:

$$X_L = Z_B \sin(\beta l), \quad (5.10)$$

$$X_C = 1/B = Z_B / [2\operatorname{tg}(\beta l/2)]. \quad (5.11)$$

Отметим, что в (5.9) и (5.10) не входит функция тангенса, что является положительным моментом, поскольку во многих микрокомпьютерах при вычислениях значения аргумента приводятся к первому или третьему квадранту. Поэтому требуется дополнительная проверка, чтобы выяснить принадлежность аргумента ко второму или четвертому квадранту.

Подставляя в (5.8) – (5.11) $\beta = \omega/v_\phi$ и используя аппроксимацию $\operatorname{tg} \theta \approx \sin \theta \approx \theta$ рад, которая верна при малых длинах отрезка линии, получаем формулы:

для эквивалентной Т-образной схемы

$$X_L = \omega L = 2Z_B \operatorname{tg}[\omega l/(2v_\phi)] = Z_B \omega l/v_\phi \Big|_{l < \lambda/8}, \quad (5.12)$$

$$B = \omega C = Y_B \sin(\omega l/v_\phi) = Y_B \omega l/v_\phi \Big|_{l < \lambda/8}; \quad (5.13)$$

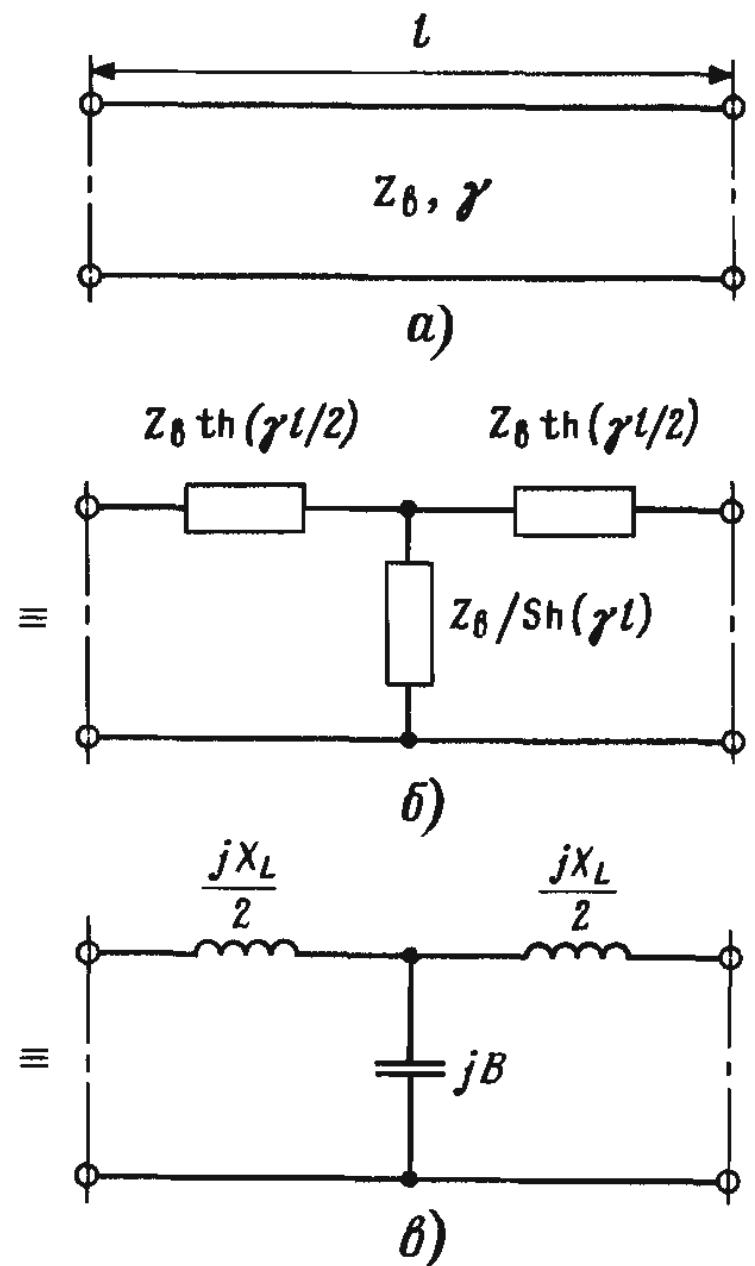


Рис. 5.11. Отрезок линии (а) и его эквивалентные симметричная Т-образная схема (б) и схема на сосредоточенных элементах при отсутствии потерь (в)

для эквивалентной П-образной схемы

$$X_L = \omega L = Z_B \sin(\omega l/v_\phi) = Z_B \omega l/v_\phi \Big|_{l < \lambda_g/8}, \quad (5.14)$$

$$B = \omega C = 2 Y_B \operatorname{tg}[\omega l/(2v_\phi)] = Y_B \omega l/v_\phi \Big|_{l < \lambda_g/8}. \quad (5.15)$$

Идентичность формул (5.12) и (5.14), а также (5.13) и (5.15) указывает на дуальность эквивалентных Т- и П-образных схем для отрезка линии передачи.

Из (5.12) – (5.15) следует, что характеристики сосредоточенных элементов и элементов с распределенными параметрами связаны соотношениями

$$L = Z_B l/v_\phi, \quad (5.16)$$

$$C = l/(Z_B v_\phi). \quad (5.17)$$

Таблица 5.3

Представление цепей на сосредоточенных элементах с помощью элементов с распределенными параметрами

Тип	Цепи на сосредоточенных элементах	Элементы с распределенными параметрами	Формулы перехода ($l < \lambda_g/8$)
A			$L = \frac{Z_B l}{f \lambda_g}$
B			$C = \frac{l}{Z_B f \lambda_g}$
C			$L = \frac{Z_B l}{f \lambda_g}$
D*			$C = \frac{l_1}{Z_{B1} f \lambda_g}$
E			$L = \frac{l_2 Z_{B2}}{f \lambda_g}$ $Z_{B1} \ll Z_{B2}$
F*			$L = \frac{l}{\omega^2 C}$ $Z_{B1} \gg Z_B$

* Эквивалентное представление для параллельной LC-цепи

Поэтому, если короткий отрезок линии передачи с весьма высоким волновым сопротивлением включен в разрыв линии с более низким волновым сопротивлением, то в (5.17) $C \rightarrow 0$. Следовательно, такой отрезок эквивалентен включенной последовательно индуктивности. Соответственно, если в разрыв линии передачи с высоким волновым сопротивлением включить отрезок с малым волновым сопротивлением, то согласно (5.16) и (5.17) такой отрезок будет вести себя как емкость, включенная в линию параллельно.

Опираясь на рассмотренные элементы с распределенными параметрами, эквивалентные сосредоточенным, можно реализовать ряд элементов с другим включением: параллельная индуктивность, последовательный контур, включенный параллельно, и др. В табл. 5.3 приведены эквиваленты схем на сосредоточенных элементах и их реализация на элементах с распределенными параметрами из полосковой (микрополосковой) линии передачи, а также указаны границы применимости.

Реализация с помощью отрезков полосковых и микрополосковых линий сосредоточенных элементов типа В, Д или Е, но включенных последовательно, возможна лишь с использованием специальных приемов. Например, для реализации последовательно включенной емкости в отрезке линии прорезаются поперечные щели. Необходимость в таких элементах возникает при реализации из отрезков линии передачи сосредоточенных элементов фильтров-прототипов верхних частот и полосовых. Более подробно об этом – в следующем разделе.

Пример 5.6. Сконструировать ФНЧ с максимально плоской характеристикой и частотой среза 1 ГГц из отрезков однородной линии передачи. Рассмотрение показало, что фильтр должен иметь пять звеньев и его следует встроить в 25-омную линию передачи. Фильтр реализуется на полосковой линии с относительной толщиной полоски $t/b = 0,05$ и относительной диэлектрической проницаемостью заполняющего диэлектрика 4. Рассчитать затухание, вносимое фильтром на частоте 2 ГГц.

Решение

1. С помощью программы GVAL рассчитываем g -параметры для пятизвенного фильтра-прототипа с максимальной плоской характеристикой:

$$g_0 = g_6 = 1,0,$$

$$g_1 = g_5 = 0,618,$$

$$g_2 = g_4 = 1,618,$$

$$g_3 = 2,0.$$

2. Топологию выбираем так, чтобы ее полосковая реализация была по возможности проще, в частности следует избегать последовательно включаемых конденсаторов. Удовлетворяющая этому требованию топология изображена на рис. 5.12.

3. Вычисляем величины L и C в выбранной схеме при условии, что частота среза 1 ГГц или

$$\omega_{cp} = 2\pi \cdot 10^9 \text{ рад/с},$$

$$R_H = R_1 = R_2 = 25 \Omega,$$

$$C_1 = C_3 = g_1 / (R_H \omega_{cp}) = 0,618 / (25 \cdot 2\pi \cdot 10^9) = 4 \text{ пФ},$$

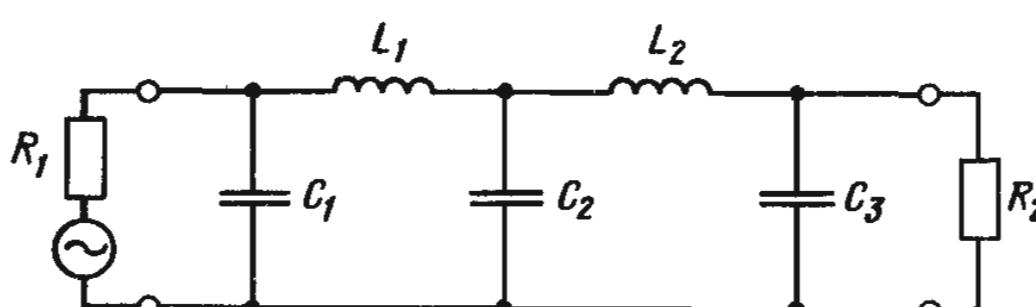


Рис. 5.12. Схема фильтра для примера 5.6.

$$L_1 = L_2 = g_2 R_H / \omega_{cp} = 1,618 \cdot 25 / (2\pi \cdot 10^9) = 6,3 \text{ нГн},$$

$$C_2 = g_3 / (R_H \omega_{cp}) = 2 / (25 \cdot 2\pi \cdot 10^9) = 12,7 \text{ пФ}.$$

4. Затухание, вносимое фильтром на частоте 2 ГГц, рассчитывается по (5.4):

$$L(2 \text{ ГГц}) = 10 \lg [1 + (2/1)^{10}] \approx 30 \text{ дБ.}$$

5. Построим схему фильтра на элементах с распределенными параметрами (рис. 5.13), эквивалентную схеме со сосредоточенными элементами на рис. 5.12.

При проектировании устройств из отрезков линии передачи можно варьировать двумя параметрами: волновым сопротивлением и длиной.

Обычно при создании фильтров волновое сопротивление отрезков с высоким и низким волновыми сопротивлениями, необходимых для реализации эквивалентных сосредоточенных L и C , выбирается исходя из конструктивных особенностей линии, а требуемое значение величины элемента достигается подбором длины отрезка.

Ограничения на максимальное и минимальное значения волнового сопротивления линии зависят в каждом конкретном случае от используемых материалов. При реализации фильтра на симметричной полосковой линии с $\epsilon_r = 4$ ширина полоски в питающей линии с волновым сопротивлением 25 Ом равна 7 мм* и может быть определена по программе 2.5 из гл. 2. Рассмотрим ограничения, накладываемые на выбор ширины полоски W_2 в отрезке линии с низким волновым сопротивлением (рис. 5.13), являющимся распределенным аналогом параллельного конденсатора C_{1n} в схеме на рис. 5.12. Наибольшая ширина W_2 ограничена размером, при котором в линии возникает поперечный резонанс. Поэтому целесообразно выбирать ее не более четверти длины волны на самой высокой рабочей частоте (пусть в данном случае эта величина равна 1,5 см). Это позволяет сохранять одноволновой режим в линии. При $W_2 = 1,5$ см волновое сопротивление равно 12,5 Ом. Минимальная ширина полоски W_3 ограничивается принятой технологией и обычно должна быть не менее 1 мм. При $W_3 = 1$ мм волновое сопротивление отрезка равно 70 Ом.

Прежде чем продолжать расчет, напомним, что в проводимом приближении синтезе схемы фильтра не учитывается влияние неоднородностей, возникающих в местах стыка отрезков с разными волновыми сопротивлениями. Влияние неоднородностей обсуждается в конце данного раздела. Кроме того, в списке литературы к данной главе имеются работы, где более подробно рассмотрено влияние неоднородностей в различных линиях передачи.

6. После выбора величин W_2 и W_3 определим длины всех отрезков линии в фильтре, являющихся аналогами реактивных элементов в схеме фильтра-прототипа нижних частот. В формулы (5.9) и (5.10), из которых определяется длина отрезков линии, входит величина $\beta = 2\pi/\lambda_g$, где λ_g – длина волны в линии, соответствующая каждому из отрезков.

Длина отрезка линии, реализующего индуктивность L ,

$$l_L = \frac{\lambda_g L}{2\pi} \arcsin(\omega L | Z_{BL}),$$

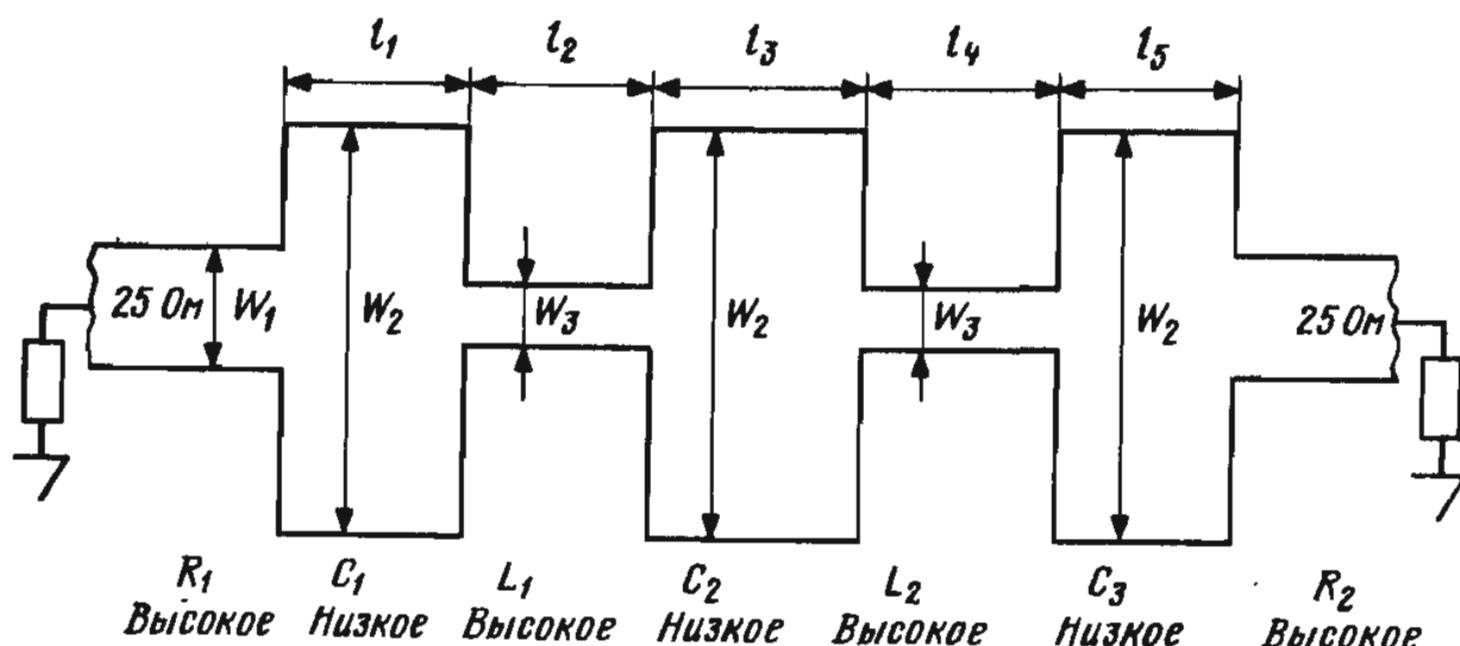


Рис. 5.13. Фильтр нижних частот на элементах с распределенными параметрами

* Очевидно, при расчете автор задал величину $b = 5$ мм. – Прим. перев.

где λ_{gL} и Z_{BL} – соответственно длина волны и волновое сопротивление для этого отрезка линии.

Длина отрезка линии, реализующего емкость C ,

$$l_C = \frac{\lambda_{gC}}{2\pi} \arcsin(\omega C Z_{BC}),$$

где λ_{gC} и Z_{BC} – соответственно длина волны и волновое сопротивление для этого отрезка линии.

Отметим, что в этих выражениях аргумент функции синус подставляется в радианах. В общем случае $\lambda_{gL} \neq \lambda_{gC}$, так как длина волны может зависеть от волнового сопротивления, что имеет место, например, в микрополосковой линии. В симметричной полосковой линии $\lambda_{gL} = \lambda_{gC} = \lambda_g$, где

$$\lambda_g = 3 \cdot 10^{10} / (10^9 \sqrt{4}) = 15 \text{ см.}$$

Поскольку $L_1 = L_2 = 6,3$ нГи, то

$$l_2 = l_4 = \frac{15}{2\pi} \arcsin \left(\frac{2\pi \cdot 10^9 \cdot 6,3 \cdot 10^{-9}}{70} \right) = 1,44 \text{ см.}$$

Если при вычислениях значения функции \arcsin получаются в градусах, то их следует перевести в радианы по формуле

$$\text{Радианы} = \frac{2\pi}{360} \cdot (\text{значение в градусах}).$$

Теперь рассчитываем длины отрезков, соответствующих конденсаторам с параметрами $C_1 = C_3 = 4 \text{ пФ}$ и $C_2 = 12,7 \text{ пФ}$:

$$l_1 = l_5 = \frac{15}{2\pi} \arcsin(2\pi \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-12} \cdot 12,5) = 0,75 \text{ см},$$

$$l_3 = \frac{15}{2\pi} \arcsin(2\pi \cdot 10^9 \cdot 12,7 \cdot 10^{-12} \cdot 12,5) = 3,6 \text{ см.}$$

На этом проектирование фильтра в первом приближении заканчивается.

Полученное значение $l_3 = 3,6$ см довольно велико*. Для уменьшения длины отрезка l_3 следует снизить его волновое сопротивление. При рассчитанных длинах всех отрезков общая длина конструкции около 8 см, что составляет примерно половину длины волны в линии на частоте 1 ГГц.

В проведенном выше первоначальном расчете не учитывалось влияние концевых емкостей в эквивалентной П-образной схеме отрезка линии с высоким волновым сопротивлением. Реактивное сопротивление этих конденсаторов

$$X_C = Z_{BL} / \operatorname{tg}(\beta l_L / 2),$$

или в случае короткого отрезка линии

$$C_{\text{кон}} = l_L / (Z_{BL} 2f \lambda_{gL}). \quad (5.18)$$

Аналогично пренебрегалось влиянием концевых индуктивностей в эквивалентной Т-образной схеме отрезка линии с низким волновым сопротивлением. Величины этих индуктивностей можно определить по формуле

$$L_{\text{коиц}} = l_C Z_{BC} / (2f \lambda_{gC}). \quad (5.19)$$

Для более точного описания реальной физической ситуации следует эти параметры включить в первоначальный расчет.

Конструкцию фильтра (рис. 5.13) представим в виде эквивалентной схемы, состоя-

* В рассматриваемой линии $\lambda_g / 8 \approx 1,9$ см, т. е. не выполняются ограничения, указанные в табл. 5.3 – Прим. перев.

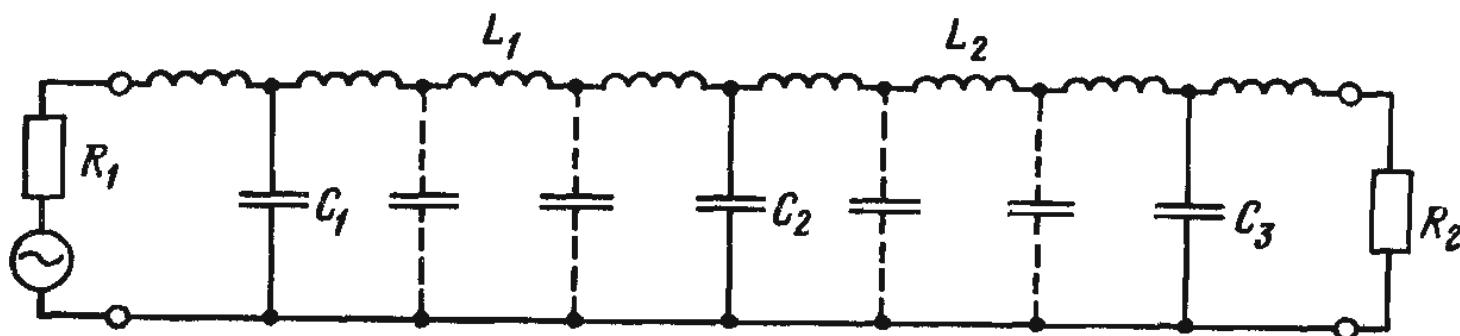


Рис. 5.14. Эквивалентная схема для примера 5.6, использующая полные Т- и П-образные эквивалентными схемами замещения для каждого отрезка линии

щей из сосредоточенных элементов, включив в нее концевые емкости и индуктивности. Такая эквивалентная схема (рис. 5.14) более точно аппроксимирует конструкцию на рис. 5.13, чем схема фильтра-прототипа на рис. 5.12. Схема на рис. 5.14 образуется полными Т- и П-образными эквивалентными схемами для каждого отрезка линии, входящего в конструкцию фильтра.

Следующим шагом, служащим продолжением первоначально выполненного расчета, где пренебрегалось влиянием концевых реактивностей, является вычисление величин концевых элементов по формулам (5.18) и (5.19).

Расчет элементов эквивалентной схемы на рис. 5.14 выполняем следующим образом. Вначале скорректируем полученные ранее величины емкостей, не учитывая концевые индуктивности. Это позволяет при проектировании фильтра учесть влияние концевых емкостей для отрезков линии, реализующих индуктивности. Коррекция состоит в вычитании рассчитанных величин концевых емкостей из полученных ранее величин емкостей C_1 , C_2 и C_3 . Новые значения емкостей используются для определения новых длин отрезков, их реализующих. После этого вычисляем величины концевых индуктивностей для отрезков линии с низким волновым сопротивлением. Полученные значения вычитаем из рассчитанных ранее величин L_1 и L_2 для фильтра-прототипа. Находим новые длины отрезков, реализующих новые значения индуктивностей.

Описанный выше процесс вычисления концевых индуктивностей и емкостей, которые используются для коррекции параметров ранее рассчитанных элементов фильтра-прототипа и получения уточненных длин отрезков линии, повторяется до тех пор, пока скорректированные величины индуктивностей и емкостей не начнут приближаться к некоторым фиксированным значениям. Таким путем определяются уточненные величины длин отрезков, рассчитанные вначале с помощью фильтра-прототипа на сосредоточенных элементах. Вычислительная программа 5.5 LPF с помощью итерационной процедуры, описанной выше, позволяет проводить приближенный синтез фильтров нижних частот на элементах с распределенными параметрами.

JE FORMATTED LISTING
FILE: PROGRAM 5.5 LPF
PAGE-1

```

10 REM *** СИНТЕЗ ПОЛОСКОВЫХ ФИЛЬТРОВ НИЖНИХ ЧАСТОТ ***
20 REM ЭТА ПРОГРАММА ВЫЧИСЛЯЕТ
30 REM ДЛИНЫ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНО ВКЛЮЧЕННЫХ
40 REM ОТРЕЗКОВ ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ, РЕАЛИЗУЮЩИХ
50 REM ФИЛЬТР НИЖНИХ ЧАСТОТ С МАКС. ПЛОСКОЙ
60 REM ИЛИ ЧЕБЫШЕВСКОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ.
70 REM ПРИ ВЫЧИСЛЕНИИ УЧИТЫВАЮТСЯ
80 REM КОНЦЕВЫЕ РЕАКТИВНОСТИ
90 REM Т- И П-ОБРАЗНЫХ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ СХЕМ.
100 REM Z0 = ВОЛН. СОПРОТ. ПОДВОДЯЩИХ ЛИНИИ В ОМАХ
110 REM Z1 = ВОЛН. СОПРОТ. ОТРЕЗКА, РЕАЛИЗУЮЩЕГО ИНДУКТИВНОСТЬ, В ОМАХ
120 REM
130 REM
140 REM

```

```

150 REM Z2 = ВОЛН. СОПРОТ. ОТРЕЗКА, РЕАЛИЗУЮЩЕГО ЕМКОСТЬ, В ОМАХ
160 REM E0 = ДИЭЛЕКТРИЧ. ПРОНИЦ. ПОДВОДЯЩИХ ЛИНИЙ
170 REM E1 = ДИЭЛЕКТРИЧ. ПРОНИЦ. ОТРЕЗКА, РЕАЛИЗУЮЩЕГО ИНДУКТИВНОСТЬ,
REM      В ОМАХ
180 REM E2 = ДИЭЛЕКТРИЧ. ПРОНИЦ. ОТРЕЗКА, РЕАЛИЗУЮЩЕГО ЕМКОСТЬ, В ОМАХ
190 REM W = ЧАСТОТА СРЕЗА В ГГЦ
200 REM R = АМПЛИТУДА ОСЦИЛЛАЦИИ В ДБ В ПОЛОСЕ ПРОПУСКАНИЯ
210 REM N = ЧИСЛО ЗВЕНЬЕВ В ФИЛЬТРЕ
220 REM
240 DIM G(100),A(100),B(100),F(100),L(100)
245 CLS
250 LET PI = 3.141592654
260 PRINT
270 PRINT "ВВЕДИТЕ ВОЛН. СОПРОТ. ПОДВОДЯЩИХ ЛИНИЙ В ОМАХ"
280 INPUT Z0
290 PRINT "ВВЕДИТЕ ВОЛН. СОПРОТ. ОТРЕЗКА, РЕАЛИЗУЮЩЕГО ЕМКОСТЬ, В ОМАХ"
300 INPUT Z2
310 PRINT "ВВЕДИТЕ ВОЛН. СОПРОТ. ОТРЕЗКА, РЕАЛИЗУЮЩЕГО ИНДУКТИВНОСТЬ,
      В ОМАХ"
320 INPUT Z1
330 PRINT "ВВЕДИТЕ ЭФ. ДИЭЛЕКТРИЧ. ПРОНИЦ. ПОДВОДЯЩИХ ЛИНИЙ"
340 INPUT E0
345 PRINT "ВВЕДИТЕ ЭФ. ДИЭЛЕКТРИЧ. ПРОНИЦ. ОТРЕЗКА, РЕАЛИЗУЮЩЕГО
      ЕМКОСТЬ"
347 INPUT E2
350 PRINT "ВВЕДИТЕ ЭФ. ДИЭЛЕКТРИЧ. ПРОНИЦ. ОТРЕЗКА, РЕАЛИЗУЮЩЕГО
      ИНДУКТИВНОСТЬ"
360 INPUT E1
370 PRINT "ВВЕДИТЕ АМПЛИТУДУ ОСЦИЛЛАЦИИ В ДБ В ПОЛОСЕ ПРОПУСКАНИЯ"
380 PRINT "ДЛЯ ФИЛЬТРА С МАКС. ПЛОСКОЙ ХАР-КОЙ ВВЕДИТЕ 0"
390 INPUT R
400 PRINT "ВВЕДИТЕ ЧИСЛО ЗВЕНЬЕВ В ФИЛЬТРЕ"
410 PRINT "ЭТО ЧИСЛО ДОЛЖНО БЫТЬ"
415 PRINT "НЕЧЕТНЫМ И БОЛЬШИМ ЕДИНИЦЫ"
416 PRINT "ЧТОБЫ КОНСТРУКЦИЯ ЧЕБЫШЕВСКОГО ФИЛЬТРА"
417 PRINT "БЫЛА СИММЕТРИЧНОЙ"
420 INPUT N
424 PRINT "ВВЕДИТЕ ЧАСТОТУ СРЕЗА В ГГЦ"
425 INPUT W
430 PRINT
440 PRINT "*****"
450 PRINT
460 IF R = 0 THEN
    PRINT "ФИЛЬТР С МАКС. ПЛОСКОЙ ХАР-КОЙ: - - - -"
470 IF R < > 0 THEN
    PRINT "ФИЛЬТР С ЧЕБЫШЕВСКОЙ ХАР-КОЙ: - - - -"
480 PRINT
490 PRINT "ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ"
500 PRINT
510 PRINT "ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ"
520 PRINT " 1. ПОДВОДЯЩИХ ЛИНИИ "Z0" ОМ"
530 PRINT " 2. ОТРЕЗКОВ, РЕАЛИЗУЮЩИХ ИНДУКТИВНОСТЬ "Z1" ОМ"
540 PRINT " 3. ОТРЕЗКОВ, РЕАЛИЗУЮЩИХ ЕМКОСТЬ "Z2" ОМ"
545 PRINT
550 PRINT "ЭФФЕКТИВНАЯ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПРОНИЦАЕМОСТЬ"
560 PRINT " 1. ПОДВОДЯЩИХ ЛИНИИ "E0
570 PRINT " 2. ОТРЕЗКОВ, РЕАЛИЗУЮЩИХ ИНДУКТИВНОСТЬ "E1
580 PRINT " 3. ОТРЕЗКОВ, РЕАЛИЗУЮЩИХ ЕМКОСТЬ "E2
590 PRINT
600 IF R < > 0 THEN
    PRINT "АМПЛИТУДА ОСЦИЛЛАЦИИ В ПОЛОСЕ ПРОПУСКАНИЯ "R" ДБ"
610 PRINT "ЧИСЛО ЗВЕНЬЕВ В ФИЛЬТРЕ "N
615 PRINT "ЧАСТОТА СРЕЗА "W" ГГЦ"
617 PRINT "НАЖМИТЕ ЛЮБУЮ КЛАВИШУ": INPUT TTT
620 LET W1 = 2 * PI * W
630 IF R < > 0 THEN
    700
640 REM G-ПАРАМЕТРЫ ФИЛЬТРА С МАКС. ПЛОСКОЙ ХАР-КОЙ

```

```

650 LET G(1) = 1
660 LET G(N + 2) = 1
670 FOR I = 1 TO N
    LET G(I + 1) = 2 * SIN ((2 * I - 1) * PI / (2 * N))
690 NEXT I
695 GOTO B40
700 REM G-ПАРАМЕТРЫ ФИЛЬТРА С ЧЕБЫШЕВСКОЙ ХАР-КОЙ
710 LET D = R / 17.37
720 LET E = ( EXP (D) + EXP (- D))
730 LET E = E / ( EXP (D) - EXP (- D))
740 LET E = LOG (E)
750 LET C = 0.5 * ( EXP (E / 2 / N) - EXP (- E / 2 / N))
760 FOR I = 1 TO N
    LET A(I) = SIN ((2 * I - 1) * PI / 2 / N)
780 LET B(I) = C * C + ( SIN (I * PI / N)) ^ 2
790 IF I = 1 THEN
    LET F(1) = 2 * A(1) / C:
    GOTO B10
800 LET F(I) = 4 * A(I - 1) * A(I) / B(I - 1) / F(I - 1)
810 NEXT I
812 FOR I = 1 TO N
814 LET G(I + 1) = F(I)
816 NEXT I
820 LET G(1) = 1
830 LET G(N + 2) = 1
840 REM ВЫЧИСЛЕНИЕ ДЛИН ОТРЕЗКОВ ЛИНИИ
850 LET MID = (N + 1) / 2 + 1
860 LET K = 0
870 LET I1 = W1 * SQR (E1) / 30
880 LET I2 = W1 * SQR (E2) / 30
890 LET I3 = 0
900 FOR I = 2 TO MID STEP 2
    LET I4 = I
    LET K1 = Z2 * ( TAN(I1 * L(I - 1) / 2) + TAN(I1 * L(I + 1) / 2))
    LET K1 = (G(I) * Z0 - K1) / Z1
    LET K2 = 1 / SQR (1 / K1 / K1 - 1)
    LET K3 = ATN (K2) / I2
    IF ( ABS (L(I) - K3) - K3 / 1000) <= 0 THEN
        980
    LET I3 = 1
    LET L(I) = K3
990 NEXT I
1000 LET K = K + 1
1010 IF (I4 - MID) = 0 THEN
    1030
1020 LET L(I4 + 2) = L(I4)
1030 FOR I = 3 TO MID STEP 2
    LET I1 = I
    LET K1 = ( TAN(I2 * L(I - 1) / 2) + TAN(I2 * L(I + 1) / 2)) / Z1
    LET K1 = (G(I) / Z0 - K1) * Z2
    LET K2 = 1 / SQR (1 / K1 / K1 - 1)
    LET L(I) = ATN (K2) / I1
1090 NEXT I
1100 IF (I4 - MID) = 0 THEN
    1110
1105 LET L(I4 + 2) = L(I4)
1110 IF (I3 * (K - 10)) < 0 THEN
    890
1120 LET K1 = Z0 * Z0 * ( TAN (I2 * L(2) / 2) / Z1) / Z1
1130 LET K2 = 1 / SQR (1 / (K1 * K1) - 1)
1140 LET L(1) = ATN (K2) / I2
1150 PRINT
1160 REM ПЕЧАТЬ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ
1170 PRINT
1180 PRINT TAB(1) ; "ОТРЕЗОК" ; TAB(6) ; "G-ПАРАМ." ; TAB(14) ; " ДЛИНА"
    ; TAB(22) ; "ВОЛНОВОЕ СОПРОТ."
1190 PRINT TAB(15) ; "(CM)" ; TAB(30) ; "(DM)"
1200 PRINT

```

```

1205 LET I = 0
1210 PRINT TAB(1);I;TAB(7);INT(G(1)*1000+.5)/1000;TAB(15);"- - - -"
      ;TAB(25);INT(Z0*100+.5)/100
1220 LET K4 = 2 * (MID - 1)
1230 FOR I = 2 TO K4
1240     LET I4 = I - 1
1250     LET I5 = I
1260     IF (I - MID) < = 0 THEN
         1280
1270     LET I5 = K4 - I + 2
1280     IF (2 * INT (I / 2) - I) < > 0 THEN
         1310
1290     PRINT TAB(1);I4;TAB(7);INT(G(I5)*1000+.5)/1000;TAB(15);
           INT(L(I5-1)*1000+.5)/1000;TAB(25);INT(Z1*100+.5)/100
1300     GOTO 1314
1310     PRINT TAB(1);I4;TAB(7);INT(G(I5)*1000+.5)/1000;TAB(15);
           INT(L(I5-1)*1000+.5)/1000;TAB(25);INT(Z2*100+.5)/100
1314 NEXT I
1316 PRINT TAB(1);K4;TAB(7);INT(G(1)*1000+.5)/1000;TAB(15);"- - - -"
      ;TAB(25);INT(Z0*100+.5)/100
1318 PRINT
1320 PRINT
1330 PRINT "*****"
1340 PRINT
1350 PRINT "ДЛЯ РАСЧЕТА СЛЕДУЮЩЕГО ВАРИАНТА ВВЕДИТЕ 1"
1360 PRINT "ДЛЯ ОКОНЧАНИЯ РАБОТЫ ВВЕДИТЕ 0"
1370 INPUT I
1380 IF I = 1 THEN
      245
1390 PRINT
1400 PRINT "**** КОНЕЦ ПРОГРАММЫ ****"
1410 END

```

КОНЕЦ ТЕКСТА ПРОГРАММЫ

JRUN

ВВЕДИТЕ ВОЛН. СОПРОТ. ПОДВОДЯЩИХ ЛИНИЙ В ОМАХ

?50

ВВЕДИТЕ ВОЛН. СОПРОТ. ОТРЕЗКА, РЕАЛИЗУЮЩЕГО ЕМКОСТЬ, В ОМАХ

?20

ВВЕДИТЕ ВОЛН. СОПРОТ. ОТРЕЗКА, РЕАЛИЗУЮЩЕГО ИНДУКТИВНОСТЬ В ОМАХ

?130

ВВЕДИТЕ ЗФ. ДИЭЛЕКТРИЧ. ПРОНИЦ. ПОДВОДЯЩИХ ЛИНИЙ

?1

ВВЕДИТЕ ЗФ. ДИЭЛЕКТРИЧ. ПРОНИЦ. ОТРЕЗКА, РЕАЛИЗУЮЩЕГО ЕМКОСТЬ

?1

ВВЕДИТЕ ЗФ. ДИЭЛЕКТРИЧ. ПРОНИЦ. ОТРЕЗКА, РЕАЛИЗУЮЩЕГО ИНДУКТИВНОСТЬ

?1

ВВЕДИТЕ АМПЛИТУДУ ОСЦИЛЛАЦИИ В ДБ В ПОЛОСЕ ПРОПУСКАНИЯ

ДЛЯ ФИЛЬТРА С МАКС. ПЛОСКОЙ ХАР-КОЙ ВВЕДИТЕ 0

?0.01

ВВЕДИТЕ ЧИСЛО ЗВЕНЬЕВ В ФИЛЬТРЕ

ЭТО ЧИСЛО ДОЛЖНО БЫТЬ

НЕЧЕТНЫМ И БОЛЬШИМ ЕДИНИЦЫ,

ЧТОБЫ КОНСТРУКЦИЯ ЧЕБЫШЕВСКОГО ФИЛЬТРА

БЫЛА СИММЕТРИЧНОЙ

?5

ВВЕДИТЕ ЧАСТОТУ СРЕЗА В ГГЦ

?1.0

ФИЛЬТР С ЧЕБЫШЕВСКОЙ ХАР-КОЙ: - - - - -

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ

1. ПОДВОДЯЩИХ ЛИНИЙ 50 ОМ
2. ОТРЕЗКОВ, РЕАЛИЗУЮЩИХ ИНДУКТИВНОСТЬ 130 ОМ
3. ОТРЕЗКОВ, РЕАЛИЗУЮЩИХ ЕМКОСТЬ 20 ОМ

ЭФФЕКТИВНАЯ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПРОНИЦАЕМОСТЬ

1. ПОДВОДЯЩИХ ЛИНИЙ 1
2. ОТРЕЗКОВ, РЕАЛИЗУЮЩИХ ИНДУКТИВНОСТЬ 1
3. ОТРЕЗКОВ, РЕАЛИЗУЮЩИХ ЕМКОСТЬ 1

АМПЛИТУДА ОСЦИЛЛАЦИИ В ПОЛОСЕ ПРОПУСКАНИЯ .01 ДБ

ЧИСЛО ЗВЕНЬЕВ В ФИЛЬТРЕ 5

ЧАСТОТА СРЕЗА 1 ГГЦ

ОТРЕЗОК	С-ПАРАМ.	ДЛИНА (СМ)	ВОЛНОВОЕ СОПРОТ.
0	1	- - -	50
1	.756	.091	130
2	1.305	1.226	20
3	1.577	.157	130
4	1.305	1.226	20
5	.756	.091	130
6	1	- - -	50

ДЛЯ РАСЧЕТА СЛЕДУЮЩЕГО ВАРИАНТА ВВЕДИТЕ 1

ДЛЯ ОКОНЧАНИЯ РАБОТЫ ВВЕДИТЕ 0

?0

**** КОНЕЦ ПРОГРАММЫ ****

Электрические характеристики синтезированного фильтра можно рассчитать с помощью программы CASCADE (см. гл. 4).

5.2.1. ВЛИЯНИЕ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ

В рассматриваемой выше методике синтеза фильтров низких частот, состоящих из элементов с распределенными параметрами, не учитывалось влияние неоднородностей, возникающих в местах соединения отрезков линии с высоким и низким волновыми сопротивлениями. Неоднородность, возникающая при скачкообразном изменении поперечных размеров линии, носит обычно емкостный характер, и в подавляющем большинстве случаев ее можно представить на некоторой частоте в виде параллельной емкости или, что более точно, в виде Т-образной цепи. На рис. 5.15 изображены неоднородность в линии передачи и ее эквивалентная схема. Чтобы учесть влия-

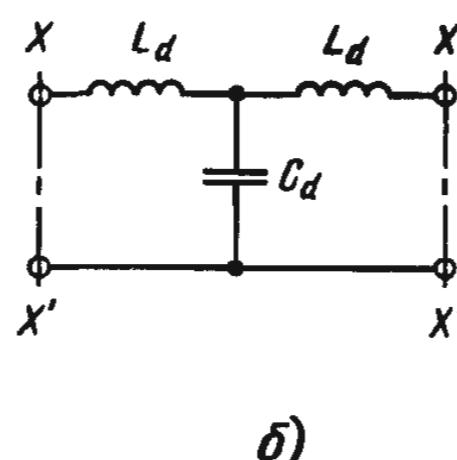
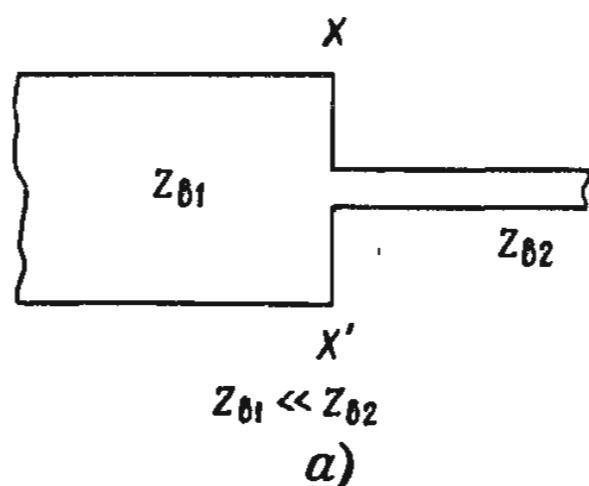


Рис. 5.15. Стык однородных полосковых линий с низким и высоким волновыми сопротивлениями (а) и эквивалентная схема неоднородности, возникающей в месте стыка (б)

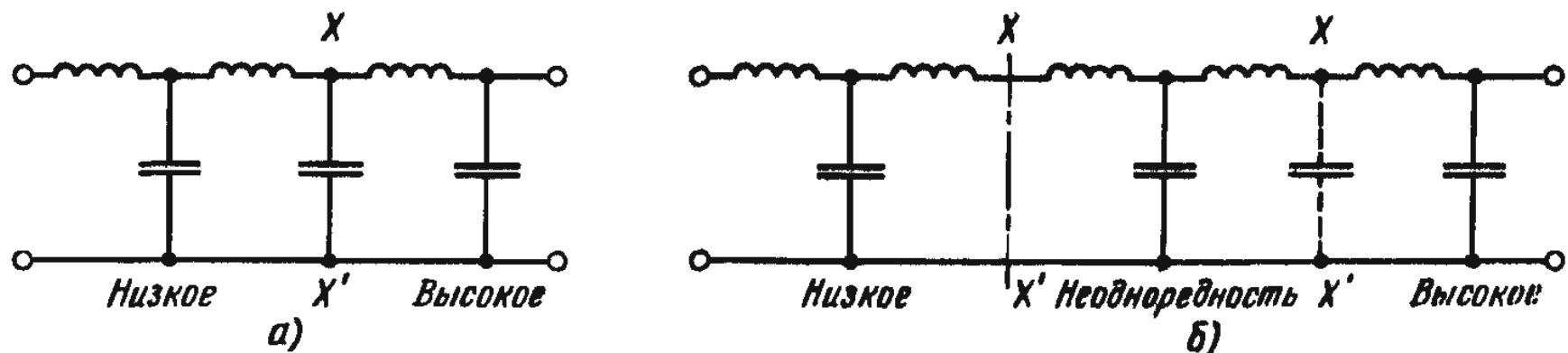


Рис. 5.16. Уточненная эквивалентная схема для примера 5.6.

ние неоднородности, необходимо уметь рассчитывать параметры элементов ее эквивалентной схемы, зависящие от типа линии и характера неоднородности. Для моделирования распределения электрических и магнитных полей вблизи неоднородности, а также получения эмпирических выражений, дающих результаты, близкие к теоретическим, обычно используют большие ЭВМ. Более подробно с этими вопросами можно ознакомиться в работах, список которых указан в конце главы.

На рис. 5.16, а показана простейшая эквивалентная схема соединения отрезков линии с высоким и низким волновыми сопротивлениями. Более точная эквивалентная схема с учетом Т-образной цепи, соответствующей неоднородности, показана на рис. 5.16, б. Следовательно, если в схему фильтра-прототипа на сосредоточенных элементах добавить дополнительные концевые реактивности, а также реактивности, соответствующие эквивалентной схеме неоднородностей, то получим уточненную эквивалентную схему фильтра на элементах с распределенными параметрами; синтез фильтра по полученной эквивалентной схеме проводится с помощью методики, рассмотренной в предыдущем разделе. Приведенные рассуждения показывают, что чем более точно описываются элементы с распределенными параметрами в конструкции фильтра, тем больше эквивалентная схема такого фильтра отличается от исходной схемы фильтра-прототипа низких частот. Реально изготовленные фильтры, как правило, требуют дополнительной настройки.

5.3. ПРОЕКТИРОВАНИЕ ФИЛЬТРОВ ВЕРХНИХ ЧАСТОТ НА ЭЛЕМЕНТАХ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

До сих пор рассматривался лишь синтез фильтров низких частот, выполненных на элементах с распределенными параметрами. Переходим теперь к синтезу фильтров верхних частот на аналогичных элементах, выполнив его на основе фильтра-прототипа из сосредоточенных элементов. При рассмотрении фильтра-прототипа верхних частот на сосредоточенных элементах (см. рис. 5.8) возникла проблема реализации последовательно включенного в линию передачи конденсатора. Самое простое решение – сделать зазор в центральном проводнике коаксиального кабеля или в полоске микрополосковой или симметричной полосковой линии. На первый взгляд такое решение очень заманчиво, однако на практике его не используют по двум причинам. Во-первых, для получения требуемых значений емкости в фильтре-прототипе из сосредоточенных элементов необходимы очень малые зазоры, воспроизвести которые при изготовлении весьма трудно. Во-вторых, зазор в токонесущем проводнике линии ведет себя не как чистая сосредоточенная емкость: его более точная эквивалентная схема представляет собой П-образную цепь, состоящую из последовательно и параллельно включенных емкостей. Поэтому использование таких зазоров нежелательно, пока не будут наложены их тщательный контроль и моделирование. Фильтры

верхних частот, содержащие элементы с распределенными параметрами, как правило, выполняются по гибридной технологии, где наряду с элементами с распределенными параметрами используются и сосредоточенные элементы, что позволяет реализовать требуемые схемные решения. Сосредоточенные конденсаторы в виде чипов, изготовленные с помощью тонкопленочной либо толстопленочной технологии, с успехом применяются на частотах до 20 ГГц. В примере 5.7 рассмотрен ФВЧ в коаксиальном исполнении, содержащий элементы как с сосредоточенными, так и с распределенными параметрами.

Пример 5.7. Рассчитать ФВЧ, состоящий из отрезков коаксиальной линии и конденсаторов. Фильтр должен быть трехзвенным с максимально плоской характеристикой, частотой среза 1 ГГц и встраиваться в линию с волновым сопротивлением 50 Ом. Внутренний диаметр внешнего проводника равен 0,762 см.

Решение

Дано: $n = 3$; характеристика максимально плоская; $R_H = R_0 = 50 \text{ Ом}$; $\omega_{cp} = 2\pi \cdot 10^9 \text{ рад/с}$.

1. Выбираем топологию схемы из рис. 5.17. С помощью программы GVAL рассчитываем параметры для фильтра-прототипа нижних частот:

$$g_0 = g_1 = g_3 = g_4 = 1,$$

$$g_2 = 2.$$

Определяем в фильтре верхних частот

$$C_1 = C_2 = 1/(2\pi \cdot 10^9 \cdot 1 \cdot 50) = 3,2 \text{ пФ},$$

$$L = 3,98 \text{ нГи.}$$

2. Задаемся величиной волнового сопротивления Z_{BL} отрезка коаксиальной линии, реализующего индуктивность L , например 100 Ом. Из табл. 5.3 видно, что для реализации параллельно включаемой индуктивности удобнее всего использовать короткозамкнутый шлейф, длина которого

$$l = Lf\lambda_g/Z_{BL} = Lv_\phi/Z_{BL},$$

при воздушном заполнении линии $v_\phi = 3 \cdot 10^{10} \text{ см/с}$, т. е.

$$l = 3 \cdot 10^{10} \cdot 3,98 \cdot 10^{-9} / 100 = 1,194 \text{ см.}$$

3. Фильтр должен встраиваться в линию с волновым сопротивлением 50 Ом. При расчете с помощью программы COAX (см. гл. 2) по заданному волновому сопротивлению коаксиальной линии 50 Ом и внутреннему диаметру внешнего проводника 0,762 см получаем при воздушном заполнении диаметр центрального проводника 0,33 см. Аналогично рассчитывается диаметр центрального проводника (0,14 см) короткозамкнутого отрезка линии, реализующего индуктивность L , волновое сопротивление которого 100 Ом, $\epsilon_r = 1$, а диаметр внешнего проводника такой же, как и для 50-омной линии.

4. Проектирование завершается синтезом последовательно включенных конденсаторов. Поскольку коаксиальная линия обладает осевой симметрией, удобно использовать в качестве C_1 и C_2 плоский конденсатор с круглыми обкладками. При расчете такого конденсатора можно пренебречь краевыми полями, если диаметр обкладок гораздо больше расстояния между ними. При этом емкость конденсатора

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r A/d,$$

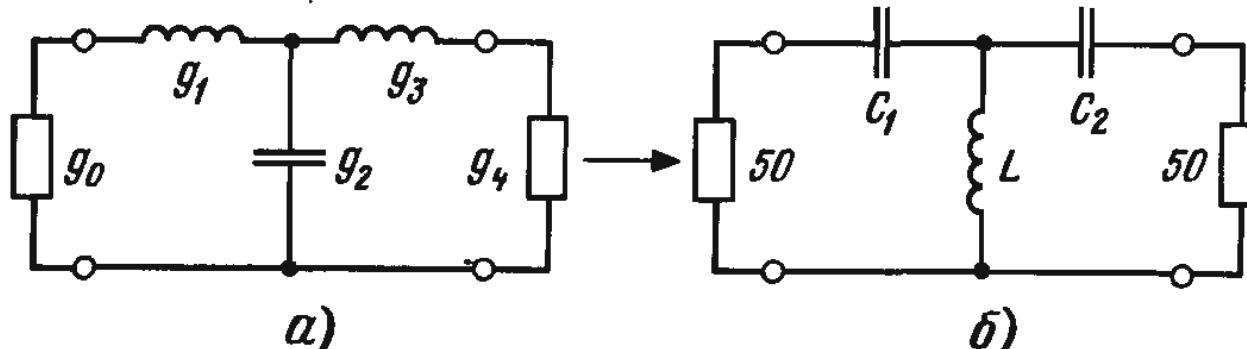


Рис. 5.17. Фильтр-прототип нижних частот (а) и эквивалентная схема фильтра верхних частот (б) для примера 5.7

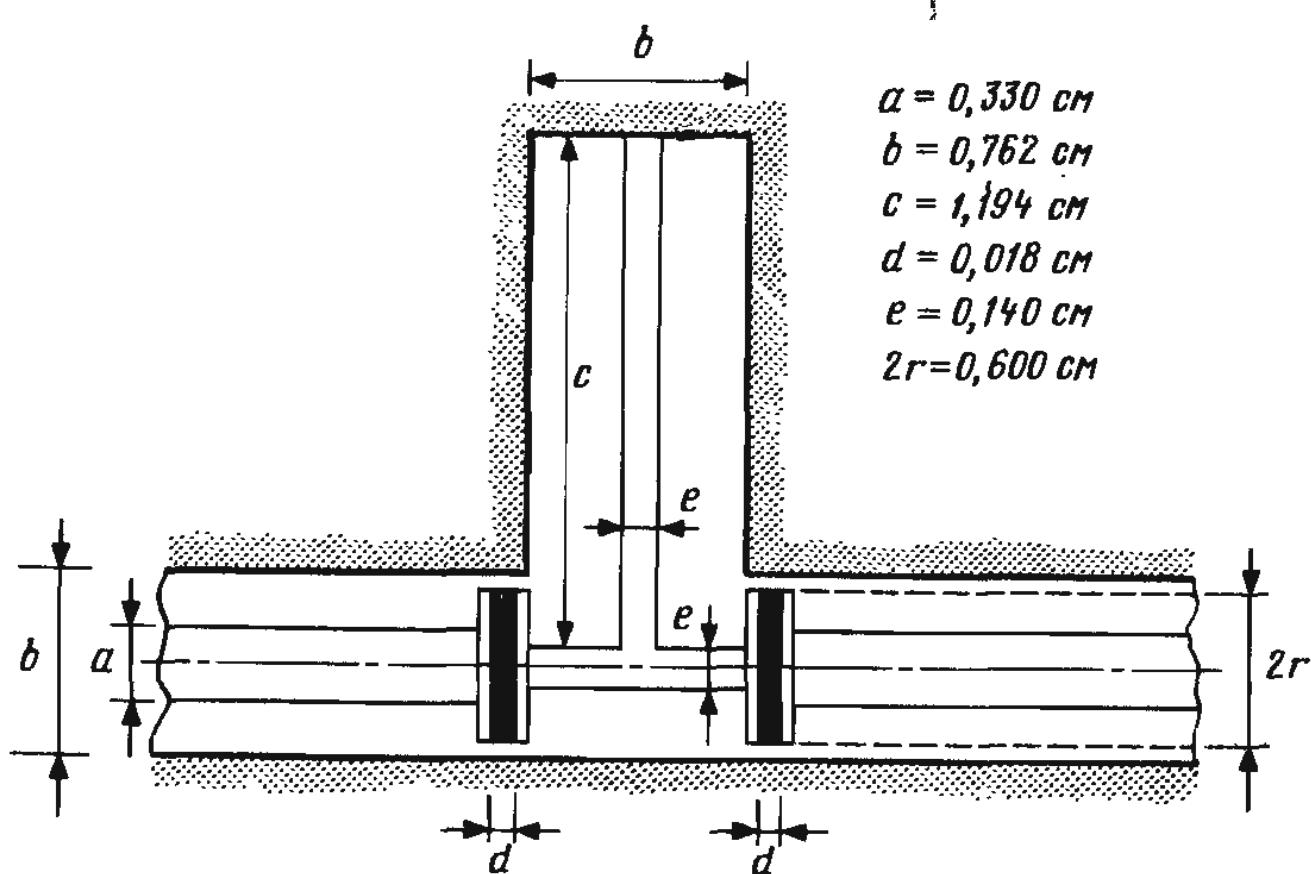


Рис. 5.18. Конструкция коаксиального фильтра верхних частот для примера 5.7

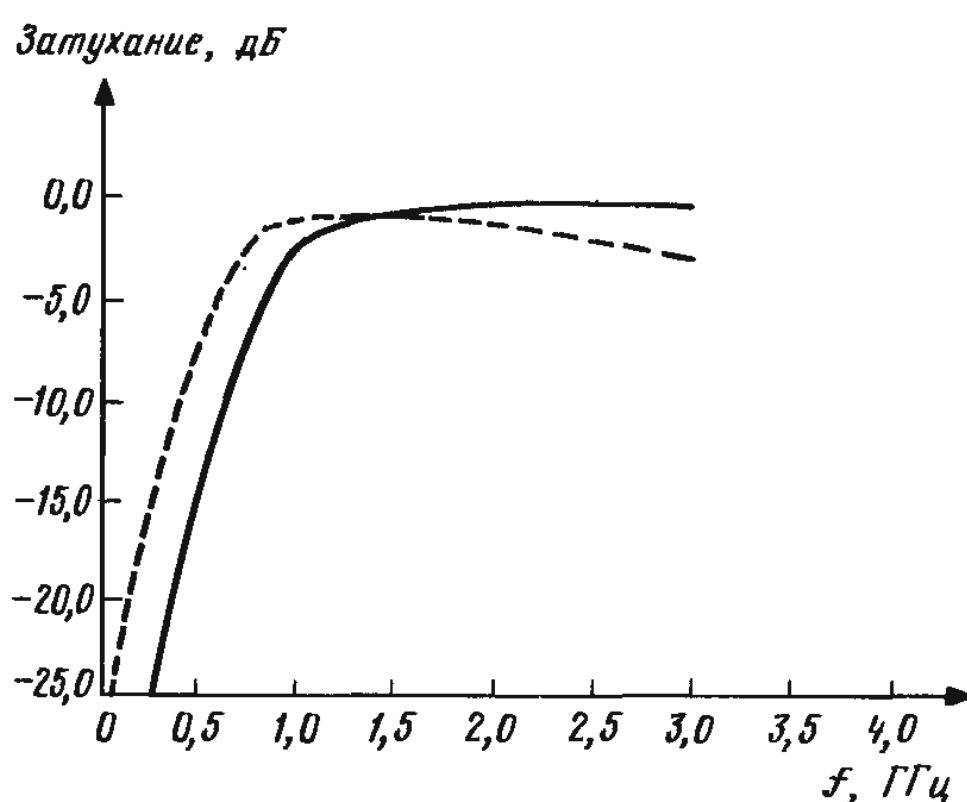


Рис. 5.19. Расчетные характеристики фильтра верхних частот на элементах с сосредоточенными (—) и распределенными (- - -) параметрами для примера 5.7

где $A = \pi r^2$ – площадь обкладок; d – расстояние между ними; r – радиус обкладок.

Чтобы подобный конденсатор помещался в коаксиальную линию, необходимо выполнение условия $0,33 < 2r < 0,762$. Выберем $2r = 0,6$ см, т. е. $r = 0,3$ см.

Выбрав заполняющий конденсатор диэлектрик $\epsilon_r = 2,3$, рассчитаем расстояние между обкладками:

$$d = \frac{8,854 \cdot 10^{-14} \cdot 2,3 \cdot \pi \cdot (0,3)^2}{3,2 \cdot 10^{-12}} = 0,018 \text{ см.}$$

На этом проектирование заканчивается. Синтезированная конструкция фильтра показана на рис. 5.18.

На рис. 5.19 приведена расчетная АЧХ фильтра, спроектированного в данном примере. Там же для сравнения нанесена АЧХ фильтра-прототипа верхних частот на сосредоточенных элементах (рис. 5.17, б).

5.4. ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПОЛОСОВЫХ ФИЛЬТРОВ НА ЭЛЕМЕНТАХ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

В примере 5.4 было показано, что при преобразовании фильтра-прототипа нижних частот из сосредоточенных элементов в полосовой фильтр из тех же элементов в последнем появляются последовательно и параллельно включаемые резонансные

LC-цепи. На первый взгляд иметь дело с параллельными и последовательными резонансными цепями затруднительно. Однако включаемые параллельно резонансные цепи сравнительно просто реализуются на элементах с распределенными параметрами, например на элементах D и F из табл. 5.3. Элемент D образован параллельно подключаемыми к линии шлейфами, реализующими сосредоточенные элементы *L* и *C*. Элемент F, представляющий отрезок однородной линии со слабой связью и с волновым сопротивлением Z_B , ведет себя как параллельная резонансная цепь. Следовательно, параллельные резонансные контуры, включаемые в линию параллельно, реализуются относительно просто. Как реализовать последовательный резонансный контур, включенный в линию последовательно? Самый простой путь – каскадное соединение отрезка линии с высоким волновым сопротивлением, реализующим индуктивность, с конденсатором, как в примере 5.7. Такое решение приемлемо лишь на относительно невысоких частотах, когда допустимо использование сосредоточенных элементов. По мере увеличения частоты приходится искать альтернативные решения. Один из возможных способов, позволяющий отказаться от сосредоточенных элементов, – такое преобразование эквивалентной схемы фильтра, при котором в схему не входят последовательные контуры *LC*, включенные последовательно.

Построения на рис. 5.20 показывают, как с помощью инверсии* входное сопротивление последовательного резонансного контура *LC* трансформируется в сопротивление, соответствующее параллельному резонансному контуру. Такую инверсию на фиксированной частоте выполняет четвертьволновый отрезок однородной линии передачи. Инверторы сопротивления подробно описаны в разд. 4.12 из [4], где получены основные расчетные формулы.

Процедура использования инверторов сопротивления при проектировании полосового фильтра из элементов с распределенными параметрами на основе фильтра-прототипа из сосредоточенных элементов подробно иллюстрируется на рис. 5.21.

На рис. 5.21, а изображена схема полосового фильтра-прототипа третьего порядка, параметры сосредоточенных элементов которого пересчитаны по описанной выше методике через *g*-параметры фильтра-прототипа низких частот. Если эта стадия проектирования выполнена, то следующий шаг – введение в схему инверторов сопротивления, обозначенных на рисунке буквой *K*. Инверторы преобразуют последовательные резонансные цепи в эквивалентные им параллельные (рис. 5.21, б).

Чтобы сопротивление *Z* фильтра не изменилось после введения инверторов, необходимо в схеме с инверторами заменить сопротивления нагрузки Z_B на Z_B^1 . Такой прием позволяет добиться равенства величин *L* и *C* во всей схеме фильтра, что

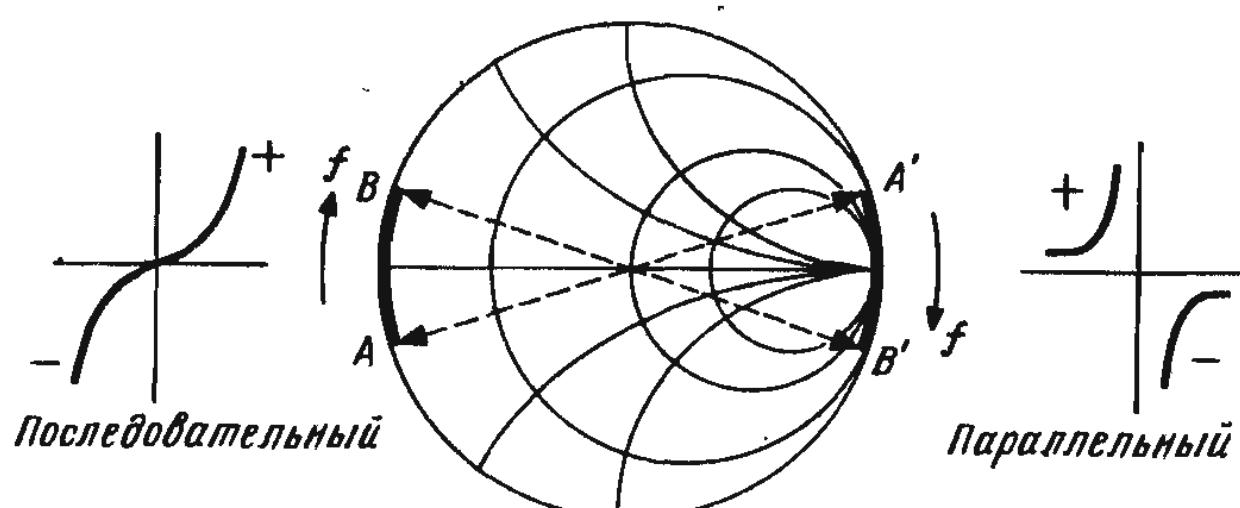


Рис. 5.20. Инверсия сопротивления четвертьволновым отрезком линии передачи

* Инверсия – преобразование, переводящее сопротивление *Z* в K^2/Z , где *K* – коэффициент инверсии. – Прим. перев.

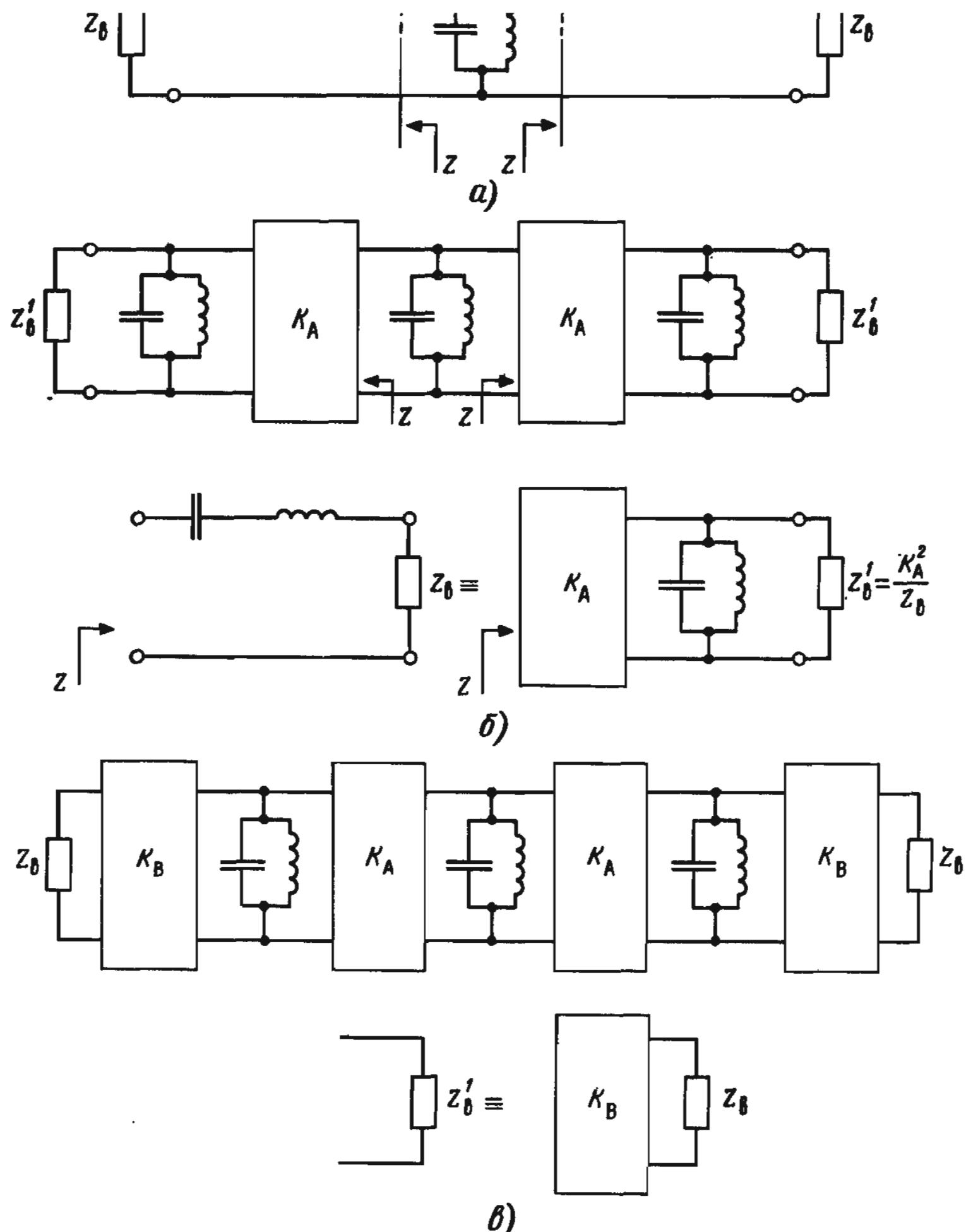
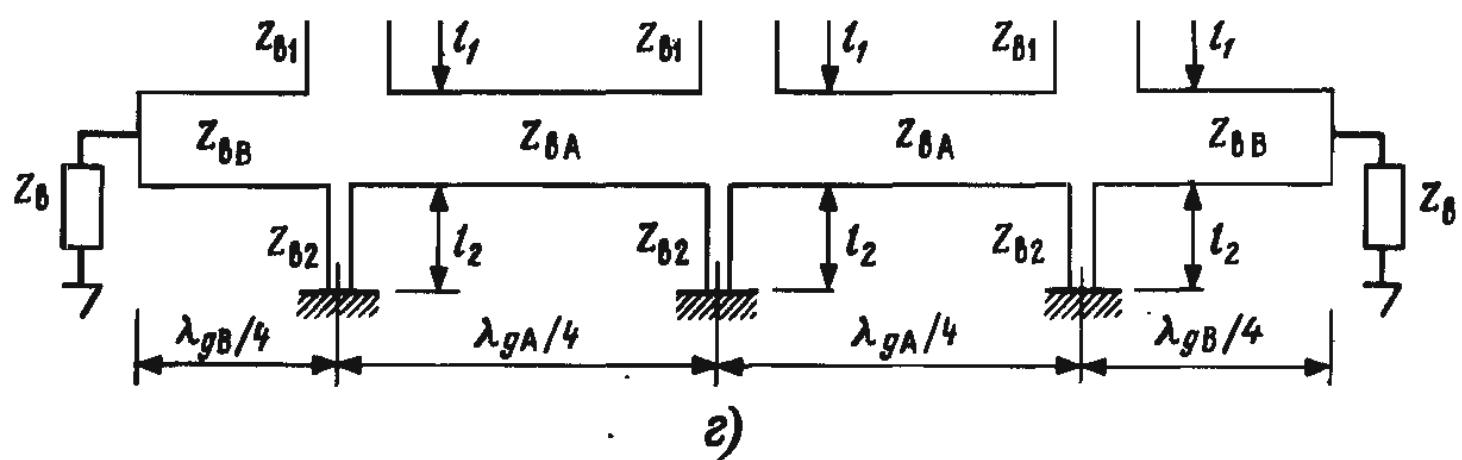


Рис. 5.21. Процедура реализации полосового фильтра:

- а) эквивалентная схема трехзвенного полосового фильтра; б) эквивалентная схема с инверторами сопротивления;
- в) схема прототипа со скорректированными сопротивлениями нагрузки; г) реализация фильтра с помощью параллельных шлейфов;
- д) схема прототипа с полуволновыми отрезками линии; е) эквивалентность между отрезком связанных линий и цепью, содержащей инвертор; ж) конструкция фильтра на встечных стержнях с модифицированными концевыми отрезками; з) более простая конструкция полосового фильтра на встречных стержнях

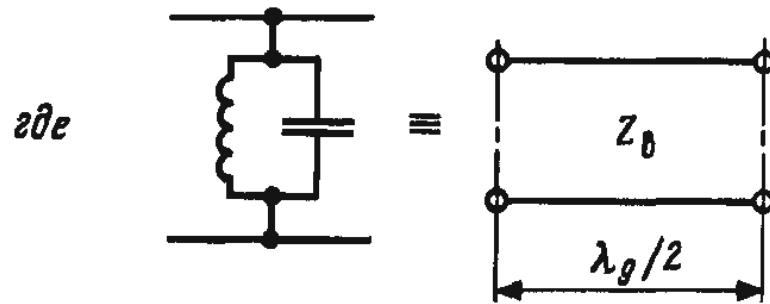
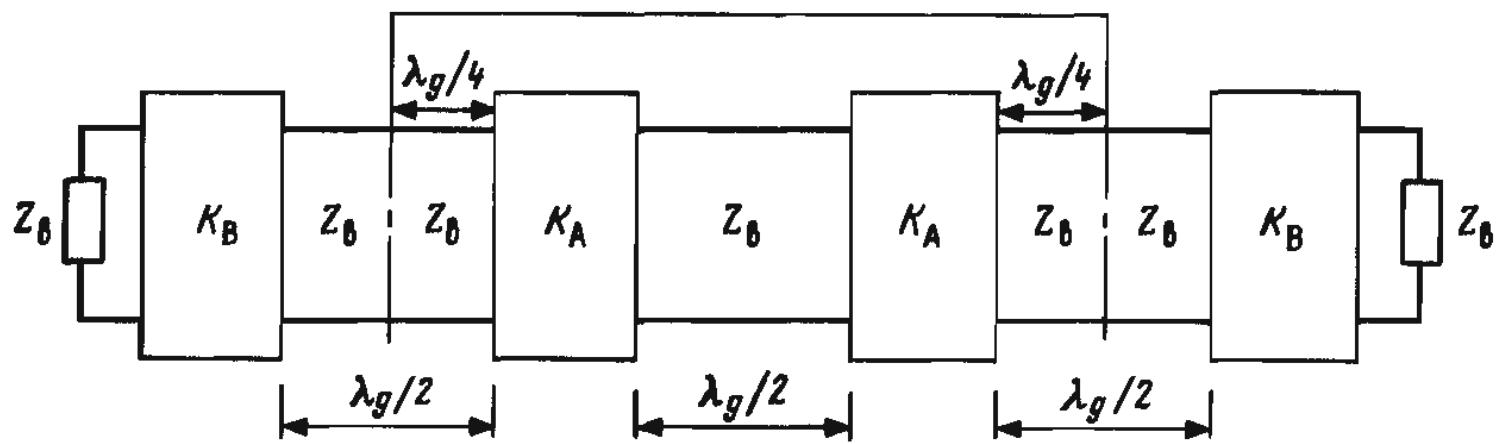
значительно упрощает его синтез. Включение дополнительных инверторов на входе и выходе фильтра, обозначенных буквой K_B на рис. 5.21, в, преобразуют сопротивление Z_B^1 в заданное, т. е. в Z_B . Показанная на рис. 5.21, в схема фильтра-прототипа из сосредоточенных элементов готова для синтеза.

Реализация фильтра из элементов с распределенными параметрами может быть выполнена различными способами. Один из них, весьма удобный при микрополосковом исполнении, основан на использовании короткозамкнутых и разомкнутых шлейфов в качестве параллельных резонансных контуров (рис. 5.21, г).

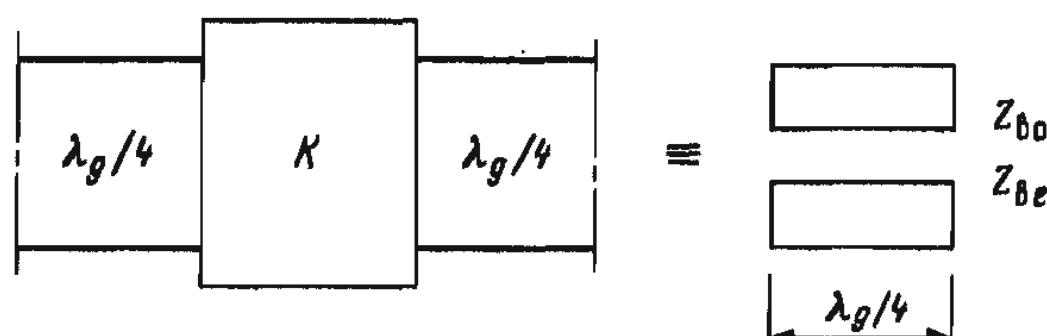


а)

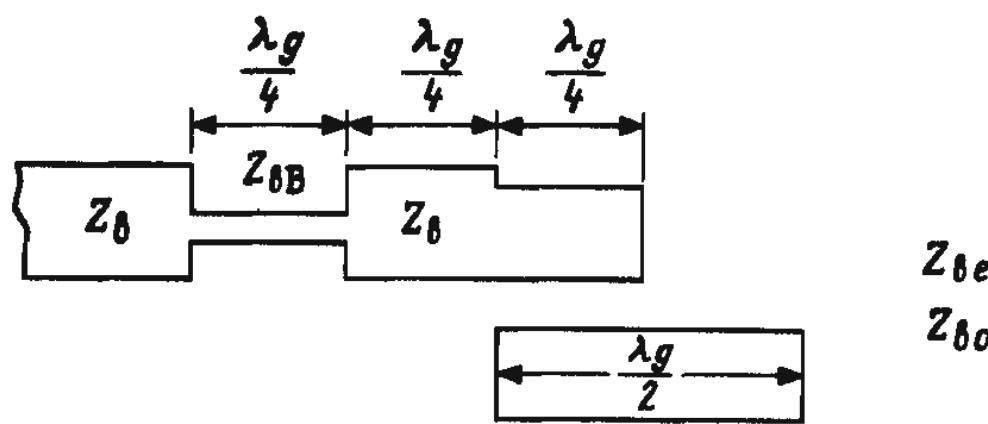
звено А



в)

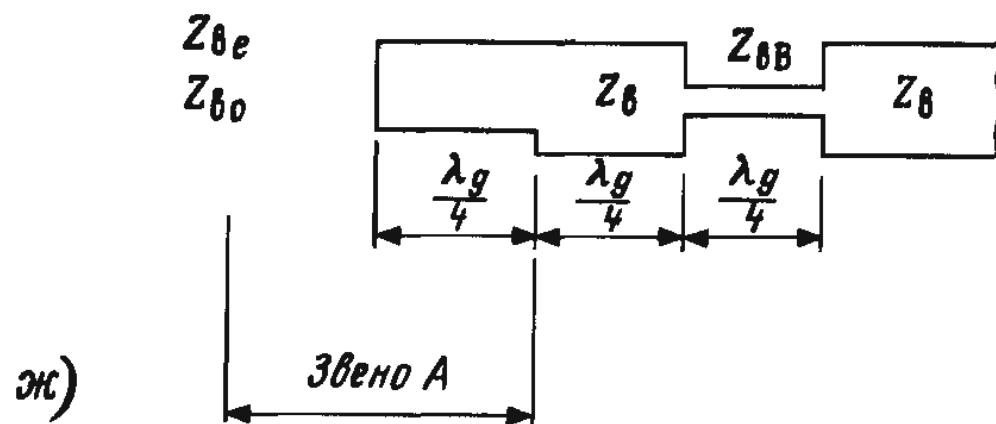


г)



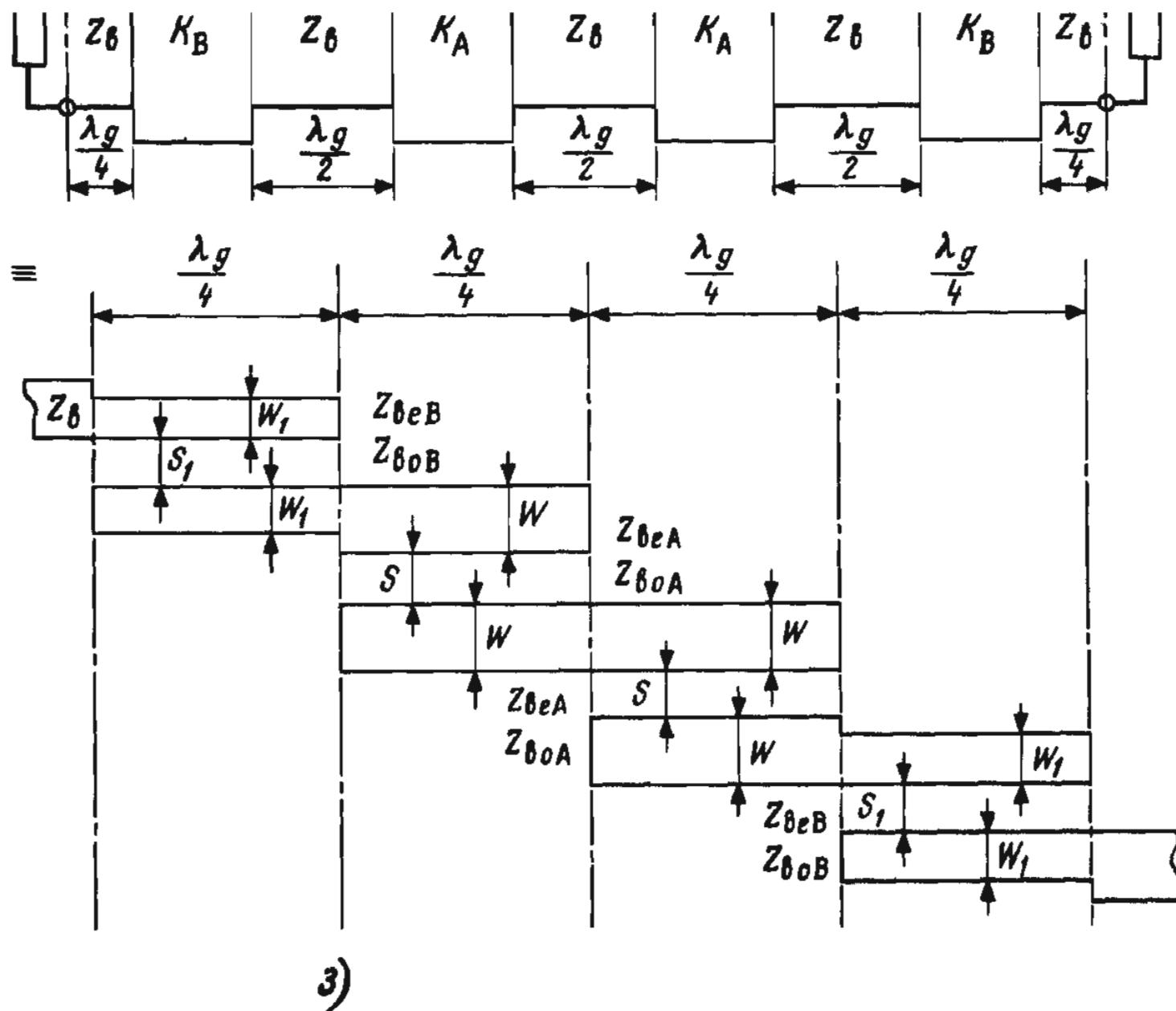
Z_{Be}

Z_{Bo}



е)

звено А



3)

Элементы, соответствующие инверторам сопротивления, выполняются в виде последовательно включенных четвертьволновых отрезков. В представленной конструкции все разомкнутые шлейфы имеют одинаковые длину l_1 и волновое сопротивление Z_{B1} , а все короткозамкнутые шлейфы – одинаковую длину l_2 и Z_{B2} . Рассматриваемую конструкцию можно модифицировать, подключив к отрезкам длиной l_2 вместо короткого замыкания дополнительный разомкнутый на конце четвертьволновый отрезок, входное сопротивление которого равно нулю на резонансной частоте. При такой модификации появляется дополнительное преимущество: через фильтр можно подавать от генератора к нагрузке постоянное напряжение смещения. Расчет шлейфов выполняется по формулам из табл. 5.3 (элемент D) с учетом того, что Z_{B1} намного меньше Z_{B2} .

Чтобы завершить расчет фильтра со шлейфами, находим волновые сопротивления отрезков линии в инверторах [4]:

$$Z_{BA} = \frac{2Z_B}{\pi B} (g_1 g_2)^{1/2}, \quad (5.20)$$

$$Z_{BB} = Z_B \left(\frac{2g_1}{\pi B} \right)^{1/2}. \quad (5.21)$$

Здесь Z_B – сопротивление, с которым сопрягается фильтр. Параметры g_1 и g_2 определяются при расчете нормированного фильтра-прототипа нижних частот (см. пример 5.1). Наконец, B – относительная полоса пропускания фильтра:

$$B = (\omega_B - \omega_i)/\omega_0.$$

Другой способ реализации параллельной LC -цепи заключается в использовании

отрезка линии передачи со слабой связью и волновым сопротивлением, равным сопротивлению, с которым сопрягается фильтр. Длина отрезка равна половине длины волны в линии на центральной частоте фильтра, что указано на рис. 5.21, д.

В ставшей теперь уже классической работе [5] показано, что по входу параметры инвертора с подключенными к его обоим концам четвертьволновым отрезкам линии совпадают с параметрами четвертьволнового отрезка связанных линий передачи при условии, что

$$Z_{be} = Z_b [1 + Z_b/K + (Z_b/K)^2], \quad (5.22)$$

$$Z_{bo} = Z_b [1 - Z_b/K + (Z_b/K)^2], \quad (5.23)$$

где Z_{be} и Z_{bo} – волновые сопротивления для четного и нечетного типов волн в связанных линиях.

Формулы (5.22) и (5.23) применяют к каждому из инверторов с подключенными к нему отрезками. Если Z_{be} и Z_{bo} известны, то с помощью программ СМІС и CSTRIP можно рассчитать ширину полосок и расстояние между ними, знание которых необходимо при проектировании фильтра. Используя указанную эквивалентность между отрезком связанных линий и встроенным в линию инвертором K , удается получить весьма удобную топологию. Такой тип фильтров получил название фильтров на встречных стержнях. Топология фильтра третьего порядка показана на рис. 5.21, ж. Обратите внимание на реализацию выделенной на рисунках секции А, а также на реализацию с помощью последовательного соединения четвертьволнового отрезка и четвертьволнового отрезка, являющегося инвертором, концевых участков схемы.

Более привычной является конструкция фильтра на встречных стержнях, получаемая при подключении к входу и выходу фильтра (рис. 5.21, ж) дополнительных четвертьволновых отрезков линии. Это позволяет синтезировать симметричную конструкцию, изображенную на рис. 5.21, з. Топология на рис. 5.21, з находит широкое применение в технике и позволяет создавать фильтры с полосой пропускания до 15 – 20 %. Ограничения в полосе пропускания обусловлены в основном вариациями фазовых скоростей для четной и нечетной мод на частотах, отличных от расчетной. Реализация фильтров с полосой пропускания более 20 % усложняется из-за весьма малых трудно реализуемых и воспроизводимых расстояний между полосками связанных линий в оконечных звеньях. Чтобы устранить эту трудность, используют топологию на рис. 5.21, ж, обладающую еще и тем преимуществом, что число отрезков связанных линий для трехзвенного фильтра здесь не четыре, как на рис. 5.21, з, а всего два.

При реализации фильтров высоких порядков необходимы подложки больших размеров. Для уменьшения площади, занимаемой фильтром заданного порядка, применяют различные компактные конструкции фильтров на встречных стержнях. Две подобные конструкции фильтра третьего порядка, широко используемые на практике, изображены на рис. 5.22. Существуют конструкции и с иным расположением проводников. Окончательный выбор конструкции зависит от конкретных требований в каждой из разработок.

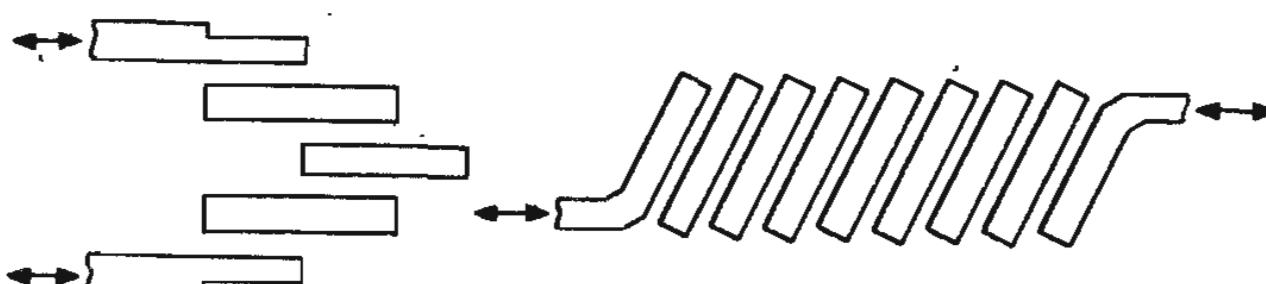


Рис. 5.22. Эквивалентные компактные конструкции фильтров на встречных стержнях

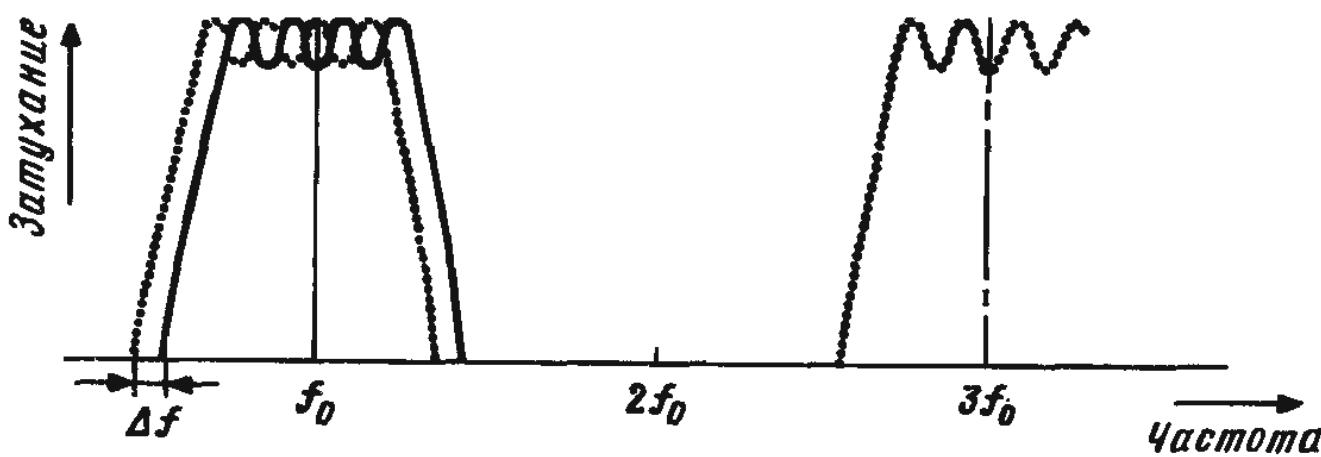


Рис. 5.23. Отклонение характеристики фильтра на встречных стержнях (. . .) от аналогичной для фильтра-прототипа (—)

Проблема выбора длины резонаторов при использовании боковой связи до сих пор не рассматривалась. Предполагалось, что физическая длина резонаторов точно равна половине длины волны в линии. В этом случае не учитываются разные паразитные эффекты, что приводит к отклонению частотной характеристики фильтра от желаемой (рис. 5.23). Как видно из рис. 5.23, приходится сталкиваться с двумя проблемами.

Первая связана с появлением дополнительных полос пропускания на частотах, отличных от расчетных, что обусловлено периодичностью характеристик отрезков линии передачи и следует учитывать при проектировании. Полосовой фильтр-прототип на сосредоточенных элементах подобных дополнительных полос пропускания не имеет.

Вторая проблема связана со смещением вниз по частоте измеренной частотной характеристики на величину Δf относительно центральной частоты. Наличие этого сдвига – свидетельство завышения длины резонаторов, т. е. их длина превышает половину длины волны в линии на центральной частоте фильтра. Однако физическая длина резонаторов выбирается равной половине длины волны в линии. Что же вызывает увеличение электрической длины резонаторов? Основной вклад вносят краевые емкости на концах разомкнутых отрезков линии, образующих резонаторы фильтра на встречных стержнях. Подобный одиночный резонатор и его эквивалентная схема, построенная с учетом краевых емкостей, обусловленных на каждом из торцов резонатора, изображены на рис. 5.24.

Из-за краевых емкостей электрическая длина резонатора оказывается больше его физической длины. Удлинение, которое обозначим через Δl , легко связать с величиной краевой емкости. В разд. 1.5 было показано, что входное сопротивление разомкнутого шлейфа при пренебрежении потерями в нем можно определить по формуле

$$X_{\text{разомк}} = -jZ_b \operatorname{ctg}(\beta l).$$

Обратимся снова к рис. 5.24. Очевидно, что резонатор с подключенными к нему разомкнутыми отрезками длиной Δl будет эквивалентен резонатору с краевыми емкостями, если реактивное сопротивление краевой емкости сделать равным входному сопротивлению разомкнутого шлейфа, т.е.

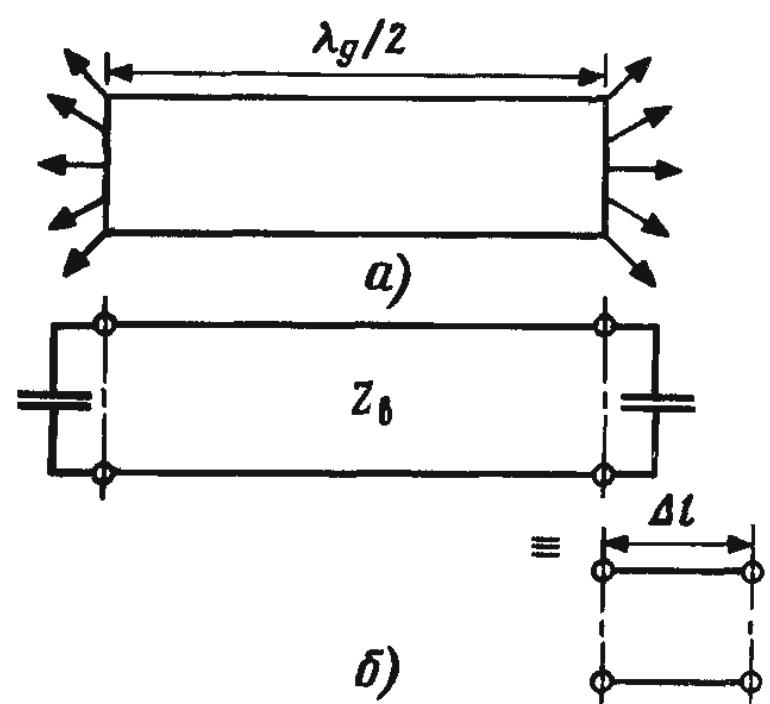


Рис. 5.24. Резонатор (а) и его эквивалентная схема с учетом краевой емкости (б)

$$X_{\text{разомк}} = 1/j\omega C_{\text{кр}} = -jZ_B \operatorname{ctg}(\Delta l \beta) = -jZ_B / \operatorname{tg}(\Delta l \beta).$$

Так как $\Delta l \rightarrow 0$, можно воспользоваться аппроксимацией тангенса при малых углах:

$$1/j\omega C_{\text{кр}} = -jZ_B / \Delta l \beta.$$

Поскольку $\beta = 2\pi/\lambda_g$, то

$$\Delta l = Z_B \lambda_g / C_{\text{кр}}$$

или

$$\Delta l = Z_B C_{\text{кр}} v_\phi, \quad (5.24)$$

где $v_\phi = c/(\epsilon_{\text{эфф}})^{1/2}$ – фазовая скорость для микрополосковой линии; $v_\phi = c/(\epsilon_r)^{1/2}$ – для линий с чистой ТЕМ-волной.

В (5.24) Z_B и v_ϕ должны быть заранее известны либо определяются при расчете фильтра. Поэтому остается лишь определить величину краевой емкости и рассчитать новую длину резонатора, чтобы компенсировать увеличение его длины за счет краевых полей, по формуле

$$\lambda_g^1/2 = \lambda_g/2 - 2\Delta l. \quad (5.25)$$

Уменьшение первоначальной длины резонаторов на величину $2\Delta l$ приводит к тому, что измеренная частотная характеристика фильтра на рис. 5.23 будет более точно совпадать с расчетной. Поэтому осталось определить величину Δl , являющуюся функцией краевой емкости для разомкнутого отрезка линии передачи.

Поскольку фильтры на встречных стержнях изготавливаются обычно из отрезков микрополосковой или симметричной полосковой линии, выпишем приближенные формулы для краевой емкости лишь для этих двух линий или, что еще лучше, прямо для Δl . В случае микрополосковой линии [6]

$$\Delta l = 0,412 h \left(\frac{\epsilon_{\text{эфф}} + 0,3}{\epsilon_{\text{эфф}} - 0,258} \right) \left(\frac{W/h + 0,256}{W/h + 0,813} \right).$$

Этой формулой следует пользоваться с известной осторожностью, поскольку она получена эмперически путем обобщения результатов исследования для ряда конкретных отношений W/h . Более надежное приближение дает использование величин краевой емкости, найденных численными методами в [7]. Затем с помощью (5.24) и (5.25) определяются скорректированные длины резонаторов λ_g^1 . Вычисление $C_{\text{кр}}$ в этом случае оказывается достаточно громоздким, поскольку оно основано на использовании весовых коэффициентов, приведенных в специальных таблицах. Однако при этом удается получить достоверные данные в широком интервале частот для разнообразных материалов. Более детально с этой методикой можно ознакомиться, обратившись к оригиналам [7]. И наконец, возможно, самый лучший подход заключается в вычислении краевой емкости непосредственно для рассматриваемой конструкции. Такой анализ можно провести с помощью метода моментов, описанного в гл. 3, несколько видоизменив его с учетом используемого диэлектрического материала.

Для симметричной полосковой линии

$$\Delta l \approx 0,165h,$$

где h – расстояние между экранирующими пластинами.

Пример 5.8 Сконструировать полосовые фильтры на основе топологий, рассмотренных в данном разделе. Конструируемые фильтры должны иметь чебышевскую характеристику с амплитудой осцилляций в полосе пропускания 1 дБ, и их следует синтезировать на основе трехзвенного фильтра-прототипа нижних частот из сосредоточенных элементов. Ширина полосы пропускания фильтров 1 ГГц при центральной частоте 4 ГГц. Фильтры должны быть в микрополосковом исполнении и сопрягаться с 50-омной линией.

Решение

Дано: $f_0 = 4 \text{ ГГц}$; $f_B - f_H = 1 \text{ ГГц}$; $Z_B = Z_H = 50 \text{ Ом}$; $n = 3$; амплитуда осцилляций 1 дБ. По программе для фильтра с чебышевской характеристикой находим

$$g_0 = g_4 = 1,$$

$$g_1 = g_3 = 1,0315,$$

$$g_2 = 1,1474.$$

Воспользуемся преобразованием, трансформирующим фильтр нижних частот в полосовой, что приводит к схеме на рис. 5.21, а, и определим L_H и C_H (см. рис. 5.10)

$$L_H = \frac{2\pi \cdot 10^9}{(8\pi \cdot 10^9)^2 \cdot 1,1474} = 8,67 \cdot 10^{-12} \text{ Гн/Ом},$$

$$C_H = \frac{1,1474}{2\pi \cdot 10^9} = 0,183 \cdot 10^{-9} \text{ Ф}\cdot\text{Ом}.$$

Находим истинные значения L_H и C_H при заданном сопротивлении нагрузки:

$$L_H = 0,434 \text{ нГн}, C_H = 3,7 \text{ пФ}.$$

Синтезируем фильтр, опираясь на топологию рис. 5.21, г. Пусть $Z_{B1} = 25 \text{ Ом}$ и $Z_{B2} = 100 \text{ Ом}$. Тогда

$$B = \frac{\omega_B - \omega_H}{\omega_0} = \frac{2\pi \cdot 10^9}{8\pi \cdot 10^9} = 0,25,$$

$$l = \lambda_{gA}/4, Z_{BA} = \frac{2 \cdot 50}{\pi \cdot 0,25} (1,0315 \cdot 1,1474)^{1/2} = 138 \text{ Ом},$$

$$l = \lambda_{gB}/4, Z_{BB} = 50 (2 \cdot 1,0315 / \pi \cdot 0,25)^{1/2} = 81 \text{ Ом}.$$

Из табл. 5.3

$$l_1 = Z_{B1} C_H f \lambda_{g1} = 25 \cdot 3,7 \cdot 10^{-12} \cdot 4 \cdot 10^9 \lambda_{g1} = 0,37 \lambda_{g1},$$

$$l_2 = L_H f \lambda_{g2} / Z_{B2} = (0,434 \cdot 10^{-9} \cdot 4 \cdot 10^9 \lambda_{g2}) / 100 = 0,0174 \lambda_{g2}.$$

Длины волн (λ_{gA} , λ_{gB} , λ_{g1} , λ_{g2}) в соответствующих линиях с разными волновыми сопротивлениями могут быть найдены по программе МИС, поскольку фильтр конструируется на основе микрополосковой линии.

Синтезируем фильтр, опираясь на топологию рис. 5.21, ж. В этой конструкции Z_{BB} эквивалентно Z_{BA} в уже рассмотренной конструкции, т. е. равно 81 Ом и $Z_B = 50 \text{ Ом}$.

Выберем K в (5.22) и (5.23) равным Z_{BA} для рассмотренной конструкции, тогда

$$Z_{Be} = 50 [1 + 50/138 + (50/138)^2] = 75 \text{ Ом},$$

$$Z_{Bo} = 50 [1 - 50/138 + (50/138)^2] = 39 \text{ Ом}.$$

Четвертьволновые отрезки связанных линий, включающие в себя резонатор, могут быть рассчитаны по программе СМИС, которая позволяет определять ширину полосок и расстояние между ними в связанных линиях по найденным величинам волновых сопротивлений для четной и нечетной мод. Далее по программе МИС вычисляются ширина полосок и длина волны для каждого из входящих в конструкцию отрезков линии.

Наконец, рассмотрим третью реализацию фильтра, соответствующую рис. 5.21, з. Как и в предыдущей конструкции,

$$Z_{BeA} = 75 \text{ Ом},$$

$$Z_{B0A} = 39 \text{ Ом.}$$

Теперь с помощью (5.22) и (5.23) при $K = 81$ Ом вычислим

$$Z_{B0B} = 50[1 + 50/81 + (50/81)^2] = 100 \text{ Ом,}$$

$$Z_{B0B} = 50[1 - 50/81 + (50/81)^2] = 38 \text{ Ом.}$$

По найденным значениям с помощью программы СМІС находим ширину полосок, расстояние между ними и длины воли в дополнительных отрезках связанных линий. На этом проектирование заканчивается.

5.5. СТУПЕНЧАТЫЕ ТРАНСФОРМАТОРЫ

На практике нередко требуется трансформировать одно сопротивление в другое. Например, к стандартному 50-омному генератору необходимо подключить элементы с очень высоким или очень низким входным сопротивлением. Эту проблему можно решить с помощью трансформатора сопротивления и получить такие значения волновых сопротивлений, при которых сравнительно просто реализуется линия передачи. Одиночные трансформирующие отрезки, рассмотренные в предыдущей главе, сохраняют требуемые свойства в весьма ограниченной рабочей полосе, т. е. они непригодны при широкополосной трансформации. Поэтому переходят к многоступенчатым трансформаторам. Уже двух- или трехступенчатые трансформаторы позволяют достигать рабочих полос до 150 %. Реальная полоса пропускания многоступенчатого трансформатора зависит от отношения R согласуемых сопротивлений, т. е. отношения сопротивлений, подключаемых к его входу и выходу.

Будем полагать, что согласуемые сопротивления чисто действительны. В [8] исследованы трансформаторы с максимально плоской и чебышевской характеристиками с постоянной амплитудой осцилляций в полосе пропускания. На практике редко применяют трансформаторы с числом четвертьволновых секций большим трех, так как на частотах до 10 ГГц полная длина трансформатора оказывается весьма значительной. Поэтому далее рассматриваются лишь двух- и трехступенчатые трансформаторы. Обозначения, используемые при проектировании ступенчатых трансформаторов сопротивления, указаны на рис. 5.25. Здесь Z_B и Z_{B3} , Z_B и Z_{B4} – согласуемые активные сопротивления соответственно на рис. 5.25, а, б.

Электрическая длина каждой секции трансформатора равна четверти длины волны в линии на центральной рабочей частоте*. Если трансформатор конструируется из отрезков линии с дисперсией, в которой эффективная диэлектрическая проницаемость, а значит, и длина волны в линии зависят от частоты, то приближенно длину каждой секции можно определить по формуле

$$l \approx \lambda_{gB} \lambda_{gn} / 2(\lambda_{gB} + \lambda_{gn}), \quad (5.26)$$

где индексы "B" и "n" означают самую высокую и самую низкую частоты из рабочей полосы трансформатора. Независимо от наличия или отсутствия дисперсии на центральной частоте электрическая длина каждой секции должна быть 90° . Относительная полоса пропускания В, которая фигурирует в дальнейшем обсуждении, вычисляется по формуле

* Физическая длина каждой секции в первом приближении выбирается равной четверти длины волны в линии. Затем длину секций следует скорректировать с учетом реактивностей на ее концах, в местах стыка секций, как было сделано при выборе длины резонаторов в фильтрах на встречных стержнях. – Прим. перев.

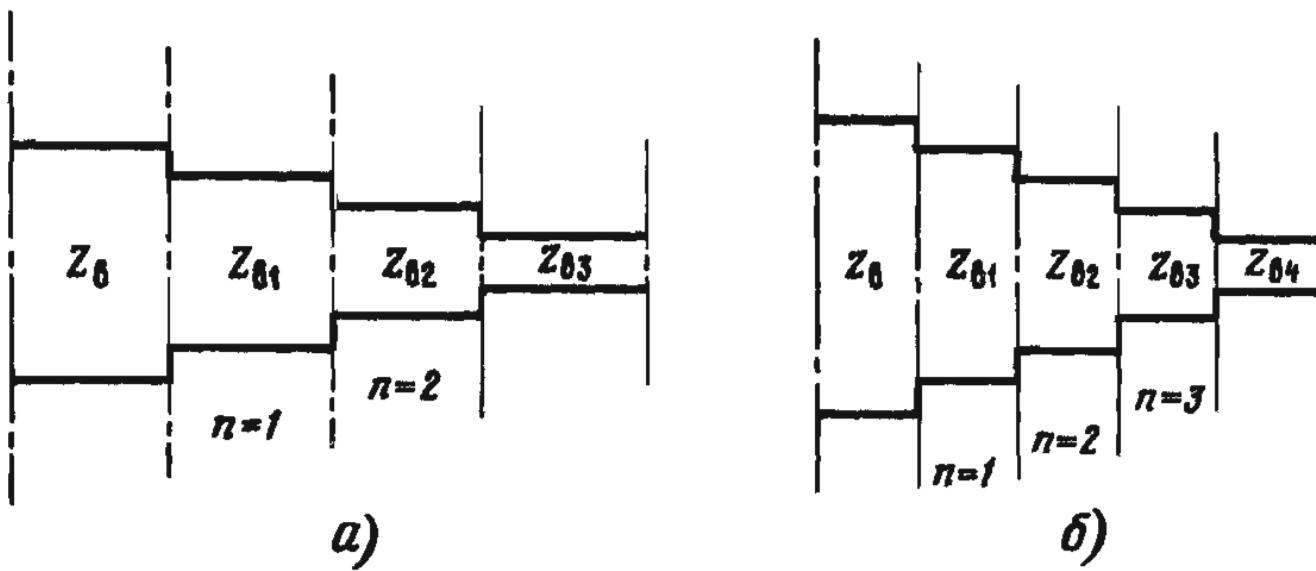


Рис. 5.25. Двухступенчатый (а) и трехступенчатый (б) трансформаторы сопротивления, состоящие из четвертьволновых отрезков

$$B = 2 \left(\frac{\lambda_{gH} - \lambda_{gB}}{\lambda_{gH} + \lambda_{gB}} \right). \quad (5.27)$$

В статье Коллина [8] показано, что расчетные соотношения, приведенные в табл. 5.4 для трансформаторов с двумя и тремя секциями, являются строгими. Формулы для расчета двухступенчатого трансформатора с максимально плоской и чебышевской характеристиками, как видно из таблицы, достаточно просты, и вычисления по ним можно проводить вручную, не прибегая к ЭВМ. Однако при проектировании трехступенчатого трансформатора ситуация сложнее, так как необходимо определять

Таблица 5.4

Формулы для расчета ступенчатых трансформаторов [4]

$n = 2$	$n = 3$
Максимально плоская характеристика	
$Z_{B1} = Z_B R^{1/4}$	$V_1^2 + 2R^{1/2}V_1 - \frac{2R^{1/2}}{V_1} - \frac{R}{V_1^2} = 0$
$Z_{B2} = Z_B R^{1/2}$	$V_2^2 = R^{1/2}/V_1$
	$Z_{B1} = Z_B V_1; Z_{B2} = Z_B R^{1/2}$
	$Z_{B3} = Z_B R/V_1$
Чебышевская характеристика	
$V_1^2 = (D^2 + R)^{1/2} + D$	$V_1^2 + 2R^{1/2}V_1 - \frac{2R^{1/2}}{V_1} - \frac{R}{V_1^2} = \frac{3k^2(R-1)}{4-3k^2}$
$Z_{B1} = Z_B V_1$	$V_2 = R^{1/2} V_1$
$Z_{B2} = Z_B R/V_1,$	$Z_{B1} = Z_B V_1; Z_{B2} = Z_B R^{1/2}$
	$Z_{B3} = Z_B R/V_1,$
где $R = Z_B/Z_{B3}$ при $Z_B/Z_{B3} > 1$	где $R = Z_B/Z_{B4}$ при $Z_B/Z_{B4} > 1$
или $R = Z_{B3}/Z_B$ при $Z_B/Z_{B3} < 1$	или $R = Z_{B4}/Z_B$ при $Z_B/Z_{B4} < 1$

$$D = \frac{(R-1)k^2}{2(2-k^2)}, \quad k = \sin\left(\frac{\pi}{4}B\right)$$

параметр V_1 из нелинейного уравнения. Проще всего такое решение находится численно на ЭВМ методом итераций. Решив нелинейное уравнение относительно V_1 , можно определить величины Z_{B1} , Z_{B2} и Z_{B3} . Программа 5.6 STRANS позволяет синтезировать двух- и трехступенчатые трансформаторы с максимально плоскими и чебышевскими характеристиками. Электрические характеристики спроектированных трансформаторов можно рассчитать по одной из программ для анализа каскадно соединенных элементов.

1C FORMATTED LISTING
FILE: PROGRAM 5.6 STRANS
PAGE-1

```

10 REM
20 REM +++++ МНОГОСТУПЕНЧАТЫЕ ТРАНСФОРМАТОРЫ +++++
30 REM
40 REM ЭТА ПРОГРАММА ВЫЧИСЛЯЕТ
50 REM ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ
60 REM СТУПЕНИ
70 REM В ДВУХ- И ТРЕХСТУПЕНЧАТЫХ
80 REM ТРАНСФОРМАТОРАХ СОПРОТИВЛЕНИЙ,
90 REM ИМЕЮЩИХ МАКСИМАЛЬНО ПЛОСКУЮ
100 REM ИЛИ ЧЕБЫШЕВСКУЮ
110 REM АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНУЮ
120 REM ХАРАКТЕРИСТИКУ.
130 REM
140 REM R = ОТНОШЕНИЕ СОГЛАСУЕМЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ
150 REM Z0, Z4 = АКТИВНЫЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ,
160 REM КОТОРЫЕ СЛЕДУЕТ СОГЛАСОВАТЬ
170 REM Q = ШИРИНА ПОЛОСЫ СОГЛАСОВАНИЯ
180 REM В ПРОЦЕНТАХ
190 REM
200 CLS
210 PRINT "ВВЕДИТЕ МЕНЬШЕЕ ИЗ ДВУХ СОГЛАСУЕМЫХ"
220 PRINT "АКТИВНЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ"
230 INPUT Z0
240 PRINT "ВВЕДИТЕ ВЕЛИЧИНУ БОЛЬШЕГО ИЗ ДВУХ"
250 PRINT "СОГЛАСУЕМЫХ АКТИВНЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ"
260 INPUT Z4
270 LET R = Z4 / Z0
280 PRINT "ВВЕДИТЕ ШИРИНУ ПОЛОСЫ СОГЛАСОВАНИЯ В ПРОЦЕНТАХ"
290 INPUT Q
300 PRINT
310 PRINT "*****"
320 PRINT
330 PRINT "МЕНЬШЕЕ ИЗ СОГЛАСУЕМЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ "Z0" ОМ"
340 PRINT "БОЛЬШЕЕ ИЗ СОГЛАСУЕМЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ "Z4" ОМ"
350 PRINT "ОТНОШЕНИЕ СОГЛАСУЕМЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ "R
360 PRINT "ШИРИНА ПОЛОСЫ СОГЛАСОВАНИЯ В ПРОЦЕНТАХ "Q
362 PRINT "НАЖМИТЕ ЛЮБУЮ КЛАВИШУ" : INPUT TTT
370 REM ДВУХСТУПЕНЧАТЫЙ ТРАНСФОРМАТОР С ЧЕБЫШЕВСКОЙ ХАР-КОЙ
380 LET Q = SIN (3.141592653 / 4 * Q / 100)
390 LET Y = Q * Q * (R - 1) / (2 - Q * Q) / 2
400 LET V1 = SQR ( SQR (Y * Y + R) + Y)
410 LET Z1 = Z0 * V1
420 LET Z2 = Z0 * R / V1
430 PRINT
440 PRINT "ДВУХСТУПЕНЧАТЫЙ ТРАНСФОРМАТОР С ЧЕБЫШЕВСКОЙ ХАР-КОЙ"
450 PRINT "ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ПЕРВОЙ СТУПЕНИ "INT(Z1*1000+.5)/
1000" ОМ"
460 PRINT "ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ВТОРОЙ СТУПЕНИ "INT(Z2*1000+.5)/
1000" ОМ"
470 PRINT
480 REM ДВУХСТУПЕНЧАТЫЙ ТРАНСФОРМАТОР С МАКС. ПЛОСКОЙ ХАР-КОЙ
490 LET Z1 = Z0 * SQR ( SQR (R))

```

```

500 LET Z2 = Z0 * SQR (R)
510 PRINT "ДВУХСТУПЕНЧАТЫЙ ТРАНСФОРМАТОР С МАКС. ПЛОСКОЙ ХАР-КОЙ"
520 PRINT "ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ПЕРВОЙ СТУПЕНИ "INT(Z1*1000+.5)/
    1000" ОМ"
530 PRINT "ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ВТОРОЙ СТУПЕНИ "INT(Z2*1000+.5)/
    1000" ОМ"
540 PRINT
550 REM ТРЕХСТУПЕНЧАТЫЙ ТРАНСФОРМАТОР С ЧЕБЫШЕВСКОЙ ХАР-КОЙ
560 LET V1 = 0
570 LET Y = 3 * Q * Q * (R - 1) / (4 - 3 * Q * Q)
580 FOR I = 1000 TO 10000
590     LET V1 = I / 1000
600     LET X = V1 * V1 + 2 * SQR (R) * V1
610     LET X = X - 2 * SQR (R) / V1 - R / V1 / V1
620     LET Z = (X - Y) * (X - Y)
630     IF Z < 0.0001 THEN
        650
640 NEXT I
650 PRINT "ТРЕХСТУПЕНЧАТЫЙ ТРАНСФОРМАТОР С ЧЕБЫШЕВСКОЙ ХАР-КОЙ"
660 PRINT "ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ПЕРВОЙ СТУПЕНИ
    "INT(Z0*V1*1000+.5)/1000" ОМ"
670 PRINT "ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ВТОРОЙ СТУПЕНИ
    "INT(Z0*SQR(R)*1000+.5)/1000" ОМ"
680 PRINT "ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ТРЕТЬЕЙ СТУПЕНИ
    "INT(Z0*R/V1*1000+.5)/1000" ОМ"
690 PRINT
700 REM ТРЕХСТУПЕНЧАТЫЙ ТРАНСФОРМАТОР С МАКС. ПЛОСКОЙ ХАР-КОЙ
710 LET V1 = 0
720 FOR I = 1000 TO 10000
730     LET V1 = I / 1000
740     LET X = V1 * V1 + 2 * SQR (R) * V1
750     LET X = X - 2 * SQR (R) / V1 - R / V1 / V1
760     LET Z = X * X
770     IF Z < 0.0001 THEN
        790
780 NEXT I
790 PRINT "ТРЕХСТУПЕНЧАТЫЙ ТРАНСФОРМАТОР С МАКС. ПЛОСКОЙ ХАР-КОЙ"
800 PRINT "ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ПЕРВОЙ СТУПЕНИ
    "INT(Z0*V1*1000+.5)/1000" ОМ"
810 PRINT "ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ВТОРОЙ СТУПЕНИ
    "INT(Z0*SQR(R)*1000+.5)/1000" ОМ"
820 PRINT "ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ТРЕТЬЕЙ СТУПЕНИ
    "INT(Z0*R/V1*1000+.5)/1000" ОМ"
830 PRINT
840 PRINT "*****"
850 PRINT
860 PRINT "ДЛЯ РАСЧЕТА СЛЕДУЮЩЕГО ВАРИАНТА ВВЕДИТЕ 1"
870 PRINT "ДЛЯ ОКОНЧАНИЯ РАБОТЫ ВВЕДИТЕ 0"
880 INPUT T
890 IF T = 1 THEN
    200
900 PRINT
910 PRINT "**** КОНЕЦ ПРОГРАММЫ ****"
920 END

```

КОНЕЦ ТЕКСТА ПРОГРАММЫ

3RUN

ВВЕДИТЕ МЕНЬШЕЕ ИЗ ДВУХ СОГЛАСУЕМЫХ
АКТИВНЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ

?25

ВВЕДИТЕ ВЕЛИЧИНУ БОЛЬШЕГО ИЗ ДВУХ
СОГЛАСУЕМЫХ АКТИВНЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ

?50

ВВЕДИТЕ ШИРИНУ ПОЛОСЫ СОГЛАСОВАНИЯ В ПРОЦЕНТАХ

?20

МЕНЬШЕЕ ИЗ СОГЛАСУЕМЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ 25 ОМ
БОЛЬШЕЕ ИЗ СОГЛАСУЕМЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ 50 ОМ
ОТНОШЕНИЕ СОГЛАСУЕМЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ 2
ШИРИНА ПОЛОСЫ СОГЛАСОВАНИЯ В ПРОЦЕНТАХ 20

ДВУХСТУПЕНЧАТЫЙ ТРАНСФОРМАТОР С ЧЕБЫШЕВСКОЙ ХАР-КОЙ
ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ПЕРВОЙ СТУПЕНИ 29.795 ОМ
ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ВТОРОЙ СТУПЕНИ 41.953 ОМ

ДВУХСТУПЕНЧАТЫЙ ТРАНСФОРМАТОР С МАКС. ПЛОСКОЙ ХАР-КОЙ

ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ПЕРВОЙ СТУПЕНИ 29.73 ОМ
ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ВТОРОЙ СТУПЕНИ 35.355 ОМ

ТРЕХСТУПЕНЧАТЫЙ ТРАНСФОРМАТОР С ЧЕБЫШЕВСКОЙ ХАР-КОЙ
ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ПЕРВОЙ СТУПЕНИ 27.3 ОМ
ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ВТОРОЙ СТУПЕНИ 35.355 ОМ
ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ТРЕТЬЕЙ СТУПЕНИ 45.788 ОМ

ТРЕХСТУПЕНЧАТЫЙ ТРАНСФОРМАТОР С МАКС. ПЛОСКОЙ ХАР-КОЙ
ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ПЕРВОЙ СТУПЕНИ 27.25 ОМ
ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ВТОРОЙ СТУПЕНИ 35.355 ОМ
ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ТРЕТЬЕЙ СТУПЕНИ 45.872 ОМ

ДЛЯ РАСЧЕТА СЛЕДУЮЩЕГО ВАРИАНТА ВВЕДИТЕ 1

ДЛЯ ОКОНЧАНИЯ РАБОТЫ ВВЕДИТЕ 0

?0

**** КОНЕЦ ПРОГРАММЫ ****

Поскольку при описанной выше методике синтеза пренебрегалось влиянием неоднородностей, для реализации заданной характеристики трансформатора необходима некоторая экспериментальная доработка конструкции. Как показывает анализ, ширина полосы пропускания идеального многоступенчатого трансформатора сравни

тельно слабо зависит от числа секций в нем. Степень чувствительности зависит от отношения согласуемых сопротивлений. Кроме того, из анализа следует, что увеличение числа секций в чебышевском трансформаторе обычно приводит к уменьшению амплитуды осцилляций в полосе пропускания. Качественно описанные выше эффекты иллюстрируются на рис. 5.26.

Максимальное значение K_{ctU} в полосе пропускания трансформатора зависит от отношения согласуемых сопротивлений и от требуемой относительной полосы пропускания. Например,

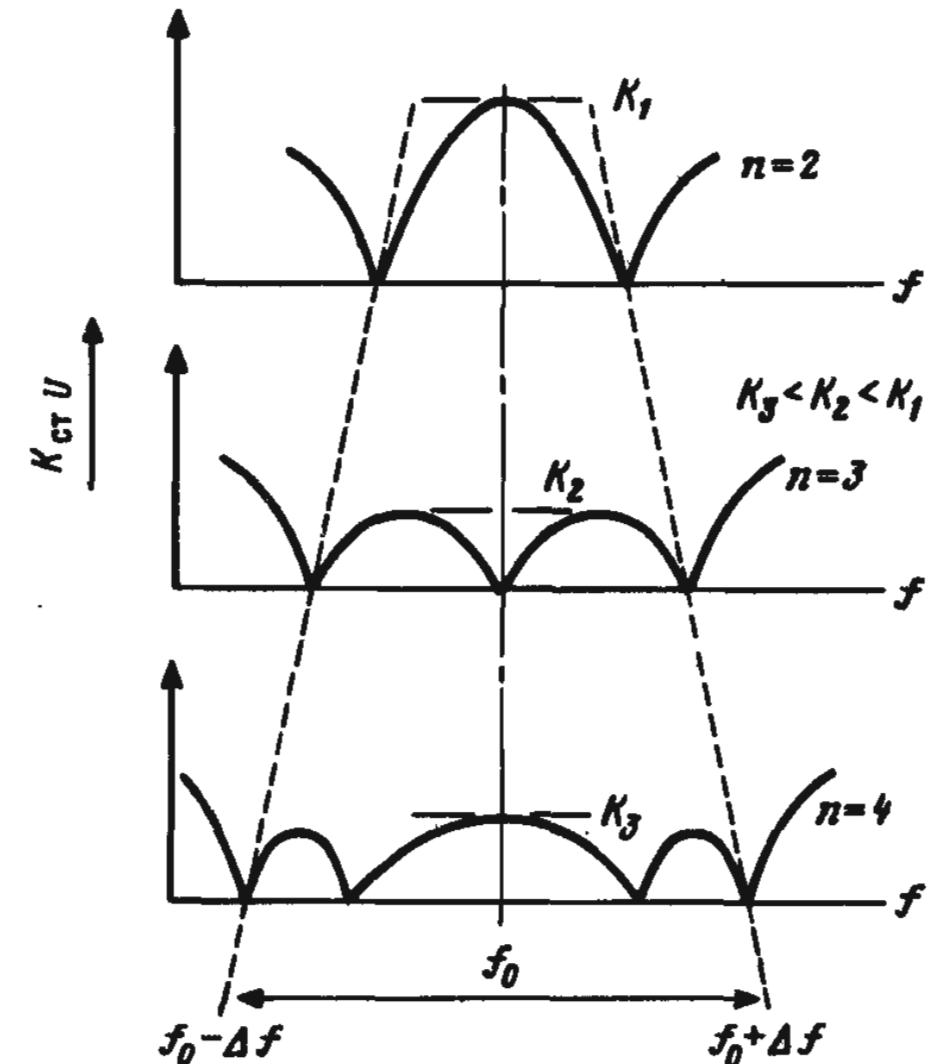


Рис. 5.26. Влияние числа ступеней в чебышевском трансформаторе на ширину полосы пропускания и амплитуду осцилляций

для двухступенчатого чебышевского трансформатора при отношении согласуемых сопротивлений $3 : 1$ и $B = 0,2$ максимальная величина $K_{ctU} = 1,01$, а при $B = 1,0$ возрастает до 1,47. Для трехступенчатого чебышевского трансформатора с тем же отношением согласуемых сопротивлений при $B = 0,2$ $K_{ctU} \approx 1,0$, а при $B = 1,0$ $K_{ctU} = 1,18$. Из приведенных данных следует, что увеличение числа секций в трансформаторе при фиксированном отношении согласуемых сопротивлений и неизменной относительной полосе пропускания приводит к уменьшению максимальной величины K_{ctU} .

Пример 5.9. Спроектировать двухступенчатый траисформатор сопротивления, обеспечивающий согласование активных сопротивлений 50 и 100 Ом в относительной полосе частот 40 %. Траисформатор должен иметь чебышевскую характеристику.

Решение

Определяем отношение сопротивлений $R = 100/50 = 2$; относительная полоса пропускания $B = 0,4$, что соответствует 40 %. Тогда согласно табл. 5.4.

$$k = \underbrace{\sin\left(\frac{\pi}{4} \cdot 0,4\right)}_{\text{радианы}} = 0,31,$$

т. е.

$$D = \frac{(2 - 1)(0,31)^2}{2(2 - 0,31^2)} = 0,0252.$$

Далее находим

$$V_1^2 = (0,0252^2 + 2)^{1/2} + 0,0252 = 1,44,$$

т. е. $V_1 = 1,2$.

Определяем

$$Z_{B1} = 50 \cdot 1,2 = 60 \text{ Ом},$$

$$Z_{B2} = \frac{50 \cdot 2}{1,2} = 83,3 \text{ Ом.}$$

Расчет закончен.

Аналогично по формулам табл. 5.4 рассчитывается двухступенчатый трансформатор с максимально плоской характеристикой. В результате получаем $Z_{B1} = 59,5$ Ом и $Z_{B2} = 84,1$ Ом. Легко заметить малую разницу в величинах волновых сопротивлений секций двух рассчитанных трансформаторов, что обусловлено малым значением параметра D . По мере увеличения отношения согласуемых сопротивлений, особенно при $R \gg 1$, результаты расчета трансформаторов с чебышевской и максимально плоской характеристиками все более различаются.

5.6. ПЛАВНЫЕ ПЕРЕХОДЫ

Трансформаторы сопротивления строятся не только на основе каскадного соединения отрезков однородной линии, но и из отрезков линии с переменным поперечным сечением. Линии с большими размерами поперечного сечения имеют, как правило, более низкое волновое сопротивление, чем линии с меньшими размерами. Меняя соответствующим образом волновое сопротивление вдоль отрезка линии, можно обеспечить достаточно плавное его изменение вдоль линии, что устраняет резкие скачки волнового сопротивления при стыке секций, уменьшает величины неоднородностей, а значит, и отражение от них.

Далее на конкретном примере показано, как с помощью линии передачи с меняющимися размерами поперечного сечения обеспечивается трансформация одного активного сопротивления в другое, неравное исходному.

Рассмотрим плавный переход, профиль которого описывается какой-либо хорошо известной функцией, например экспоненциальной. На рис. 5.27 изображен такой переход, включенный между линиями с разными волновыми сопротивлениями. Волновое сопротивление перехода меняется вдоль его длины от входа, где подключен отрезок с волновым сопротивлением Z_B , до выхода, где подключен отрезок с более низким волновым сопротивлением Z_{B1} . Поэтому граничные условия в сечениях $x = 0$ и $x = l$ следующие: при $x = 0$ волновое сопротивление равно Z_B , при $x = l$ оно равно Z_{B1} . Если функция, описывающая профиль перехода, является экспонентой, то можно записать

$$Z(x)/Z_B = \exp(\eta x/l),$$

где η – параметр, характеризующий переход и выбираемый различными способами. Как показано в статье Коллина [8], обычно выбирают $\eta = \ln(Z_{B1}/Z_B)$. При этом

$$\frac{Z(x)}{Z_B} = \exp \left\{ -\frac{\ln(Z_{B1}/Z_B)x}{l} \right\}. \quad (5.28)$$

Проверим выполнение граничных условий:

при $x = 0$

$$Z(0) = Z_B \exp(0) = Z_B,$$

при $x = l$

$$Z(l) = Z_B \exp[\ln(Z_{B1}/Z_B)] = Z_{B1}.$$

На рис. 5.28 построена зависимость нормированного к η коэффициента отражения для перехода, описанного выражением (5.28). По горизонтальной оси отложено отношение физической длины плавного перехода к длине волны в линии. Можно показать [8], что изображенная на этом графике зависимость описывается функцией $|\sin x/x|$. Как видно из рис. 5.28, частотная характеристика плавного перехода имеет ряд экстремумов, величины которых уменьшаются по мере увеличения частоты. Нулевые значения коэффициента отражения наблюдаются при $l/\lambda_g = 0,5; 1,0; 1,5$ и т. д., т. е. наилучшее согласование сопротивлений, подключаемых к переходу, имеет

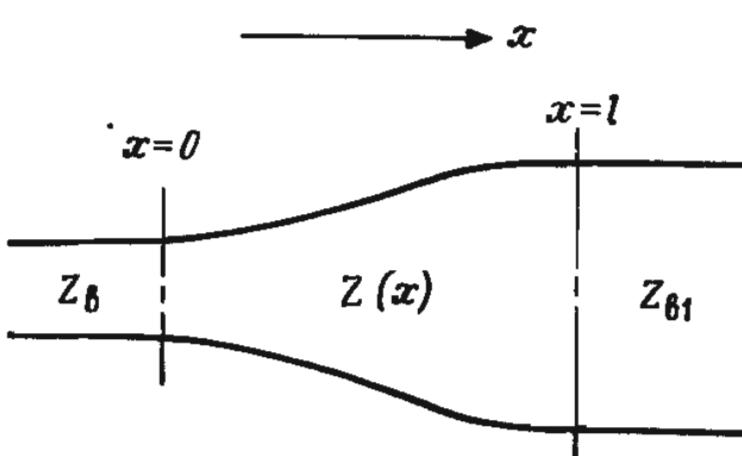


Рис. 5.27. Плавный переход

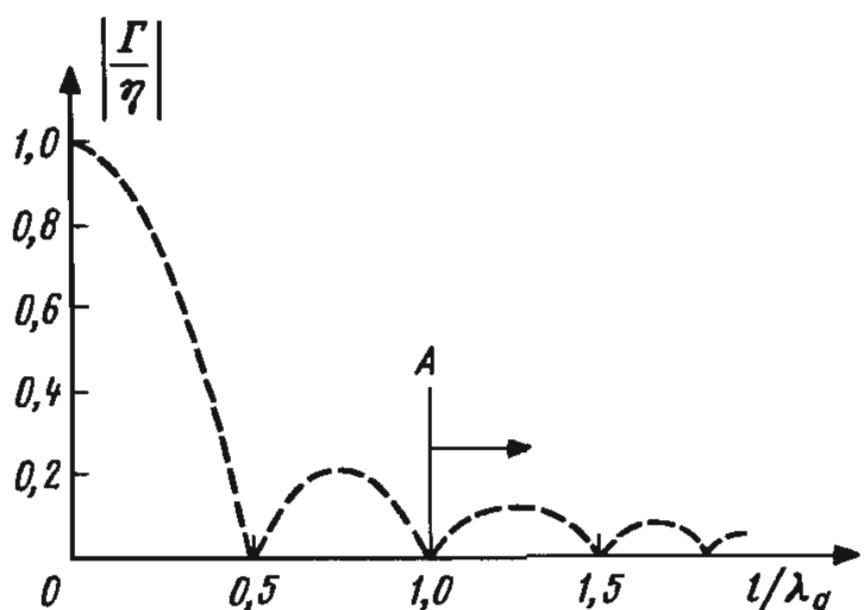


Рис. 5.28. Частотная характеристика экспоненциального перехода

место в этих точках. Величина первого экстремума равна примерно 0,2, второго 0,075, последующие экстремумы еще меньше, т. е. с помощью экспоненциального перехода можно добиться согласования сопротивлений в весьма широкой полосе частот.

Пусть, например, длина перехода равна длине волны в линии (т. А на рис. 5.28). Очевидно, по мере увеличения частоты сигнала, проходящего через переход, электрическая длина последнего будет увеличиваться при неизменной физической длине, так как возрастает отношение l/λ_g . При этом коэффициент отражения от входа перехода меняется пропорционально функции $|\sin x/x|$, описывающей частотную характеристику экспоненциального перехода. Следовательно, частотная зависимость коэффициента отражения от входа перехода будет соответствовать той части кривой на рис. 5.28, которая расположена справа от т. А. Если выбрать длину перехода в несколько раз больше длины волны, переход будет весьма широкополосным при малых потерях. В ряде случаев уровень отражений от входа экспоненциального перехода может оказаться недопустимо высоким либо с нежелательными резкими изменениями. Тогда следует применять плавные переходы с другими профилями. Информацию о таких переходах можно найти в литературе, часть которой приведена в конце главы.

На практике изготовить отрезок линии передачи, размеры поперечного сечения которой меняются непрерывно по заданному закону, весьма сложно. При изготовлении плавного перехода на круглых или прямоугольных волноводах необходимо с весьма высокой точностью в каждом сечении перехода выдерживать диаметр или высоту. Это возможно, если используется соответствующее и достаточно дорогое управляемое ЭВМ оборудование, осуществляющее автоматическую интерполяцию профиля перехода между заданными его сечениями. В результате профиль изготовленного перехода представляет собой кусочно-линейную аппроксимацию заданного профиля. Например, внутренний проводник коаксиального перехода оказывается состоящим из ряда усеченных конусов. При изготовлении переходов на обычных станках без ЭВМ прибегают к ступенчатой аппроксимации. Электрические характеристики изготовленного таким образом перехода могут заметно отличаться от заданных из-за влияния неоднородностей. Внутренний проводник коаксиального перехода будет представлять собой цилиндр со ступенчатым изменением диаметра. В полосковых и микрополосковых плавных переходах необходимость ступенчатой аппроксимации возникает лишь при ручном изготовлении.

На практике при ступенчатой аппроксимации профиля его длина разбивается примерно на 20 равных отрезков, что, как правило, обеспечивает получение хороших результатов. По мере увеличения числа отрезков характеристика перехода все более приближается к расчетной. В линиях передачи с волной ТЕМ волновое сопротивление и длина волны в линии не зависят друг от друга. Поэтому проектирование плавных переходов на основе, например, коаксиальной линии представляет собой сравнительно простую задачу. Однако процедура значительно усложняется при конструировании полосковых и микрополосковых переходов, так как в этих линиях длина волны зависит в основном от эффективной диэлектрической проницаемости материала подложки и в меньшей степени – от поперечных размеров линии. Однако пренебречь зависимостью длины волны от поперечных размеров нельзя, поскольку в плавном переходе поперечные размеры меняются вдоль линии, а следовательно, меняется и длина волны вдоль перехода. Один из способов преодоления этой трудности состоит в следующем: определяем среднее геометрическое подключенных к переходу сопротивлений и рассчитываем длину волны, соответствующую найденно-

му сопротивлению. Это значение длины волны используется затем при конструировании каждого сегмента перехода. Но лучше сначала задаться нормированными длинами всех сегментов в переходе, а затем для каждого сегмента по известному волновому сопротивлению определить поперечные размеры и соответствующую им длину волны. Далее пересчитываются электрические длины всех сегментов, сумма которых должна совпасть с выбранной длиной всего перехода.

Программа 5.7 EXTAP позволяет определять волновое сопротивление каждого из сегментов в экспоненциальном переходе при ступенчатой аппроксимации с заданными равноотстоящими узлами. Реальные физические размеры поперечного сечения линии, соответствующие рассчитанным значениям волнового сопротивления, могут быть найдены для каждого типа линии передачи с помощью программ, приведенных в гл. 2. В программу EXTAP для примера включен синтез коаксиального экспоненциального перехода.

JE FORMATTED LISTING
FILE: PROGRAM 5.7 EXTAP
PAGE-1

```
10 REM
20 REM +++++ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНЫЙ ПЕРЕХОД +++++
30 REM
40 REM EEF = ЭФФЕКТ. ИЛИ ОТНОСИТ. ДИЭЛЕКТ. ПРОНИЦАЕМОСТЬ
50 REM F1 = РАБОЧАЯ ЧАСТОТА В ГГЦ
60 REM N = ЧИСЛО РАСЧЕТНЫХ ТОЧЕК ПО ДЛИНЕ ПЕРЕХОДА
70 REM Z0 = ВХОДНОЕ ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ПЕРЕХОДА
80 REM Z1 = ВЫХОДНОЕ ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ПЕРЕХОДА
90 REM Z = ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ В РАСЧЕТНОЙ ТОЧКЕ ПО ДЛИНЕ ПЕРЕХОДА
100 CLS
110 REM
120 REM ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ
130 PRINT "ВВЕДИТЕ ЭФФЕКТ. ИЛИ ОТНОСИТ. ДИЭЛЕКТ. ПРОНИЦАЕМОСТЬ"
140 INPUT EEF
150 PRINT "ВВЕДИТЕ ЧАСТОТУ В ГГЦ"
160 INPUT F1
170 PRINT "ВВЕДИТЕ ЧИСЛО РАСЧЕТНЫХ ТОЧЕК ПО ДЛИНЕ ПЕРЕХОДА"
180 INPUT N
190 PRINT "ВВЕДИТЕ ВХОДНОЕ ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ПЕРЕХОДА"
200 INPUT Z0
210 PRINT "ВВЕДИТЕ ВЫХОДНОЕ ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ПЕРЕХОДА"
220 INPUT Z1
230 PRINT "ВВЕДИТЕ ДЛИНУ ПЕРЕХОДА, ОТНОСИТЕЛЬНУЮ К ДЛИНЕ ВОЛНЫ"
240 INPUT L
250 LET D = 0.8
260 LET T = 30 / F1 / SQR (EEF)
270 LET T1 = L * T
280 PRINT
290 REM ПЕРЕХОД НА ОСНОВЕ КОАКСИАЛЬНОЙ ЛИНИИ
300 PRINT "ЕСЛИ ВЫ ХОТИТЕ ПОСМОТРЕТЬ СИНТЕЗ ПЕРЕХОДА"
310 PRINT "НА ОСНОВЕ КОАКСИАЛЬНОЙ ЛИНИИ, ВВЕДИТЕ 1"
320 INPUT K
330 PRINT
340 PRINT "*****"
350 PRINT
360 PRINT "РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО ПЕРЕХОДА"
370 PRINT
380 IF K < > 1 THEN
420
390 PRINT "ПРИМЕР СИНТЕЗА ПЕРЕХОДА НА ОСНОВЕ КОАКСИАЛЬНОЙ ЛИНИИ"
400 PRINT "С ВНУТРЕННИМ ДИАМЕТРОМ ВНЕШНЕГО ПРОВОДНИКА = 0.8 СМ"
410 PRINT
420 PRINT "ЭФФЕКТ. ИЛИ ОТНОСИТ. ДИЭЛЕКТ. ПРОНИЦАЕМОСТЬ "EEF
430 PRINT "РАБОЧАЯ ЧАСТОТА "F1" ГГЦ"
```

```

440 PRINT "ЧИСЛО РАСЧЕТНЫХ ТОЧЕК ПО ДЛИНЕ ПЕРЕХОДА      "N
450 PRINT "ВХОДНОЕ ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ПЕРЕХОДА      "Z0" ОМ"
460 PRINT "ВЫХОДНОЕ ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ПЕРЕХОДА      "Z1" ОМ"
470 PRINT "ДЛИНА ПЕРЕХОДА, ОТНОСЕННАЯ К ДЛИНЕ ВОЛНЫ      "L
480 PRINT "ДЛИНА ВОЛНЫ В ЛИНИИ "T" СМ"
490 PRINT "ДЛИНА ПЕРЕХОДА = "T1" СМ"
492 PRINT "НАЖМИТЕ ЛЮБУЮ КЛАВИШУ" : INPUT DDD
500 LET DN = N + 1
510 PRINT
520 PRINT "   СМ           ВОЛН.СОПРОТ           ДИАМЕТР (СМ)"
530 PRINT
540 LET D1 = 0
550 FOR F = 1 TO DN
560     LET G = (F - 1) / N
570     REM РАСЧЕТ ПЕРЕХОДА
580     LET Z = Z0 * EXP (G * L00 * (Z1 / Z0))
590     IF K < > 1 THEN
600         LET D1 = D / EXP (Z * SQR (EEF) / 60)
610         LET H = G * T1
620         PRINT INT (H * 100 + .5) / 100, INT (Z * 100 + .5) / 100,
630             INT (D1 * 1000 + .5) / 1000
630 NEXT F
640 PRINT
650 PRINT "*****"
660 PRINT
670 PRINT "ДЛЯ РАСЧЕТА СЛЕДУЮЩЕГО ВАРИАНТА ВВЕДИТЕ 1"
680 PRINT "ДЛЯ ОКОНЧАНИЯ РАБОТЫ ВВЕДИТЕ 0"
690 INPUT R
700 IF R = 1 THEN
710     100
710 PRINT
720 PRINT "**** КОНЕЦ ПРОГРАММЫ ****"
730 END

```

КОНЕЦ ТЕКСТА ПРОГРАММЫ

ЗRUN
 ВВЕДИТЕ ЭФФЕКТ. ИЛИ ОТНОСИТ. ДИЭЛЕКТ. ПРОНИЦАЕМОСТЬ
 ?1
 ВВЕДИТЕ ЧАСТОТУ В ГГЦ
 ?10
 ВВЕДИТЕ ЧИСЛО РАСЧЕТНЫХ ТОЧЕК ПО ДЛИНЕ ПЕРЕХОДА
 ?10
 ВВЕДИТЕ ВХОДНОЕ ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ПЕРЕХОДА
 ?50
 ВВЕДИТЕ ВЫХОДНОЕ ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ПЕРЕХОДА
 ?75
 ВВЕДИТЕ ДЛИНУ ПЕРЕХОДА, ОТНОСИТЕЛЬНУЮ К ДЛИНЕ ВОЛНЫ
 ?3

ЕСЛИ ВЫ ХОТИТЕ ПОСМОТРЕТЬ СИНТЕЗ ПЕРЕХОДА
 НА ОСНОВЕ КОАКСИАЛЬНОЙ ЛИНИИ, ВВЕДИТЕ 1
 ?1

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО ПЕРЕХОДА

ПРИМЕР СИНТЕЗА ПЕРЕХОДА НА ОСНОВЕ КОАКСИАЛЬНОЙ ЛИНИИ
 С ВНУТРЕННИМ ДИАМЕТРОМ ВНЕШНЕГО ПРОВОДНИКА = 0.8 СМ

ЭФФЕКТ. ИЛИ ОТНОСИТ. ДИЭЛЕКТ. ПРОНИЦАЕМОСТЬ 1
 РАБОЧАЯ ЧАСТОТА 10 ГГЦ
 ЧИСЛО РАСЧЕТНЫХ ТОЧЕК ПО ДЛИНЕ ПЕРЕХОДА 10
 ВХОДНОЕ ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ПЕРЕХОДА 50 ОМ
 ВЫХОДНОЕ ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ПЕРЕХОДА 75 ОМ

ДЛИНА ПЕРЕХОДА, ОТНЕСЕННАЯ К ДЛИНЕ ВОЛНЫ 3
 ДЛИНА ВОЛНЫ В ЛИНИИ 3 СМ
 ДЛИНА ПЕРЕХОДА = 9 СМ

СМ	ВОЛН.СОПРОТ	ДИАМЕТР (СМ)
0	50	.348
.9	52.07	.336
1.8	54.22	.324
2.7	56.47	.312
3.6	58.8	.3
4.5	61.24	.288
5.4	63.77	.276
6.3	66.41	.264
7.2	69.16	.253
8.1	72.02	.241
9	75	.229

*****²*****

ДЛЯ РАСЧЕТА СЛЕДУЮЩЕГО ВАРИАНТА ВВЕДИТЕ 1
 ДЛЯ ОКОНЧАНИЯ РАБОТЫ ВВЕДИТЕ 0
 ?0

**** КОНЕЦ ПРОГРАММЫ ****

5.7. ШЛЕЙФНЫЕ ОТВЕТВИТЕЛИ

Выше отмечалось, что при изготовлении связанных линий с сильной боковой связью трудно или невозможно обеспечить хорошую воспроизводимость, поскольку в таких линиях необходимы малые зазоры между проводниками для получения коэффициента связи по напряжению менее 3 дБ. При этом из-за неизбежных при изготовлении погрешностей весьма вероятно возникновение гальванической связи в некотором сечении узкой щели между проводниками. Существует другой тип направленного ответвителя, в котором можно реализовать сильную связь вплоть до 0 дБ. Этот, так называемый шлейфный, направленный ответвитель (рис. 5.29) весьма прост в изготовлении на основе микрополосковой или симметричной полосковой линии. С небольшими изменениями такой ответвитель можно реализовать в коаксиальном или волноводном исполнении.

На рис. 5.29 показаны две возможные конструкции шлейфного ответвителя. В одной из них проводники образуют прямоугольник, во второй – проводники свернуты в кольцо. Первая конструкция получила широкое применение в схемах деления (сложения) мощности, вторая – в схемах смесителей. Естественно, обе конструкции

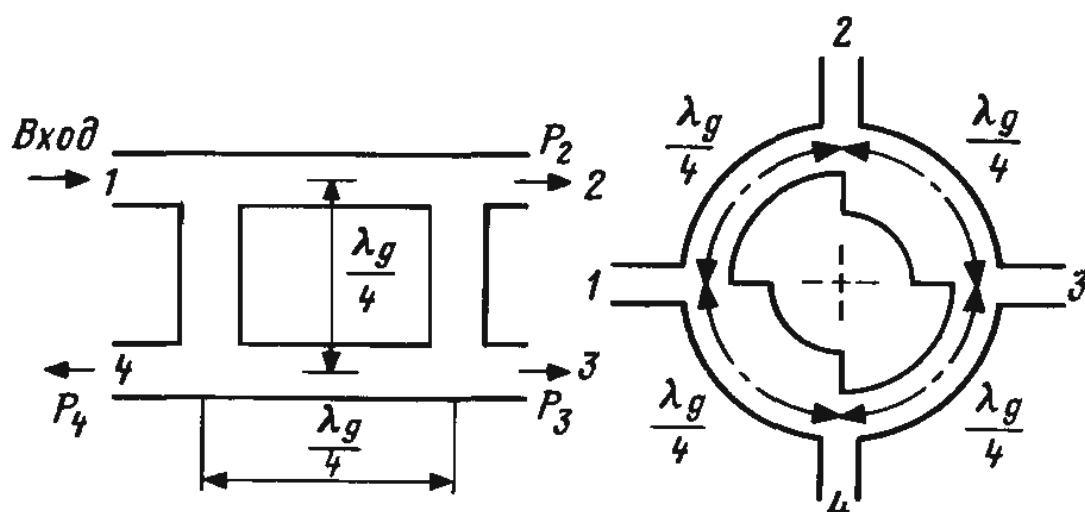


Рис. 5.29. Двухшлейфный направленный ответвитель

эквивалентны. Длины отрезков, соединяющих входные и выходные плечи ответвителя, выбираются равными четверти длины волны в линии (отметим, что длина волны может зависеть от волнового сопротивления линии, как например, в микрополосковой линии). Если проводники свернуты в кольцо, то полная длина окружности, соответствующая среднему диаметру, равна длине волны в линии и состоит из четырех четвертьволновых отрезков. Выходные плечи ответвителя располагаются под углом 90° друг к другу. Можно показать, что при возбуждении плеча 1 сдвиг по фазе между волнами, поступившими во второе и третье плечи, равен 90° . Поэтому такие ответвители относятся к классу квадратурных.

Рассмотрим принцип действия ответвителя, определяя фазовые сдвиги, вносимые каждым из четвертьволновых отрезков линии. На рис. 5.30 схематически изображен кольцевой вариант ответвителя. Примем фазу волны, поступающей на вход плеча 1, нулевой. Из плеча 1 часть энергии поступает в плечо 2, причем волна на выходе этого плеча сдвинута на фазе на 90° относительно входящей в плечо 1. В плечо 3 поступают две волны равной амплитуды, одна из которых проходит мимо плеча 2, вторая — мимо плеча 4. Очевидно, что эти волны синфазны и суммируются в плече 3. Фаза волны на выходе плеча 3 равна 180° , т. е. сдвиг по фазе между волнами в плечах 2 и 3 равен 90° . В плечо 4 также приходят две волны, но уже противофазные, которые гасят друг друга, т.е. плечо 4 оказывается развязанным.

Шлейфный направленный ответвитель используется не только как простой делитель (сумматор) мощности. В [9] показано, что такой ответвитель кроме функции деления мощности может обеспечивать согласование при неравных сопротивлениях нагрузок, подключаемых к его входному и выходным плечам. На это очень полезное свойство часто не обращают внимание. При рациональном подходе удается значительно уменьшить число согласующих элементов, что позволяет снизить габариты схемы; ее сложность и потери в ней.

На рис. 5.31 изображена эквивалентная схема шлейфного ответвителя, ко входу и выходу которого подключаются нагрузки с равными либо неравными сопротивлениями. Деление мощности может быть также равным или неравным. При волноводной реализации ответвителя (рис. 5.31) часто применяют последовательное соединение отрезков волноводов*; тогда при анализе оперируют сопротивлениями. При реализации на основе коаксиальной, симметричной полосковой или микрополосковой линии, где все соединения отрезков линии параллельные, удобнее оперировать

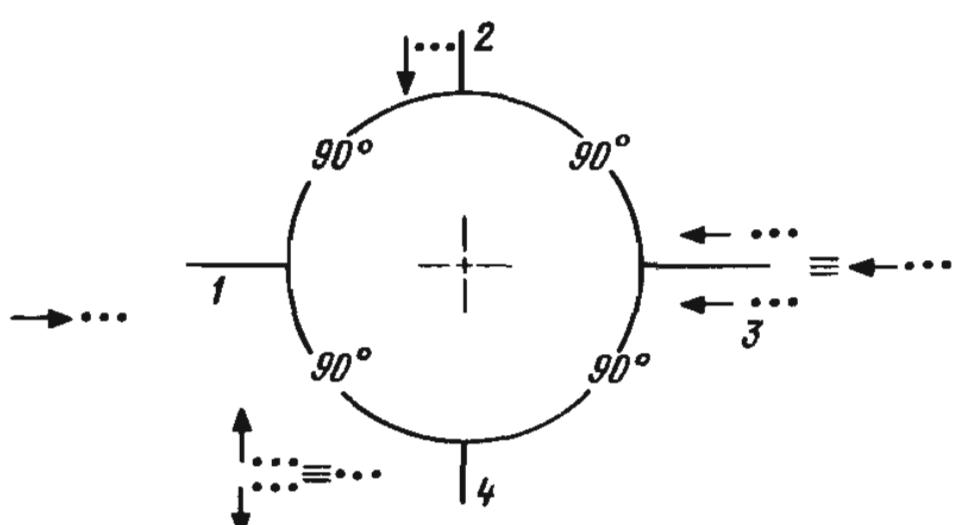


Рис. 5.30. Схема шлейфного ответвителя

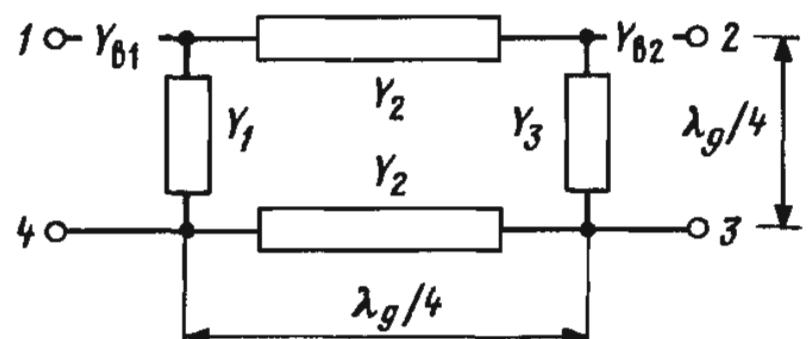


Рис. 5.31. Эквивалентная схема двухшлейфного ответвителя

* Это соответствует использованию Е-плоскостных разветвлений. — Прим. ред.

проводимостями. На рис. 5.31 параллельные проводимости Y_1 и Y_3 и последовательная проводимость Y_2 нормированы к проводимости Y_{B1} линии, подключенной к плечу 1. Соответственно и проводимость Y_{B2} линии, подключаемой к выходным плечам, нормирована к проводимости Y_{B1} .

Можно показать, опираясь на эквивалентную схему (рис. 5.31), что идеальное согласование ответвителя достигается при

$$Y_1 = Y_3 Y_{B2},$$

а идеальная направленность, когда энергия волны в плече 4 равна нулю, при

$$Y_2^2 = Y_{B2} + Y_1 Y_3.$$

При выполнении этих соотношений вся входная мощность поступает в плечи 2 и 3. Если обозначить отношение мощностей на выходе плеч 2 и 3 через K , т. е.

$$K = P_2 / P_3,$$

то должны выполняться равенства

$$Y_3 = Y_{B2} / K^{1/2},$$

$$Y_2 = [(K + 1) Y_{B2} / K]^{1/2},$$

$$Y_1 = 1 / K^{1/2}.$$

Для иллюстрации этих простых расчетных соотношений рассмотрим следующий пример.

Пример 5.10. Рассчитать двухшлейфный ответвитель с переходным затуханием 3 дБ, входное и выходное сопротивления которого равны 50 Ом.

Решение

Нормируем проводимость в выходном плече; так как $Y_{B1} = 1/50$, то $Y_{B2} = (1/50)/(1/50) = 1$.

Поскольку $P_3 = 10^{-3/10} P_{Bx} = 0,5 P_{Bx} = P_2$, $K = P_2 / P_3 = 1$.

Применив записанные выше соотношения, находим нормированные величины проводимостей:

$$Y_1 = 1,$$

$$Y_2 = [(1 + 1)(1/1)]^{1/2} = \sqrt{2},$$

$$Y_3 = 1.$$

Перейдем к ненормированным величинам. Так как

$$Y_1 = 1/50 \text{ См}, \text{ то } Z_1 = 50 \text{ Ом} \rightarrow \text{в параллельной ветви},$$

$$Y_2 = \sqrt{2}/50 \text{ См}, \text{ то } Z_2 = 35,4 \text{ Ом} \rightarrow \text{в последовательной ветви},$$

$$Y_3 = 1/50 \text{ См}, \text{ то } Z_3 = 50 \text{ Ом} \rightarrow \text{в параллельной ветви},$$

где $Z_{B1} = Z_{B2} = 50 \text{ Ом}$.

Геометрические размеры отрезков линий соответствующих найденным величинам волновых сопротивлений, можно определить с помощью программ синтеза из гл. 2, предварительно выбрав тип линии, на основе которой реализуется ответвитель.

Опираясь на результаты примера 5.10, можно сконструировать делитель мощности с равным делением мощности между выходными плечами. К выходу плеча 4 обычно подключается поглощающая нагрузка. Рабочая полоса частот такого типа ответвителей порядка 10 %.

Пример 5.11. Повторить решение примера 5.10 для переходного затухания 6 дБ.

Решение

Так как 6 дБ соответствует отношению мощностей $10^{-6/10} = 0,25$, то

$$P_2 = 0,75 \cdot (\text{входная мощность}) \text{ и } P_3 = 0,25 \cdot (\text{входная мощность}),$$

$$\text{т. е. } K = 0,75/0,25 = 3.$$

Используя расчетные соотношения, получаем

$$Y_1 = Y_3 = 1/\sqrt{3}; \quad Y_2 = (4/3)^{1/2},$$

что позволяет определить волновые сопротивления всех отрезков:

$$Z_1 = Z_3 = 86,6 \text{ Ом},$$

$$Z_2 = 43,3 \text{ Ом}.$$

На этом расчет завершается.

При переходном затухании более 8 дБ волновое сопротивление последовательных отрезков становится достаточно высоким, что вызывает определенные трудности при изготовлении таких ответвителей.

Для иллюстрации согласующих возможностей шлейфного ответвителя рассмотрим ответвитель с равным делением мощности, на входе и выходах которого включены неравные сопротивления.

Пример 5.12. С помощью двухшлейфного ответвителя согласовать генератор с сопротивлением 75 Ом и 50-омную нагрузку, обеспечив равное деление мощности между выходными плечами.

Решение

При равном делении мощности $P_2 = P_3$, т. е. $K = 1$. Нормированная проводимость, подключаемая к выходу второго плеча,

$$Y_{B2} = (1/50)/(1/75) = 1,5.$$

Результаты расчета сведены в табл. 5.5. На этом расчет завершается.

Таблица 5.5

Нормированная проводимость	Проводимость, См	Сопротивление, Ом
$Y_3 = 1,5/1$	0,02	50
$Y_2 = 1,5$	0,02	50
$Y_1 = 1$	0,0133	75
$Y_{B1} = 1$	0,0133	75
$Y_{B2} = 1,5$	0,02	50

Таблица 5.6

Нормированная проводимость	Сопротивление, Ом
$Y_{B2} = 2$	$Z_{B2} = 50$
$Y_3 = 1,444$	$Z_3 = 70,7$
$Y_2 = 1,7$	$Z_2 = 58,8$
$Y_1 = 0,707$	$Z_1 = 141$
$K = 2$	$Z_{B1} = 100$

И наконец, рассчитаем ответвитель с $K = P_2/P_3 = 2/1$, включенный между сопротивлениями 100 и 50 Ом. Результаты расчета представлены в табл. 5.6. Отметим, что большая величина (141 Ом) волнового сопротивления отрезка между первым и четвертым плечами может вызвать трудности при изготовлении такого ответвителя.

Для получения переходного затухания, меньшего 3 дБ, двухшлейфный ответвитель практически непригоден. Объясняется это тем, что поперечные размеры провод-

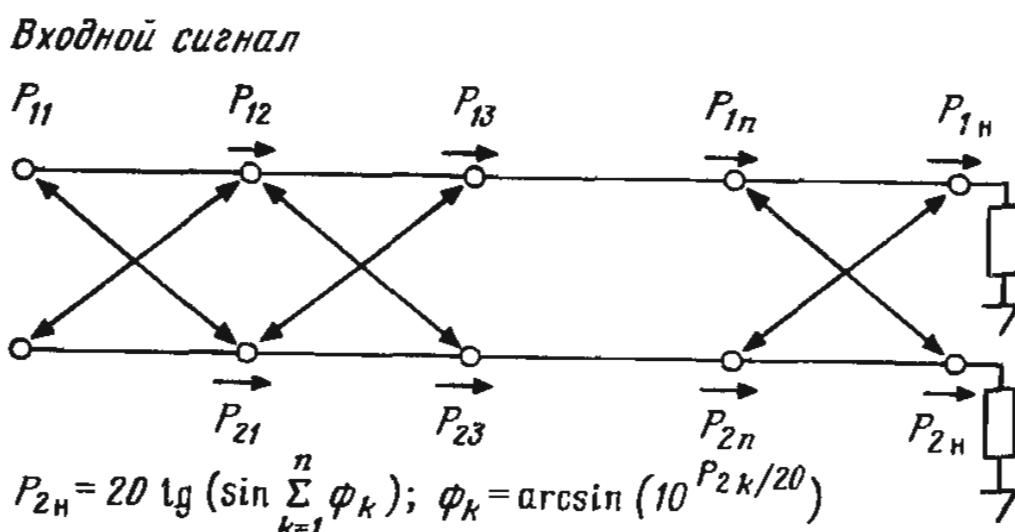


Рис. 5.32. Многокаскадный ответвитель

ников в отрезках линий с требуемыми значениями волновых сопротивлений недопустимо велики. Поэтому при реализации переходного затухания, меньшего 3 дБ, обычно используют каскадное включение нескольких физически реализуемых шлейфных ответвителей с большим переходным затуханием каждого из них. Такая схема изображена на рис. 5.32.

По формулам, приведенным на рис. 5.32, рассчитаем величину ϕ , характеризующую ответвитель при коэффициенте связи по напряжению, равном -12 дБ:

$$\phi = \arcsin(10^{-12/20}) = 14,5^\circ.$$

Тогда при каскадном соединении трех таких ответвителей получим

$$P_{2H} = 20 \lg [\sin(3 \cdot 14,5)] = -3,24 \text{ дБ},$$

а для четырех таких же ответвителей

$$P_{2H} = -1,4 \text{ дБ и т. д.}$$

5.8. КОЛЬЦЕВОЙ МОСТ (180°-НОЕ ГИБРИДНОЕ СОЧЛЕНИЕ)

С помощью небольших изменений рассмотренный выше кольцевой квадратурный ответвитель можно превратить в кольцевой мост или 180°-ное гибридное сочленение. Часто такой мост выполняется из отрезков прямоугольного волновода с использованием последовательного соединения образующих плечи отрезков с кольцевым волноводом. На рис. 5.33, а изображен волноводный вариант кольцевого моста, а на рис. 5.33, б показана его эквивалентная схема. Средняя длина окружности кольца равна 1,5 длины волны в волноводе. Кольцевой мост на основе микрополосковой или симметричной полосковой линии можно также реализовать, используя в основном прямолинейные отрезки, как показано на рис. 5.33, в. В этом случае отрезок линии длиной три четверти длины волны соответствующим образом слегка изгибаются.

Рассмотрим принцип действия моста на основе фазовых соотношений, которые иллюстрируются на рис. 5.34. Волна, поступившая на вход плеча 1, проходит в плечи 2 и 4. Сдвиг по фазе между волнами в плечах 2 и 1, очевидно, равен 90°, а в плечах 4 и 1 равен 270°, поскольку во втором случае волна проходит по кольцу путь, в 3 раза больший. Полная волна на входе каждого из плеч 2, 3 и 4 является суперпозицией двух волн разной амплитуды, одна из которых распространяется по кольцу по часовой, а другая – против часовой стрелки от плеча 1. Эти волны арифметически суммируются на входе плеч 2, 4 и вычитаются на входе плеча 3, где сдвиг по фазе между этими волнами равен 180°. Следовательно, плечи 1 и 3 развязаны. Данные особеннос-

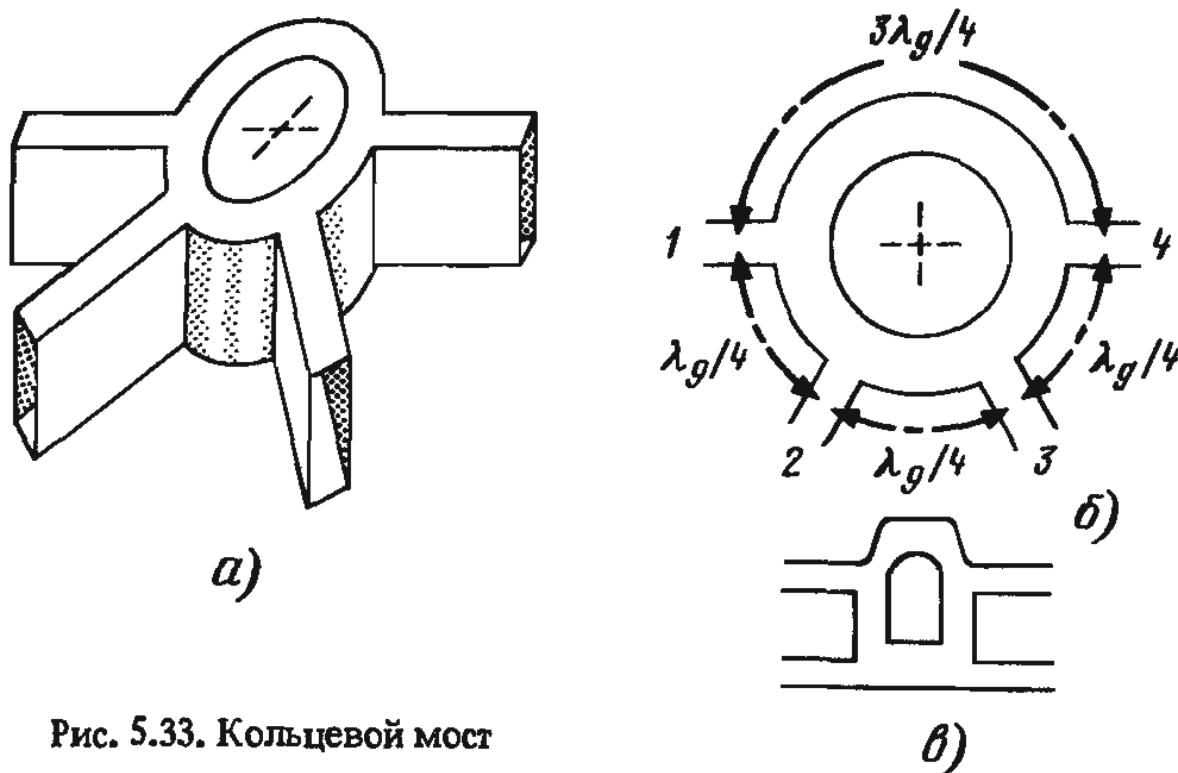


Рис. 5.33. Кольцевой мост

ти моста и наличие фазового сдвига 180° между волнами, проходящими из плеча 1 в плечи 2 и 4, широко используются в балансных смесителях и преобразователях частоты с подавлением тех или иных гармонических составляющих.

Для иллюстрации применения кольцевого моста в схеме балансного смесителя обратимся к рис. 5.35. Как видно из рисунка, плечи 1 и 3 возбуждаются одновременно, например, плечо 1 – волной от гетеродина, а плечо 3 – волной принимаемого сигнала. Так как плечи 1 и 3 развязаны, энергия от гетеродина не попадает на сигнальный вход смесителя. Кроме того, ввиду противофазности волн от гетеродина в плечах 2 и 4, к которым подключены смесительные диоды, шумы гетеродина не попадают на вход смесителя.

Использование моста в качестве делителя мощности с равным делением не требует специальных пояснений. Если в волноводной конструкции моста, изображенной на рис. 5.33, образующие плечи отрезки линии подключены последовательно к кольцу, то в микрополосковой или полосковой конструкции предпочитают параллельное соединение. Анализ моста с последовательно подключенными плечами проведем, обратившись к рис. 5.36, где изображена развертка кольца.

Входы плеч 2 и 4 отстоят от входа плеча 1 на расстоянии, равном нечетному числу четвертей длины волны в линии, тогда как расстояние между входами плеч 1 и 3 составляет половину той же длины волны. Поэтому на центральной частоте между плечами 1 и 3 включен полуволновый трансформатор, т. е. нагрузка, которую представляет для кольца плечо 3, без изменений трансформируется в сечение, где подключено плечо 1. Так как плечи соединяются с кольцом последовательно, то полное эквивалентное сопротивление, подключенное к кольцу со стороны плеча 1, равно $2Z_B$. С помощью инверторов сопротивления, включенных между плечами 1 и 2, а

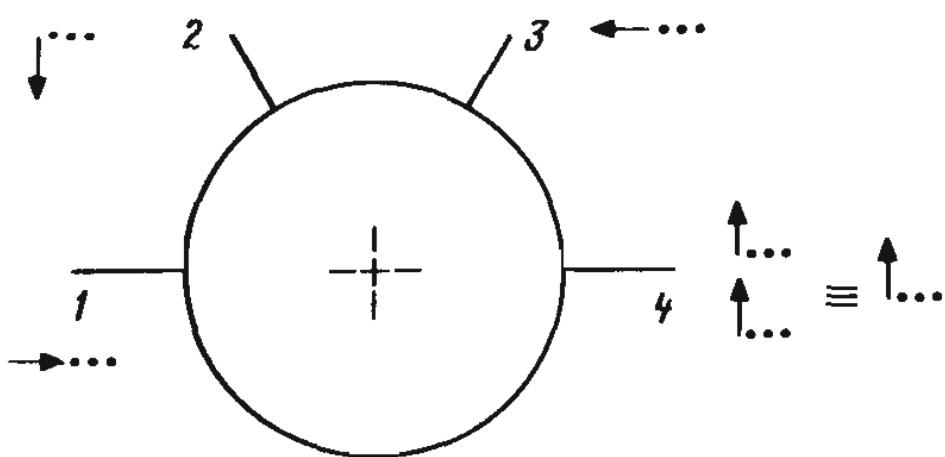


Рис. 5.34. Схема кольцевого моста

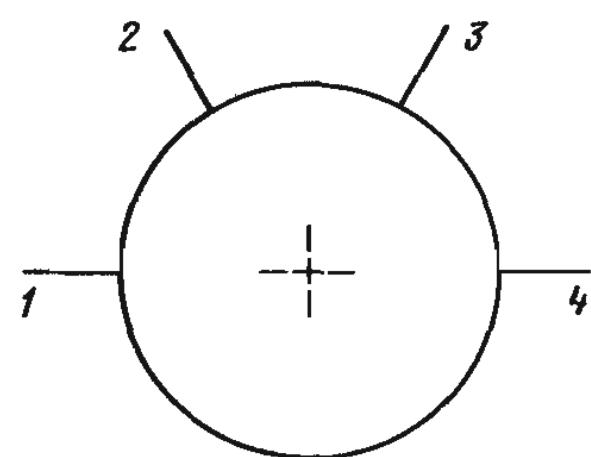


Рис. 5.35. Применение кольцевого моста в баланском смесителе

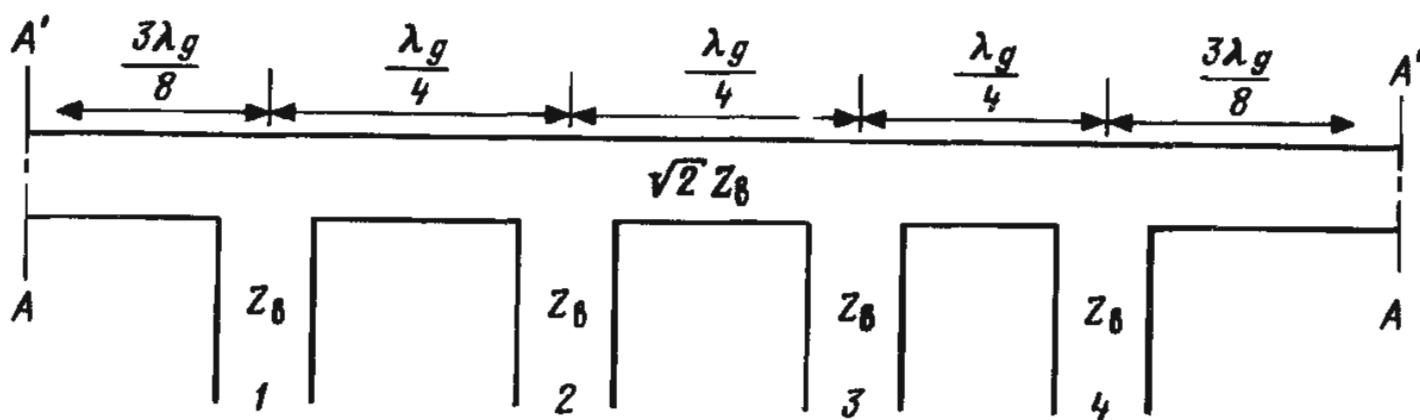


Рис. 5.36. Развертка кольцевого моста

также 1 и 4, обеспечивается согласование в мосте. Для этого, очевидно, необходимо выбрать волновое сопротивление линии, образующей кольцо, равным

$$Z_{B, \text{кольца}} = (2Z_B Z_B)^{1/2} = \sqrt{2}Z_B.$$

Например, если волновое сопротивление подводящих линий равно 50 Ом, то волновое сопротивление кольца следует сделать равным 70,7 Ом. На этом элементарном соотношении расчет кольцевого 3-дБ моста завершается. Средняя длина окружности кольца, как отмечалось выше, равна 1,5 длины волны в линии, образующей кольцо.

Рассмотрим модификацию кольцевого моста, в которой соседние отрезки линии, образующие кольцо, имеют разные волновые сопротивления, а противолежащие — одинаковые. Такая конфигурация позволяет получить наравнное деление мощности между выходными плечами, в то же время сдвиг по фазе 180° между волнами в этих плечах сохраняется. Такое 180°-ное гибридное сочленение показано на рис. 5.37.

Мощность P_1 , поступающая в плечо 1, делится между плечами 3 и 4. Величина мощности, поступающей в каждое из этих плеч, зависит от выбора волновых сопротивлений отрезков, образующих кольцо. На центральной частоте связь между мощностями P_3 и P_4 на выходе плеч 3 и 4 соответственно и волновыми проводимостями Y_1 и Y_2 отрезков описывается следующими формулами:

$$Y_1/Y_B = (P_4/P_1)^{1/2} \text{ и } Y_2/Y_B = (P_3/P_1)^{1/2},$$

где Y_B — волновая проводимость питающих линий.

На центральной частоте сдвиг по фазе между волнами в плечах 3 и 4 равен 180°, так как электрические расстояния в кольце остались прежними.

Если мощность поступает в плечо 2, то справедливы соотношения

$$Y_1/Y_B = (P_3/P_2)^{1/2} \text{ и } Y_2/Y_B = (P_4/P_2)^{1/2}.$$

В этом случае волны, поступающие в плечи 3 и 4, синфазны.

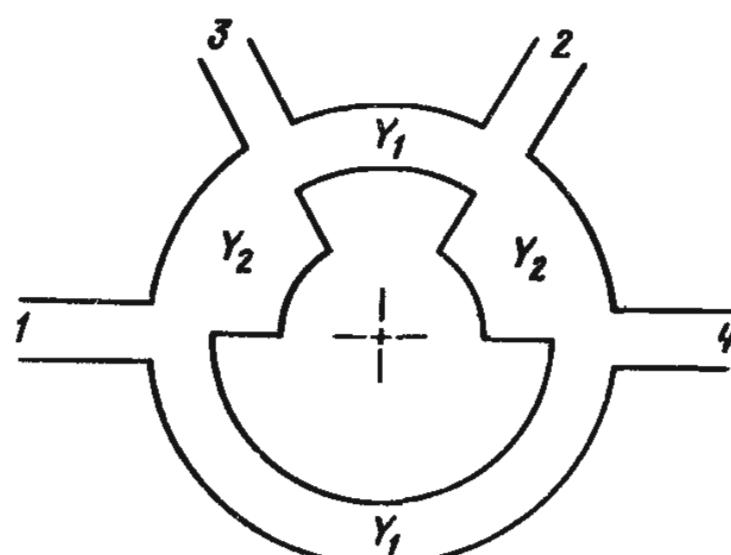


Рис. 5.37. Модифицированный кольцевой мост

Пример 5.13. Рассчитать 50-омный 3-дБ делитель мощности, опираясь на модифицированную схему гибридного сочленения (рис. 5.37); обеспечить сдвиг по фазе 180° между волнами на выходе.

Решение

Волновое сопротивление линий в плечах $Z_B = 50 \text{ Ом}$, т. е. $Y_B = 1/Z_B = 0,02 \text{ См}$. Для получения сдвига по фазе 180° между волнами в выходных плечах следует входную мощность P_1 подать в плечо 1 сочленения (рис. 5.37). Для 3-дБ делителя

$$P_4/P_1 = 10^{-3/10} = 0,5;$$

поэтому $Y_1/Y_B = 0,707$, т. е.

$$Z_1 = 1/Y_1 = 1/(0,707 \cdot 0,02) = 70,7 \text{ Ом.}$$

Аналогично

$$Z_2 = 1/Y_2 = 1/[0,02(1 - 0,5)^{1/2}] = 70,7 \text{ Ом.}$$

Отметим, что тот же результат был получен выше из условия полного согласования моста.

Пример 5.14. Рассчитать ответвитель с переходным затуханием 6 дБ, опираясь на гибридное сочленение (рис. 5.37); волновое сопротивление линий в плечах 50 Ом. Обеспечить синфазность волн на выходе.

Решение

На этот раз источник следует подключить к плечу 2, что обеспечит синфазность волн на выходе плеч 3 и 4. Для переходного затухания 6 дБ

$$P_3/P_2 = 10^{-6/10} = 0,25,$$

поэтому $Z_1 = 100 \text{ Ом}$.

Остальная часть мощности, равная $(1 - 0,25)P_2$, поступит на выход плеча 4, поэтому

$$Z_2 = 57,7 \text{ Ом.}$$

На этом расчет завершается.

5.9. ДЕЛИТЕЛЬ (СУММАТОР) МОЩНОСТИ

В диапазоне СВЧ часто требуется осуществлять либо деление входящей мощности на несколько частей, либо сложение мощностей от нескольких источников*. В качестве примера укажем на схемы питания многоэлементных передающих или приемных антенн, балансные усилители, возбудители, сигнал которых подается одновременно в передающую и приемную части аппаратуры.

Во всех этих случаях необходимо трехплечное устройство, обеспечивающее синфазность сигналов в выходных плечах (рис. 5.38). Обычно такие устройства являются взаимными и применяются также для сложения мощностей двух источников. На частотах до 500 МГц делители (сумматоры) можно конструировать из сосредоточенных элементов. Их эффективная работа во многом зависит от взаимного положения и качества монтажа элементов в схеме. При удачной реализации удается получить устройства с весьма хорошими электрическими характеристиками. На рис. 5.39



Рис. 5.38. Представление делителя (сумматора) мощности в виде шестиполюсника

* Речь идет об источниках, работающих на одной частоте. — Прим. ред.

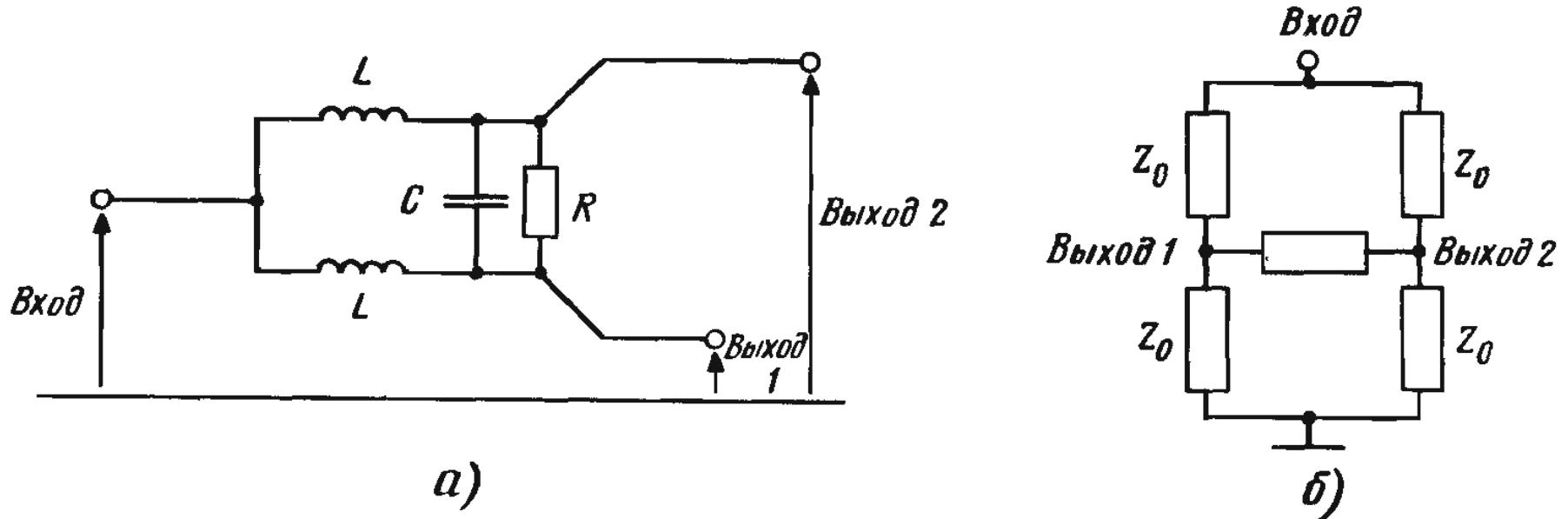


Рис. 5.39. Делитель мощности на сосредоточенных элементах (а) и его эквивалентная схема на расчетной частоте (б)

показан делитель мощности на сосредоточенных элементах. Расчет такой схемы выполняется по следующим формулам:

$$C = 1/(2\omega Z_0), \quad (5.29)$$

$$L = Z_0 / \omega, \quad (5.30)$$

$$R = 2Z_0, \quad (5.31)$$

где Z_0 – входное (выходное) сопротивление делителя.

Отметим, что формулы (5.29) – (5.31) справедливы лишь при равном делении мощности между выходными плечами.

Пример 5.15. Рассчитать делитель для частоты 144 МГц при сопротивлении на его входе и выходе 75 Ом.

Решение

Исходные данные: $Z_0 = 75$ Ом, $f = 144$ МГц. Из уравнения (5.31)

$$R = 150 \text{ Ом},$$

из (5.30)

$$L = 75/2\pi \cdot 144 \cdot 10^6 = 83 \text{ нГн}$$

и, наконец, из (5.29)

$$C = 1/4\pi \cdot 144 \cdot 10^6 \cdot 75 = 7,5 \text{ пФ.}$$

На этом расчет завершается.

Проанализируем схему делителя на рис. 5.39, а, если параметры элементов на центральной частоте выбраны согласно (5.29) – (5.31). В этом случае

$$|X_C| = 1/(\omega C) = 2Z_0, |X_L| = \omega L = Z_0 \text{ и } R = 2Z_0.$$

Так как резистор R и емкость C соединены параллельно, на центральной частоте их сопротивление равно Z_0 . Если к выходным плечам подключены нагрузки с сопротивлением Z_0 , то полная схема делителя представляет собой балансный мост с разностью потенциалов между выходными плечами, равной нулю. При этом входное сопротивление делителя равно Z_0 , что обеспечивает согласование с подключаемым к входному плечу сопротивлением Z_0 . Поскольку разность потенциалов между выходными плечами нулевая, мощность, рассеиваемая в резисторе R , равна нулю. Отметим, что баланс моста имеет место лишь на центральной частоте и при величинах элемен-

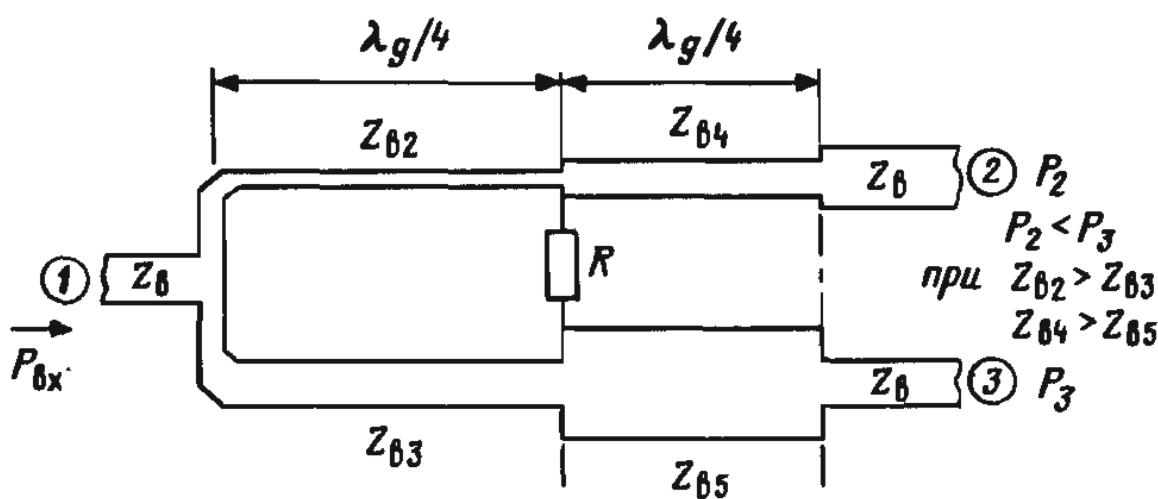


Рис. 5.40. Полосковый делитель при неравном делении мощности

тов, определенных по (5.29) – (5.31). Резистор R обеспечивает развязку между выходными плечами делителя, поскольку мощность, отраженная в этих плечах, будет рассеиваться в резисторе.

На частотах выше 500 МГц подобные делители строятся в основном на элементах с распределенными параметрами. Довольно громоздкий анализ такого делителя с развязанными выходами и с произвольным делением мощности выполнен в [10]. Вывод формул, используемых ниже, можно найти в указанной работе, являющейся развитием оригинальных результатов из [11].

На рис. 5.40 представлена топология делителя (сумматора), состоящего из элементов с распределенными параметрами и выполненного на основе микрополосковой или симметричной полосковой линии. Если делитель обеспечивает неравное деление мощности, то его схема несимметрична, что и показано на рис. 5.40. Вплоть до 1 ГГц в качестве поглощающего резистора R можно использовать сосредоточенные резисторы из графита или окислов металлов. На более высоких частотах применяют резисторы с распределенными параметрами, изготовленными по тонко- либо толстопленочной технологии. Приведем основные расчетные соотношения, на основе которых выполняется синтез таких делителей:

$$\frac{\text{Мощность в плече 2}}{\text{Мощность в плече 3}} = \frac{1}{K^2},$$

$$Z_{B2} = Z_B [K(1 + K^2)]^{1/2}, \quad Z_{B3} = Z_B \left(\frac{1 + K^2}{K^3} \right)^{1/2}, \quad Z_{B4} = Z_B K^{1/2},$$

$$Z_{B5} = Z_B / K^{1/2}, \quad R = Z_B \left(\frac{1 + K^2}{K} \right).$$

При выводе этих формул не учитывалось влияние неоднородностей в местах стыка отрезков линий с разными волновыми сопротивлениями. Компенсация влияния этих неоднородностей осуществляется обычно в процессе экспериментальной отработки делителя. Как показывает анализ, увеличение разницы между мощностями в выходных плечах приводит к сужению рабочей полосы частот делителя. Однако данный делитель обладает определенным преимуществом по сравнению со шлейфным ответвителем и модифицированным кольцевым мостом. Если рабочая полоса последних 10 – 15 %, то в рассматриваемом устройстве деление сохраняется практически неизменным в полосе частот до октавы. Рабочую полосу трехплечих делителей мощности можно довести до декадной, если перейти к многоступенчатым делителям. С методикой проектирования таких делителей можно ознакомиться, обратившись к работе [12].

Пример 5.16. Синтезировать 3-дБ делитель мощности, если волновое сопротивление подводящих линий 50 Ом. Нарисовать схему делителя в коаксиальном исполнении.

Решение

Дано $Z_B = 50$ Ом. Поскольку $\frac{P_2}{P_3} = \frac{1/2}{1/2}$, то

$K = 1$. С помощью расчетных формул находим

$$Z_{B2} = Z_{B3} = Z_B \sqrt{2} = 70,7 \text{ Ом},$$

$$Z_{B4} = Z_{B5} = Z_B = 50 \text{ Ом},$$

$$R = 2Z_B = 100 \text{ Ом.}$$

Делитель можно выполнить из отрезков стандартного кабеля с волновыми сопротивлениями 50 и 75 Ом (рис. 5.41); при этом уровень сигнала в выходных плечах уменьшится менее чем на 0,25 дБ*.

Пример 5.17. Рассчитать 6-дБ делитель мощности при волновом сопротивлении подводящих линий 50 Ом.

Решение

Так как 6 дБ соответствует отношению мощностей, равному 0,25, то:

Мощность в плече 2 = 0,25 $P_{\text{вх}}$,

Мощность в плече 3 = 0,75 $P_{\text{вх}}$.

Потерями мощности в делителе пренебрегаем. Тогда $P_2/P_3 = 0,25/0,75 = 1/3$, т. е. $K = (3)^{1/2} = 1,732$.

Поскольку $Z_B = 50$ Ом, то

$$Z_{B2} = 50[1,732(1+3)]^{1/2} = 132 \text{ Ом},$$

$$Z_{B3} = 50[(1+3)/1,732^2]^{1/2} = 44 \text{ Ом},$$

$$Z_{B4} = 50(1,732)^{1/2} = 66 \text{ Ом},$$

$$Z_{B5} = 50/(1,732)^{1/2} = 38 \text{ Ом},$$

$$R = 50(1+3)/1,732 = 115 \text{ Ом.}$$

Из сравнения делителей, рассчитанных в примерах 5.16 и 5.17, видно, что длина делителя при неравном делении входной мощности вдвое превышает длину в случае равного деления. При реализации делителя, рассмотренного в примере 5.17, необходимо обратить внимание на следующие его особенности. Во-первых, волновое сопро-

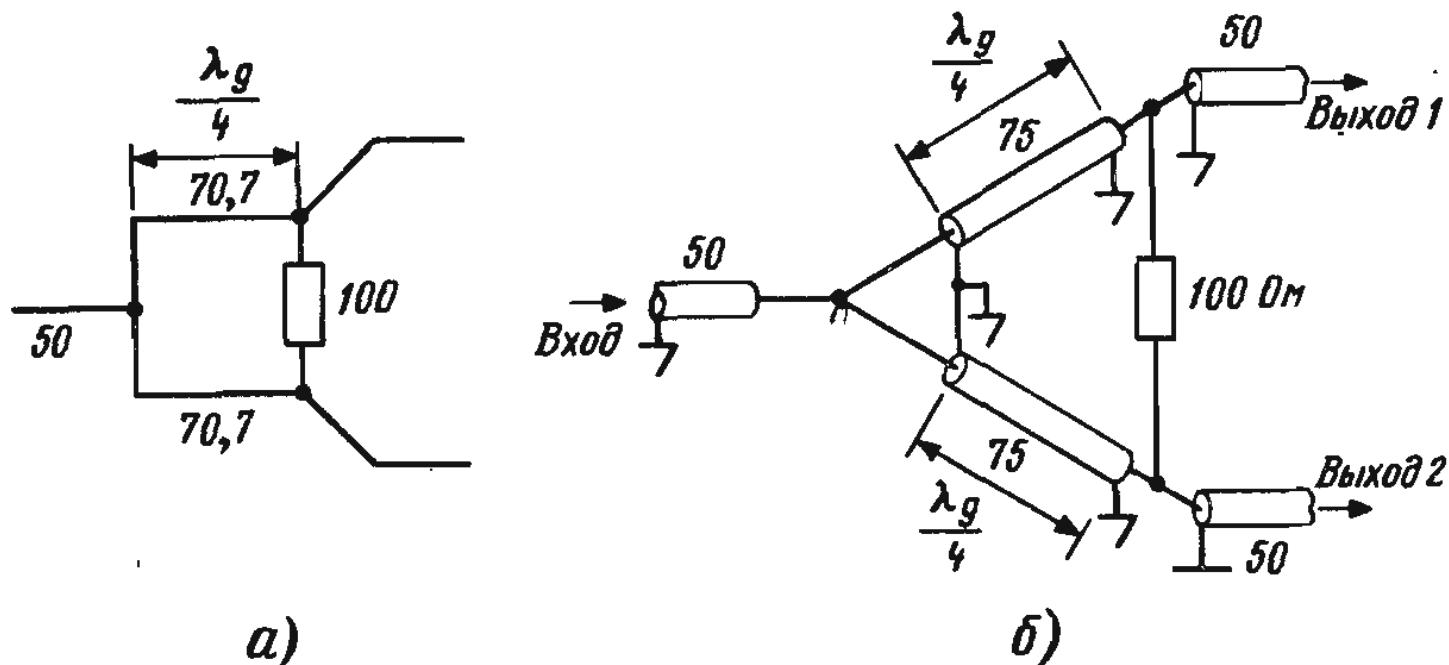


Рис. 5.41. Схема (а) и коаксиальная реализация (б) 3-дБ делителя мощности для примера 5.16

* Из-за отражений во входном плече. — Прим. ред.

тивление Z_{B2} получилось довольно высоким, что вызовет определенные трудности при его реализации из-за весьма малой ширины полоски. Поэтому на практике для рассматриваемых делителей величина, равная 5 – 6 дБ, рассматривается как предельная, при которой делитель еще сравнительно просто реализуется. Во-вторых, волновое сопротивление всех отрезков в делителе различны и, как следствие, оказываются различными физические длины этих отрезков, кроме случая, когда используется линия с ТЕМ-волной.

5.10. ОТВЕТВИТЕЛЬ ЛАНГЕ

В разд. 2.7. методом синфазно-противофазного возбуждения был выполнен анализ связанных линий с боковой связью. Однако при практической реализации таких линий возникают определенные сложности.

1. На практике трудно создать связанные линии с коэффициентом связи более -3 дБ из-за весьма узких зазоров между проводниками; кроме того, при изготовлении связанных линий с малыми зазорами между проводниками возникают проблемы воспроизводимости и появления коротких замыканий в узком зазоре.

2. Фазовые скорости четной и нечетной мод в таких линиях различны*, и в обычном ответвителе на связанных линиях отсутствует механизм для выравнивания скоростей. Поэтому на практике при проектировании таких ответвителей длину области связи часто рассчитывают исходя из фазовой скорости нечетной моды (при этом удается получить более сильную связь по сравнению со случаем, когда расчет ведется по фазовой скорости четной моды). Указанное различие фазовых скоростей приводит к сужению рабочей полосы ответвителя.

Оба недостатка, присущие обычным ответвителям на связанных линиях, частично устранены в ответвителе, предложенном Ланге в 1969 г. [13], в котором используется структура на встречных стержнях с перемычками. На рис. 5.42 показана конструкция

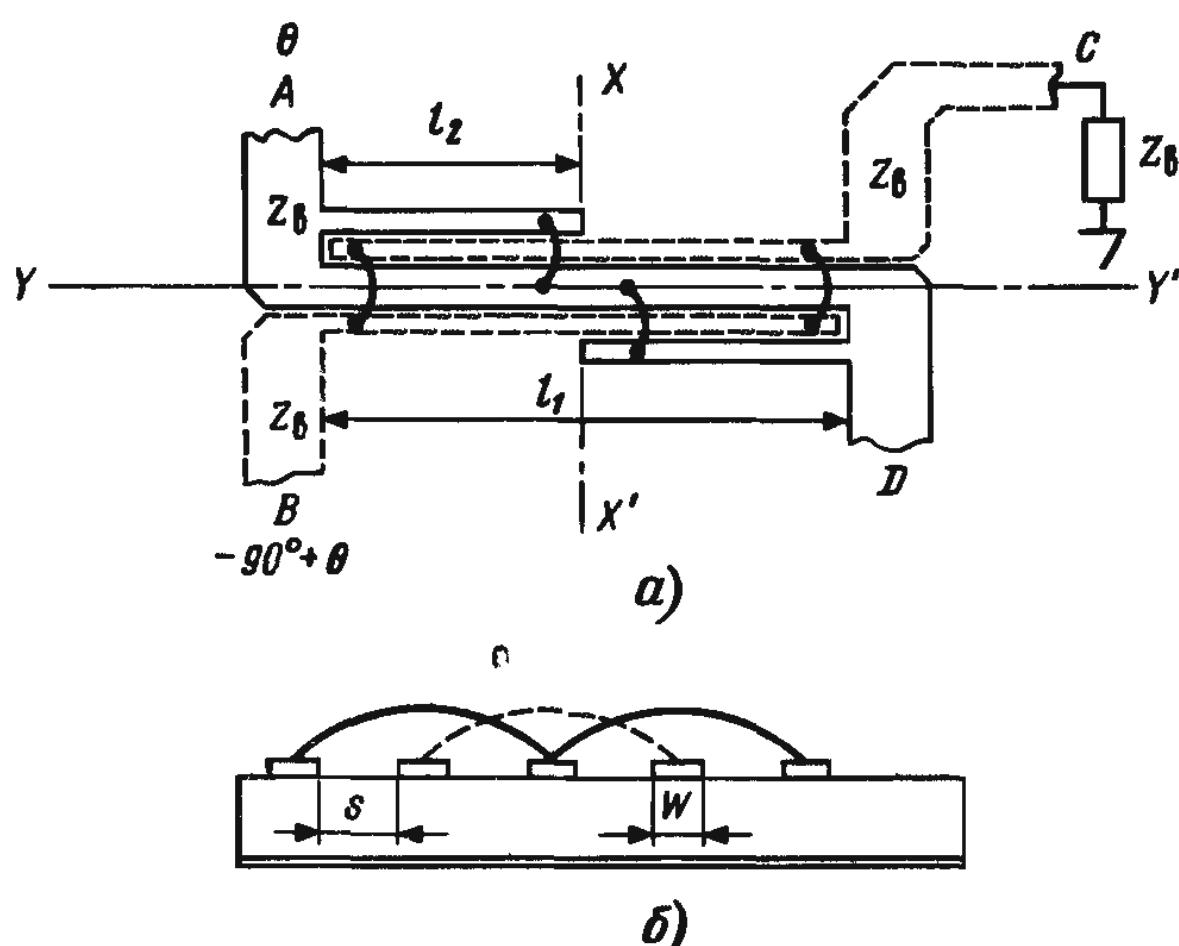


Рис. 5.42. Топология полосковых проводников (а) и поперечное сечение (б) симметричного ответвителя Ланге

* В микрополосковых связанных линиях. — Прим. ред.

ответвителя Ланге при нечетном числе стержней. Для реализации такой конструкции наиболее подходящей является микрополосковая линия. Отметим, что топология схемы уже не планарная из-за наличия перемычек.

На практике полосковая структура в ответителе Ланге создается методом травления. Затем над ней устанавливаются перемычки, соединяющие через один проводники в структуре. При изготовлении следует строго соблюдать симметрию схемы по отношению к осям $X - X'$ и $Y - Y'$. Как полагал Ланге, фазовые скорости четной и нечетной мод в связанных линиях частично выравниваются из-за симметрии схемы, что и позволило достичь примерно октавной рабочей полосы в таком ответителе. Отметим, что при одной и той же величине коэффициента связи зазоры между проводниками в ответителе Ланге существенно больше, чем в обычном ответителе на связанных линиях с боковой связью. В идеальном случае соединительные перемычки должны обладать нулевой индуктивностью и вносить пренебрежимо малую неоднородность в структуру. Необходимо стремиться к минимальной длине перемычек, следя однако за тем, чтобы введение перемычек не привело к гальванической связи между соседними проводниками структуры. Иногда для уменьшения индуктивности каждая перемычка выполняется из нескольких параллельно включенных перемычек.

Отметим и некоторые другие особенности ответителя на рис. 5.42. Во-первых, все питающие линии имеют одинаковое волновое сопротивление Z_B , величина которого выбирается из условия согласования ответителя с подключаемыми к нему устройствами. Во-вторых, при подаче мощности в плечо А мощность в плечо С не поступает, т. е. плечо С развязано. Однако в реальных конструкциях из-за влияния краевых полей и наличия неоднородностей небольшая часть мощности в плечо С все же поступает. Поэтому плечо С должно нагружаться на согласованную поглощающую нагрузку. В-третьих, ширина всех проводников в структуре одинакова, как и зазоры между ними.

При возбуждении плеча А часть энергии ответвляется в плечо В, а оставшаяся часть – в плечо D. Сдвиг по фазе между волнами в плечах В и D равен 90° . Поэтому ответитель Ланге относится к ответителям квадратурного типа. Экспериментальные исследования ответителя Ланге показали, что в октавной полосе частот отклонение фазового сдвига между волнами в выходных плечах от 90° в самом худшем случае не превышает 2° . Благодаря этому такие ответители широко применяются в широкополосных смесителях и балансных усилителях.

Приближенный анализ ответителя Ланге выполнен в [14] на основе результатов работы [15]. Ниже приводится лишь качественное описание такого анализа. Более подробно ознакомиться с ним можно, обратившись к указанной литературе. Анализ основан на рассмотрении многопроводной линии, для которой находятся волновые проводимости при четном и нечетном возбуждении для каждой пары соседних проводников. При анализе предполагалось, что структура состоит из четного числа полосковых проводников равной длины и учитывалось взаимодействие только между рядом расположеными проводниками. Кроме того, при анализе не учитывались индуктивность перемычек и влияние неоднородностей. Как и в случае ответителя Ланге (см. рис. 5.42), соответствующие пары проводников соединены на входе и выходе, как показано на рис. 5.43, а для четырехпроводной линии. Обозначение плеч такое же, как и на рис. 5.42.

Отметим, что полосковая конструкция ответителя на рис. 5.43, в отличается от изображенной на рис. 5.42. Несмотря на это, он сохраняет все описанные выше свойства ответителя Ланге.

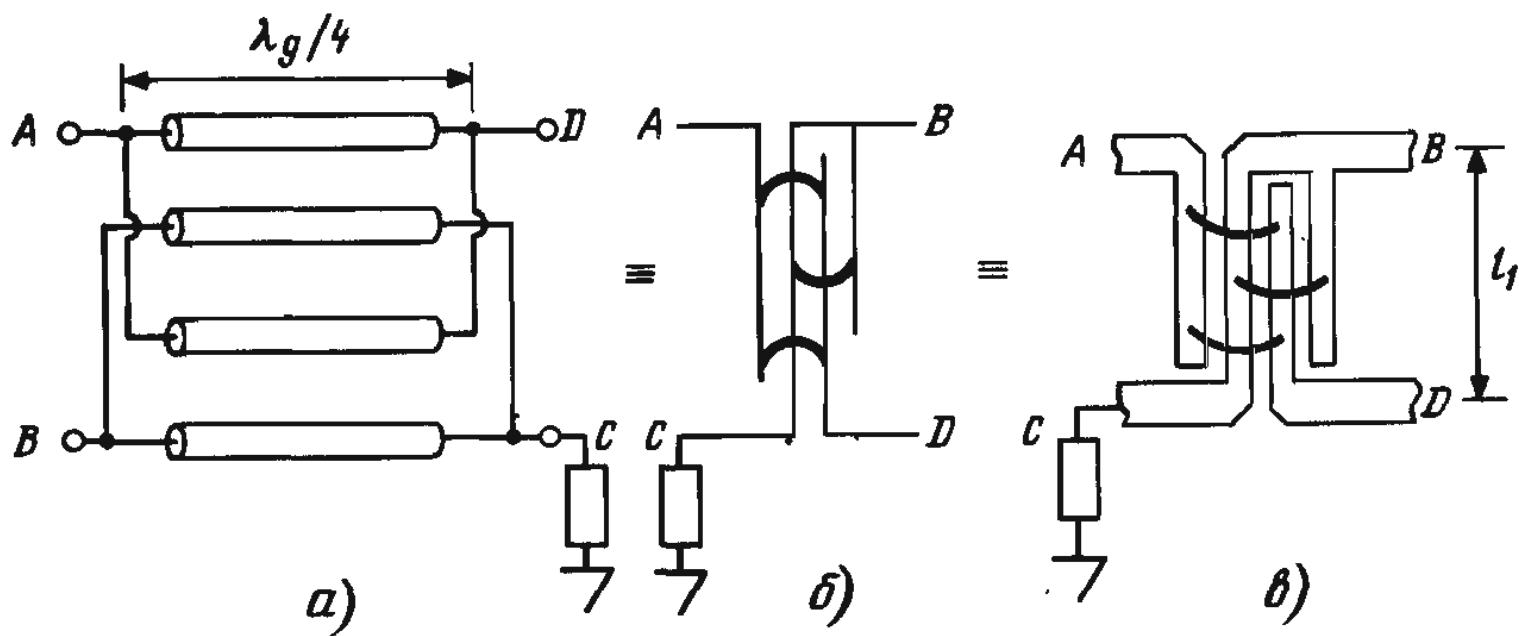


Рис. 5.43. Модифицированный ответвитель Ланге

Результаты анализа, выполненного в [15], можно записать в следующем виде:
волновое сопротивление питающих линий

$$Z_B^2 = \frac{Z_{Be} Z_{Bo} (Z_{Be} + Z_{Bo})^2}{[Z_{Be} + (k - 1)Z_{Bo}][Z_{Bo} + (k - 1)Z_{Be}]}, \quad (5.32)$$

где $k = 2, 4, 6, \dots, n + 2$ – число линий в многопроводной структуре;
коэффициент связи по напряжению

$$C = 10 \frac{\text{коэффициент связи в дБ}}{20} = \frac{(k - 1)Z_{Be}^2 - (k - 1)Z_{Bo}^2}{(k - 1)(Z_{Be}^2 + Z_{Bo}^2) + 2Z_{Be} Z_{Bo}}. \quad (5.33)$$

Эти формулы используются для приближенного анализа ответвителя Ланге на рис. 5.43.

На основе (5.22) и (5.33) в [14] получены приближенные формулы для синтеза такого ответвителя:

$$Z_{Bo} = Z_B \left(\frac{1 - C}{1 + C} \right)^{1/2} \frac{(k - 1)(1 + q)}{(C + q) + (k - 1)(1 - C)}, \quad (5.34)$$

$$Z_{Be} = Z_{Bo} (C + q)/[(k - 1)(1 - C)], \quad (5.35)$$

где $q = [C^2 + (1 - C^2)(k - 1)^2]^{1/2}$.

При синтезе микрополоскового ответвителя Ланге можно воспользоваться программой СМІС, для чего следует так изменить в ней блок ввода исходных данных, чтобы в программу вводились непосредственно величины волновых сопротивлений для четной и нечетной мод ответвителя. Это позволит определить ширину проводников и зазоры между ними.

Пример 5.18. В четырехпроводном микрополосковом ответвителе Ланге, сконструированном по схеме на рис. 5.43, $e = 0,15$ и $S/h = 0,25$. Рассчитать входное сопротивление ответвителя и коэффициент связи в нем. Относительная диэлектрическая проницаемость подложки микрополосковой линии равна 9,5; толщина полоски – минимально возможная.

Решение

Как следует из условия, требуется выполнить анализ, т. е. по заданным геометрическим размерам найти электрические характеристики ответвителя. С использованием справочной литературы или программы СМІС по заданным $W/h = 0,15$, $S/h = 0,25$, $\epsilon_r = 9,5$ и $t = 0$ определяем волновые сопротивления для четной и нечетной мод:

$$Z_{Be} = 176 \text{ Ом и } Z_{Bo} = 52 \text{ Ом.}$$

Число линий в многопроводной структуре ответвителя $k = 4$. Подставляя значения Z_{Be} , Z_{Bo} и k в (5.32) и (5.33), получаем:

волновое сопротивление ответвителя

$$Z_B^2 = \frac{176 \cdot 52 (52 + 176)^2}{(176 + 3 \cdot 52)(52 + 3 \cdot 176)} = 2471,$$

откуда $Z_B = 49,7 \text{ Ом};$

коэффициент связи

$$C = \frac{3(176)^2 - 3(52)^2}{3(52^2 + 176^2) + 2(52 \cdot 176)} = 0,7107,$$

или $C = -2,97 \text{ дБ.}$

Пример 5.19. Синтезировать четырехпроводный микрополосковый ответвитель Ланге со следующими параметрами: волновое сопротивление питающих линий 50 Ом , коэффициент связи -10 дБ . Подложка микрополосковой линии толщиной $0,254 \text{ мм}$ выполнена из диэлектрика с $\epsilon_r = 2,23$, толщина полоски $0,017 \text{ мм}$. Рабочая частота 10 ГГц .

Решение

Дано: $Z_B = 50 \text{ Ом}$; $C = -10 \text{ дБ}$, т. е. $C = 0,3162$; $\epsilon_r = 2,23$; $t = 0,017 \text{ мм}$; $k = 4$; $h = 0,254 \text{ мм}$.

Из (5.34) и (5.35) определяем волновые сопротивления Z_{Be} и Z_{Bo} для четной и нечетной мод:

$$q^2 = [0,3162^2 + (1 - 0,3162^2)(4 - 1)^2] = 8,2, \text{ т. е. } q = 2,864,$$

$$Z_{Bo} = 50 \left(\frac{1 - 0,3162}{1 + 0,3162} \right)^{1/2} \left[\frac{3 \cdot 3,864}{(0,3162 + 2,864) + 3(1 - 0,3162)} \right] = 80 \text{ Ом},$$

$$Z_{Be} = 80 \left[\frac{0,3162 + 2,864}{3(1 - 0,3162)} \right] = 124 \text{ Ом.}$$

С помощью программы СМІС для рассчитанных Z_{Bo} и Z_{Be} находим величины

$$W/h = 1,103 \text{ и } S/h = 0,39.$$

В аналогичном микрополосковом ответвителе на связанных линиях с боковой связью

$$W/h = 2,355 \text{ и } S/h = 0,095.$$

Сравнение показывает, что при изготовлении ответвителя Ланге с тем же коэффициентом связи допуски менее жесткие. На этом расчет завершается.

Определив ширину проводников и зазоры между ними, обеспечивающие заданный коэффициент связи, необходимо найти физическую длину ответвителя l_1 (см. рис. 5.43, в). Электрическая длина ответвителя равна четверти длины волны в линии на самой нижней частоте рабочего диапазона. Длину волны можно определить тремя разными способами:

1) взять длину волны нечетной моды в связанных линиях; при такой длине l_1 обеспечивается самая сильная связь в ответвителе;

2) взять величину, равную среднему арифметическому между длинами волн для четной и нечетной мод;

3) взять величину, равную среднему геометрическому между длинами волн для четной и нечетной мод.

В идеальном случае, когда скорости распространения четного и нечетного типов волн совпадают, все указанные способы определения длины ответвителя дадут один и тот же результат. Длина укороченных проводников l_2 ответвителя на рис. 5.42

выбирается равной четверти длины волны, определяемой через среднее значение для длин волн четной и нечетной мод, но уже на высшей частоте рабочего диапазона ответителя.

На практике рассчитанную величину l_2 изменяют так, чтобы центральная частота рабочего диапазона устройства совпала с расчетной. Степень изменения l_2 обычно определяют эмпирически, поскольку подбор величины l_2 позволяет скомпенсировать влияние неоднородностей в структуре и соединительных перемычек. После определения длины ответителя вводят соединительные перемычки. Можно использовать несколько параллельных перемычек для уменьшения паразитной индуктивности.

До сих пор при синтезе и анализе не рассматривалось влияние существующих внутри структуры неоднородностей, которые ухудшают электрические характеристики спроектированного ответителя. Коррекцию влияния этих неоднородностей лучше проводить экспериментально в соответствии со следующими рекомендациями. Как правило, центральная частота ответителя, сконструированного на основе приближенного синтеза, оказывается ниже расчетного значения, что обусловлено наличием паразитных связей и неоднородностей в структуре. Поэтому расчетную длину ответителя следует несколько уменьшить. Если связь в ответителе оказалась ниже расчетного значения, то следует уменьшить зазоры между проводниками в структуре ответителя. Одновременно следует несколько увеличить ширину проводников, чтобы входное сопротивление ответителя не изменилось. Отметим, что при этом общая ширина многопроводниковой структуры практически не меняется. И наконец, последнее замечание. В большинстве случаев практического применения таких ответителей требуемые электрические характеристики при низком уровне вносимых потерь обеспечиваются многопроводниковой структурой, состоящей из четырех стержней.

Программа 5.8 *LANGE* позволяет определять волновые сопротивления Z_{bo} и Z_{be} при заданных коэффициенте связи ответителя и числе стержней в структуре, которое полагается четным. Кроме того, по программе можно рассчитывать коэффициент связи и входное сопротивление по заданным величинам Z_{bo} и Z_{be} . Использование программы *LANGE* совместно с программой *СМІС* позволяет проводить приближенный синтез ответителя Ланге, показанного на рис. 5.43.

1C FORMATTED LISTING
FILE: PROGRAM 5.8 LANGE
PAGE-1

```
10 REM
20 REM +++++ ОТВЕТИТЕЛЬ ЛАНГЕ +++++
30 REM
40 REM ЭТА ПРОГРАММА ВЫПОЛНЯЕТ
50 REM АНАЛИЗ И СИНТЕЗ НАПРАВЛЕННОГО ОТВЕТИТЕЛЯ
60 REM ТИПА ЛАНГЕ
70 REM ДЛЯ ЧЕТНОГО ЧИСЛА ПРОВОДНИКОВ
80 REM В СХЕМЕ ОТВЕТИТЕЛЯ.
90 REM
100 REM ZE = ВОЛНОВОЕ СОПРОТ. ДЛЯ ЧЕТНОЙ МОДЫ В ОМАХ
110 REM ZO = ВОЛНОВОЕ СОПРОТ. ДЛЯ НЕЧЕТНОЙ МОДЫ В ОМАХ
120 REM Z = ВОЛНОВОЕ СОПРОТ. ПИТАЮЩИХ ЛИНИИ В ОМАХ
130 REM C = ПЕРЕХОДНОЕ ОСЛАБЛЕНИЕ В ДБ
140 REM
150 CLS
160 PRINT "ЕСЛИ ВЫ ХОТИТЕ ВЫПОЛНИТЬ"
170 PRINT "СИНТЕЗ ОТВЕТИТЕЛЯ, ВВЕДИТЕ 1"
```

```

180 PRINT "АНАЛИЗ ОТВЕТВИТЕЛЯ, ВВЕДИТЕ 0"
190 INPUT T
200 IF T = 0 THEN
    500
210 REM СИНТЕЗ
220 PRINT "ВВЕДИТЕ ТРЕБУЕМОЕ ПЕРЕХОДНОЕ ОСЛАБЛЕНИЕ В ДБ"
230 INPUT C
240 PRINT "ВВЕДИТЕ ЧИСЛО ПРОВОДНИКОВ В СХЕМЕ"
250 PRINT "ОТВЕТВИТЕЛЯ (ДОЛЖНО БЫТЬ ЧЕТНОЕ ЧИСЛО)"
260 INPUT K
270 PRINT "ВВЕДИТЕ ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ОТВЕТВИТЕЛЯ"
280 INPUT Z
290 LET D = 10 ^ (- C / 20)
300 LET Q = SQR (D * D + (1 - D * D) * (K - 1) ^ 2)
310 LET A1 = (D + Q) / (K - 1) / (1 - D)
320 LET A2 = SQR ((A1 + (K - 1)) * (1 + A1 * (K - 1)) / A1) / (1 + A1)
330 LET Z0 = Z * A2
340 LET ZE = Z0 * A1
360 PRINT
370 PRINT "*****"
380 PRINT
390 PRINT "РЕЗУЛЬТАТЫ СИНТЕЗА ОТВЕТВИТЕЛЯ ЛАНГЕ"
400 PRINT
410 PRINT "ПЕРЕХОДНОЕ ОСЛАБЛЕНИЕ ОТВЕТВИТЕЛЯ " INT(D * 100 + .5) / 100
        ИЛИ "INT(C * 100 + .5) / 100" ДБ
420 PRINT "ДЛЯ " K " ПРОВОДНИКОВ В СХЕМЕ ОТВЕТВИТЕЛЯ"
430 PRINT
440 PRINT "ТРЕБУЕТСЯ ВОЛНОВОЕ СОПРОТ. ДЛЯ ЧЕТНОЙ МОДЫ "
        INT(ZE * 100 + .5) / 100 " ОМ"
450 PRINT "ТРЕБУЕТСЯ ВОЛНОВОЕ СОПРОТ. ДЛЯ НЕЧЕТНОЙ МОДЫ "
        INT(Z0 * 100 + .5) / 100 " ОМ"
460 PRINT "ДЛЯ ВОЛНОВОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ОТВЕТВИТЕЛЯ " Z " ОМ"
470 PRINT
480 PRINT "*****"
490 GOTO 790
500 REM АНАЛИЗ
510 PRINT
520 PRINT "ВВЕДИТЕ СНАЧАЛА ВОЛНОВОЕ СОПРОТ. ДЛЯ ЧЕТНОЙ МОДЫ,
        ПОТОМ - ДЛЯ НЕЧЕТНОЙ"
530 INPUT ZE,Z0
540 PRINT "ВВЕДИТЕ ЧИСЛО ПРОВОДНИКОВ В СХЕМЕ"
550 PRINT "ОТВЕТВИТЕЛЯ (ДОЛЖНО БЫТЬ ЧЕТНОЕ ЧИСЛО)"
560 INPUT K
570 LET A = ZE * Z0 * (Z0 + ZE) ^ 2
580 LET B = (ZE + (K - 1) * Z0) * (Z0 + (K - 1) * ZE)
590 LET Z = SQR (A / B)
600 LET A = (K - 1) * ZE * ZE - (K - 1) * Z0 * Z0
610 LET B = (K - 1) * (ZE * ZE + Z0 * Z0) + 2 * Z0 * ZE
620 LET C = A / B
630 LET D = LOG (C) / LOG (10)
640 LET D = 20 * D
650 PRINT
660 PRINT "*****"
670 PRINT
680 PRINT "РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА ОТВЕТВИТЕЛЯ ЛАНГЕ"
690 PRINT
700 PRINT "ВОЛНОВОЕ СОПРОТ. ДЛЯ ЧЕТНОЙ МОДЫ " ZE " ОМ"
710 PRINT "ВОЛНОВОЕ СОПРОТ. ДЛЯ НЕЧЕТНОЙ МОДЫ " Z0 " ОМ"
720 PRINT "ЧИСЛО ПРОВОДНИКОВ В СХЕМЕ " K
730 PRINT
740 PRINT "ВОЛНОВОЕ СОПРОТ. ОТВЕТВИТЕЛЯ " INT(Z * 100 + .5) / 100 " ОМ"
750 PRINT "ПЕРЕХОДНОЕ ОСЛАБЛЕНИЕ РАВНО " INT(C * 100 + .5) / 100
760 PRINT "ИЛИ " INT(-D * 100 + .5) / 100 " ДБ"
770 PRINT
780 PRINT "*****"
790 PRINT
800 PRINT "ДЛЯ РАСЧЕТА СЛЕДУЮЩЕГО ВАРИАНТА ВВЕДИТЕ 1"
810 PRINT "ДЛЯ ОКОНЧАНИЯ РАБОТЫ ВВЕДИТЕ 0"

```

```
820 INPUT A
830 IF A = 1 THEN
     150
840 PRINT
850 PRINT "**** КОНЕЦ ПРОГРАММЫ ****"
860 END
```

КОНЕЦ ТЕКСТА ПРОГРАММЫ

```
JRUN
ЕСЛИ ВЫ ХОТИТЕ ВЫПОЛНИТЬ
СИНТЕЗ ОТВЕТВИТЕЛЯ, ВВЕДИТЕ 1
АНАЛИЗ ОТВЕТВИТЕЛЯ, ВВЕДИТЕ 0
?1
ВВЕДИТЕ ТРЕБУЕМОЕ ПЕРЕХОДНОЕ ОСЛАБЛЕНИЕ В ДБ
?10
ВВЕДИТЕ ЧИСЛО ПРОВОДНИКОВ В СХЕМЕ
ОТВЕТВИТЕЛЯ (ДОЛЖНО БЫТЬ ЧЕТНОЕ ЧИСЛО)
?4
ВВЕДИТЕ ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ОТВЕТВИТЕЛЯ
?50
```

РЕЗУЛЬТАТЫ СИНТЕЗА ОТВЕТВИТЕЛЯ ЛАНГЕ

ПЕРЕХОДНОЕ ОСЛАБЛЕНИЕ ОТВЕТВИТЕЛЯ 0.32 ИЛИ 10 ДБ
для 4 ПРОВОДНИКОВ В СХЕМЕ ОТВЕТВИТЕЛЯ

ТРЕБУЕТСЯ ВОЛНОВОЕ СОПРОТ. ДЛЯ ЧЕТНОЙ МОДЫ 123.78 ОМ
ТРЕБУЕТСЯ ВОЛНОВОЕ СОПРОТ. ДЛЯ НЕЧЕТНОЙ МОДЫ 79.85 ОМ
ДЛЯ ВОЛНОВОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ОТВЕТВИТЕЛЯ 50 ОМ

*****.

ДЛЯ РАСЧЕТА СЛЕДУЮЩЕГО ВАРИАНТА ВВЕДИТЕ 1
ДЛЯ ОКОНЧАНИЯ РАБОТЫ ВВЕДИТЕ 0

```
?1
ЕСЛИ ВЫ ХОТИТЕ ВЫПОЛНИТЬ
СИНТЕЗ ОТВЕТВИТЕЛЯ, ВВЕДИТЕ 1
АНАЛИЗ ОТВЕТВИТЕЛЯ, ВВЕДИТЕ 0
?0
```

ВВЕДИТЕ СНАЧАЛА ВОЛНОВОЕ СОПРОТ. ДЛЯ ЧЕТНОЙ МОДЫ

?123

?280

ВВЕДИТЕ ЧИСЛО ПРОВОДНИКОВ В СХЕМЕ
ОТВЕТВИТЕЛЯ (ДОЛЖНО БЫТЬ ЧЕТНОЕ ЧИСЛО)
?4

РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА ОТВЕТВИТЕЛЯ ЛАНГЕ

ВОЛНОВОЕ СОПРОТ. ДЛЯ ЧЕТНОЙ МОДЫ 123 ОМ
ВОЛНОВОЕ СОПРОТ. ДЛЯ НЕЧЕТНОЙ МОДЫ 80 ОМ
ЧИСЛО ПРОВОДНИКОВ В СХЕМЕ 4

ВОЛНОВОЕ СОПРОТ. ОТВЕТВИТЕЛЯ 49.88 ОМ
ПЕРЕХОДНОЕ ОСЛАБЛЕНИЕ РАВНО 0.31
ИЛИ 10.15 ДБ

ДЛЯ РАСЧЕТА СЛЕДУЮЩЕГО ВАРИАНТА ВВЕДИТЕ 1
ДЛЯ ОКОНЧАНИЯ РАБОТЫ ВВЕДИТЕ 0

?0

*** КОНЕЦ ПРОГРАММЫ ***

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Weinberg, L., *Network Analysis and Synthesis*, McGraw Hill, 1962, chapter 11 (Revision published by R.E. Krieger, 1975).
Butterworth, S., 'On the Theory of Filter Amplifiers', *Wireless Engineer*, 7, 536–41, Oct. 1930.
- 2 Orchard, N. J., 'Formulae for Ladder Filters', *Wireless Engineer*, 30, 3–5, Jan. 1953.
- 3 Garg, R. and Bahl, I. J. 'Microstrip Discontinuities', *Int. J. Electronics*, 45(1), 81–7, 1978.
Altschuler, H. M. and Oliner, A. A., 'Discontinuities in the Center Conductor of Symmetric Strip Transmission Line', *Microwave Theory and Techniques*, 8, 328–39, May 1960.
- 4 Marcuvitz, N., *Waveguide Handbook*, MIT Radiation Laboratory Series, Vol 10, McGraw-Hill, 1951.
- 5 Somlo, P. I., 'The Computation of Coaxial Line Step Capacitances', *IEEE Trans. MTT*, 15(1) 48–53, Jan. 1967.
- 6 Matthaei, G. L., Young, L. and Jones, E. M. T., *Microwave Filters, Impedance-Matching Networks, and Coupling Structures*, Artech House, 1965.
- 7 Cohn, S. B., 'Optimum Design of Stepped Transmission-Line Transformers', *IRE Trans.*, 3, 16–21, April 1955; 'Parallel Coupled Transmission Line Resonator Filters', *IRE Trans.* 6, 223–3, April 1958.
- 8 Hammerstad, E. O. and Bekkadal, F., *A Microstrip Handbook*, ELAB Report STF 44 A74169, N7034, University of Trondheim-NTH, Norway, 1975.
- 9 Silvester, P., and Benedek, P., 'Equivalent Capacitances of Microstrip Open Circuits', *IEEE Trans.*, 20(8), 511–76, Aug. 1972.
- 10 Collin, R. E., 'Theory and Design of Wide-Band Multisection Quarter-Wave Transformers', *Proc. IRE*, 43, 179–85, Feb. 1955.
- 11 Arnold, R. P. and Bailey, W. L., 'Match Impedances with Tapered Lines', *Electronic Design*, 12, 136–9, June 7 1974.
- 12 Wheeler, H. A., 'Transmission Lines with Exponential Tapers,' *Proceeding IRE*, 27, 65–71, Jan. 1939.
- 13 Klopfenstein, R. W., 'A Transmission Taper of Improved Design', *Proc. IRE*, 44, 31–5, Jan. 1956.
- 14 Ho, Chen, Y., 'Transform Impedance with a Branchline Coupler', *Microwaves*, 15(5), 47–52, May 1976.
- 15 Parad, L. I. and Moynihan, R. L., 'Split Tee Power Divider', *Microwave Theory and Techniques*, 13(1), 91–5, Jan. 1965.
- 16 Wilkinson, E. J., 'An N-Way Hybrid Power Divider', *IRE Trans.*, 8, 116–18, Jan. 1960.
- 17 Cohn, S. B., 'A Class of Broadband Three-Port to TEM-mode Hybrids', *IEEE Trans.* 16(2), 110–16, Feb. 1968.
- 18 Lange, J., 'Interdigitated Stripline Quadrature Hybrid', *IEEE Trans.*, 17(11), 1150–1, Dec. 1969.

- 14 Osman, R. M., 'Synthesis of Lange Couplers', *IEEE Trans.*, **29**(2) 168–70, Feb. 1981.
- 15 Ou, W. P., 'Design Equations for an Interdigitated Directional Coupler', *IEEE Trans.*, **19**(2), 253–5, Feb. 1975.
- 16 Besser, L., 'Computer Tweaking Yields 3-dB Interdigitated Coupler', *Microwave Systems News*, **9**(9), 114–18, Sept. 1979.

Приложение А

ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ ОБРАТНЫХ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Арксинус ARCSIN (X) = ATN (X/SQR (1 – X*X))

Арккосинус ARCCOS (X) = – ATN (X/SQR(1 – X * X)) + PI/2

Аркsecанс ARCSEC (X) = ATN (X/SQR (X*X – 1))

Арккосеканс ARCCOSEC (X) = ATN (X/SQR (X*X – 1)) + (SGN (X) – 1) * PI/2

Арккотангенс ARCCTG (X) = ATN (X) + PI/2

Приложение В

ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

$$sh \theta = (e^{\theta} - e^{-\theta})/2$$

$$ch \theta = (e^{\theta} + e^{-\theta})/2$$

$$th \theta = sh \theta / ch \theta = (e^{\theta} - e^{-\theta})/(e^{\theta} + e^{-\theta})$$

$$e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$$

$$e^{-j\theta} = \cos \theta - j \sin \theta$$

$$\cos \theta = (e^{j\theta} + e^{-j\theta})/2$$

$$j \sin \theta = (e^{j\theta} - e^{-j\theta})/2$$

$$sh j\theta = j \sin \theta$$

$$ch \theta = \cos j\theta$$

$$j sh \theta = \sin j\theta$$

$$ch j\theta = \cos \theta$$

$$tg j\theta = j \ th \theta$$

$$th j\theta = j \ tg \theta$$

$$arcsh \theta = \ln [\theta + (\theta^2 + 1)^{1/2}]$$

$$arcch \theta = \ln [\theta + (\theta^2 - 1)^{1/2}]$$

θ – действительная величина

**ФОРМУЛЫ РАСЧЕТА ФАЗОВОГО СДВИГА И ВРЕМЕНИ ЗАДЕРЖКИ ДЛЯ ФИЛЬТРОВ
БАТТЕРВОРТА ИЛИ ЧЕБЫШЕВА N-ГО ПОРЯДКА**

Фильтр Чебышева:

$$1. \text{Фаза} = -\beta = \frac{360}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\epsilon^{-(2m+1)\phi_2} C_{2m+1}(\omega)}{(2m+1)\sin[(2m+1)\psi]}, \text{градусы}, \quad (\text{C.1})$$

где $\psi = \pi/(2n)$.

$$2. \text{Время задержки} = -\frac{d\beta}{d\omega} = \sum_{m=0}^{n-1} \left[\frac{U_{2m}(\omega) \operatorname{sh}(2n-2m-1)\phi_2}{\epsilon^2 \sin[(2m+1)\psi]} \right] / [\tilde{I} + \epsilon^2 C_n^2(\omega)], \text{секунды}, \quad (\text{C.2})$$

где $\phi_2 = \frac{1}{n} \operatorname{arcsh}(1/\epsilon)$, полином Чебышева второго рода

$$U_n(\omega) = \frac{\sin(n+1)\arccos\omega}{\sin[\arccos\omega]}.$$

Фильтр Баттервортса:

$$1. \text{Фаза} = -\beta = \frac{360}{2\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\omega^{2m}}{(2m+1)\sin[(2m+1)\psi]}, \text{градусы} \quad (\text{C.3})$$

где $\psi = \pi/(2n)$.

$$2. \text{Время задержки} = \sum_{m=0}^{n-1} \left[\frac{\omega^{2m}}{\sin[(2m+1)\psi]} \right] / (1 + \omega^{2n}), \text{секунды}. \quad (\text{C.4})$$

ПЕРЕЧЕНЬ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ПРОГРАММ

Имя	Назначение
ATTN	Выполняет анализ и синтез симметричных Т- и П-звеньев аттенюатора. Вычисляет мощность, рассеиваемую каждым элементом цепи, по заданной мощности на входе. с. 163
CARMAT	Вычисляет емкость конденсатора с воздушным заполнением с учетом краевых полей методом моментов. с. 126
CASCADE	Вычисляет входное сопротивление цепи, состоящей из каскадного соединения элементов с сосредоточенными и распределенными параметрами. с. 185

CIRCGUIDE	Вычисляет основные характеристики круглого волновода для задаваемой моды. Возможен анализ и синтез. с. 58
CMIC	Выполняет анализ и синтез связанных и микрополосковых линий с боковой связью. Синтез проводиться методом итераций с использованием процедуры анализа. с. 80
COAX	Выполняет анализ и синтез коаксиальной линии с произвольными поперечными размерами и диэлектрическим заполнением. с. 42
CSTRIP	Выполняет анализ и синтез связанных симметричных полосковых линий с боковой связью при произвольных поперечных размерах и диэлектрическом заполнении. с. 76
EXTAP	Вычисляет волновое сопротивление вдоль плавного экспоненциального перехода. Возможен синтез коаксиального перехода. с. 260
FILRESP	Вычисляет потери, время задержки и фазовый сдвиг для гармонического сигнала, прошедшего через фильтр с максимально плоской или чебышевской характеристикой при заданных числе звеньев и амплитуде осцилляций. с. 227
GVAL	Вычисляет нормированные величины элементов фильтра-прототипа Чебышева или Баттерворта при заданных числе звеньев и амплитуде осцилляций. с. 220
LANGE	Выполняет анализ и синтез ответвителей Ланге с четным числом стержней в структуре. с. 277
LPATNN	Вычисляет затухание, вносимое фильтром-прототипом Чебышева или Баттерворта любого порядка. с. 212
LPF	Вычисляет длины отрезков линии при синтезе фильтра нижних частот Баттерворта или Чебышева на элементах с распределенными параметрами. При расчете учитываются краевые эффекты, возникающие при замене сосредоточенных элементов элементами с распределенными параметрами. с. 236
LUMPT	Вычисляет основные параметры ТЕМ-волны в линии передачи. с. 15
MISS	Вычисляет уровень отражений в отрезке линии передачи и долю мощности, передаваемую в нагрузку на его конце. с. 34
MONTE	Решает уравнение Лапласа для экранированной микрополосковой линии методом Монте-Карло. Определяет с помощью закона Гаусса погонную емкость линии. с. 112
NOSEC	Вычисляет число звеньев в фильтре Баттерворта или Чебышева, необходимое для обеспечения заданного затухания в полосе заграждения. с. 215
RANDOM	Анализирует периодичность последовательности, вырабатываемой датчиком случайных чисел. с. 116
CHECK 1	Определяет медиану, математическое ожидание и дисперсию последовательности, вырабатываемой датчиком случайных чисел. с. 117
RANDOM	Вычисляет длину волны и характеристическое сопротивление для заданной моды в прямоугольном волноводе. с. 53
CHECK 2	Решает уравнение Лапласа для экранированной микрополосковой линии конечно-разностным методом. с. 105
RECTGUIDE	Выполняет анализ цепи, состоящей из каскадно соединенных отрезков однородной линии передачи с учетом многократных отражений, возникающих в местах стыков. с. 204
RELGRID	
SIGFLOW	

SINGLE MIC	Выполняет анализ и синтез микрополосковой линии. с. 71
SINGLE STRIP	Выполняется анализ и синтез симметричной полосковой линии. с. 63
SMITH	Строит на экране дисплея диаграмму полных сопротивлений. с. 134
STRANS	Вычисляет волновое сопротивление отдельных секций многоступенчатого перехода с чебышевской или максимально плоской характеристикой при числе секций не более четырех. с. 254
STUB	Рассчитывает схему согласования комплексного сопротивления нагрузки с активным сопротивлением источника, используя коротко-замкнутый или разомкнутый шлейф. с. 181
SWAVE	Позволяет получать графическое изображение стоячих волн в линии передачи. с. 28
TWIN	Вычисляет погонные индуктивность и емкость, а также волновое сопротивление симметричной двухпроводной линии с заданными размерами. с. 47
ZSEND	Вычисляет входное сопротивление нагруженного отрезка однородной линии передачи при известных потерях в ней. с. 23

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Амплитуда осцилляций 211

Анализ:

- делителя трехплечного 270
- моста кольцевого 267
- — модифицированного 268
- ответвителя Ланге 224
- шлейфного 264

Аппроксимация:

- профиля перехода 259
- уравнения конечно-разностная 89 — 99
- функции импульсная 122
 - кусочно-линейная 123
 - полиномиальная 123
 - ступенчатая 122

Аттенюатор резистивный 159

Волна обратная (отраженная) 26

- прямая (падающая) 26
- стоячая 26

Волновое сопротивление:

- линий двухпроводной 46
 - коаксиальной 40
 - микрополосковой 69
 - на сосредоточенных элементах 8
 - симметричной полосковой 62
- линий связанных полосковых для нечетной и четной мод 76
 - — микрополосковых для нечетной и четной мод 80

Время задержки сигнала в линии передачи 15

- — —, прошедшего через фильтр 226

Входное сопротивление:

- линий связанных 75
- отрезка короткозамкнутого 25
 - линии 21, 37
 - разомкнутого на конце 25
- трансформатора полуволнового 167
 - четвертьволнового 168
- цепи Г-образной 9
 - каскадной 185
 - Т-образной 18, 162
- четырехполюсника 194, 195

Генератор 147

Гибридная технология 242

Границные условия 103

Двухполюсник 197

Лисперсия в линии передачи 67, 69

Длина волны

- в линии коаксиальной 41
 - — микрополосковой 68
- в волноводе круглом 58
 - — прямоугольном 50

в линиях связанных для нечетной и четной мод 85

Длина резонатора 249

Добротность нагруженная 225

- цепи параллельной 153
- — последовательной 153

Дополнительные полосы пропускания 249

Единицы измерения затухания 12

Емкость конденсатора 124, 242

- краевая 249
- , обусловленная краевыми полями 125
- Закон Гаусса** 97
- Кулон 119
- Затухание:**
 - в линии передачи 12
 - вносимое резистивной Г-цепью 152
 - - П-цепью 162
 - - Т-цепью 162
 - фильтром Баттервортса 211
 - - Чебышева 211
 - четырехполюсником 196
- Измерение волнового сопротивления** 25
- Инвертор сопротивления** 244, 248
- Конструкция:**
 - делителя мощности трехплечного 271
 - линий двухпроводной 44
 - коаксиальной 38
 - микрополосковой 67
 - симметричной полосковой 62
 - моста кольцевого 266
 - - модифицированного 268
 - ответвителя Ланге 274
 - шлейфного 262
- Коэффициент:**
 - затухания 11
 - отражения по напряжению 32, 131
 - передачи фильтра 209
 - четырехполюсника 195
 - распространения 10
 - связи по напряжению 75
 - стоячей волны 31
 - фазы 11
- Каскадное соединение элементов цепи** 185
 - - шлейфных ответвителей 256
- Линия передачи:**
 - без потерь 10
 - волноводная 49, 56
 - двухпроводная 41
 - искусственная 8
 - коаксиальная 38
 - микрополосковая 67
 - несимметричная 8
 - однородная 9
 - полосковая 61
 - симметричная 8
- Матрица:**
 - передачи (*ABCD*-матрица) 189
 - каскадного соединения четырехполюсников 190
 - простейших четырехполюсников 191
 - рассеяния 197
- двухполюсника 198
- четырехполюсника 198
 - - с отрезками линий 201
- Метод анализа:**
 - с помощью четных и нечетных мод 75
 - цепей СВЧ с помощью матриц передачи 197
 - - - - - рассеяния 201
 - - - - - ориентированных графов 201
- Методграфического представления характеристик линии** 130
 - моментов 119
 - релаксации 101
 - Монте-Карло 104
- Мода:**
 - в связанных полосковых линиях нечетная и четная 74
 - низшая в волноводе круглом 57
 - - - прямоугольном 51
 - - - микрополосковой линии 67
 - - - симметричной полосковой линии 62
 - поперечная магнитная 50, 56
 - электрическая 50, 56
- Мощность, поступающая в нагрузку** 33
- Неоднородность** 240, 277
- Непер** 12
- Нормированная амплитуда волны отражением** 197
 - - - падающей 197
- Нормированное сопротивление:**
 - активное 132
 - полное 131
 - реактивное 132
- Обратная связь отрицательная** 148
 - - положительная 148
- Одноволновый режим работы волновода** 52
- Ориентированный граф** 201
- Ответвитель направленный:**
 - кольцевой 262
 - Ланге 273
 - на кольцевом мосте 266
 - на связанных линиях 74, 76, 80
 - шлейфный 262
- Относительная полоса пропускания** 252
- Отрицательное сопротивление (проводимость)** 148
- Параметры *g*** 217
 - погонные 9
- Первое (начальное) приближение** 231
- Передаточная функция:**
 - фильтра Баттервортса 209
 - Чебышева 210
- Питающая (подводящая) линия** 157
- Погонная емкость:**
 - линии двухпроводной 45
 - коаксиальной 39

- микрополосковой 68
- линий связанных микрополосковых 85
- Погонная индуктивность:**
 - линии двухпроводной 45
 - коаксиальной 40
- Погрешность конечно-разностной аппроксимации** 95
- Полиномы Чебышева первого рода** 210
- Полная энергия, запасенная в системе** 104
- Принцип действия:**
 - делителя мощности трехплечевого 271
 - моста кольцевого 266
 - ответвителя Ланге 274
 - шлейфного 262
- Работа активного элемента в режиме самовозбуждения или усиления** 148
- Рабочая полоса частот:**
 - многоступенчатого трансформатора 252, 256
 - плавного перехода 259
 - трехплечного делителя 271
 - шлейфного ответвителя 264
- Распределение вдоль линии напряжения и тока** 31
- Реализация:**
 - делителя мощности на коаксиальной линии 272
 - — — полосовой линии 271
 - ответвителя Ланге на микрополосковой линии 274, 276
 - перехода плавного на коаксиальной линии 260
 - сосредоточенный элементов отрезками линии 232
 - фильтра верхних частот на коаксиальной линии 242
 - нижних частот на полосовой линии 233
 - полосового с помощью шлейфов 245
 - — — на связанных линиях 247
- Связанные линии микрополосковые** 74, 80
 - — полосовые 74, 75
- Синтез:**
 - аттенюатора резистивного 160
 - делителя мощности трехплечевого 270
 - линии двухпроводной 46
 - коаксиальной 40
 - микрополосковой 69
 - симметричной полосковой 63
 - линий связанных микрополосковых 85
 - — симметричных полосковых 76
 - перехода экспоненциального 260
 - согласующей схемы со шлейфом 176
 - — из реактивных элементов 153
 - цепи резистивной Г-образной 151
 - трансформатора многоступенчатого 173
 - четвертьволнового 167
 - фильтра верхних частот 242
 - нижних частот 236
 - полосового 243, 247
- Согласование линии передачи с нагрузкой** 21
 - с помощью шлейфного ответвителя 265
- Согласующая цепь:**
 - на реактивных элементах Г-образная 154
 - — — П-образная 155
 - — — Т-образная 155
 - на резистивных элементах Г-образная 152
 - — — П-образная 161
 - — — Т-образная 160
 - содержащая несколько шлейфов 181
 - шлейф короткозамкнутый 176
 - — разомкнутый 176
- Структура поля:**
 - в линии двухпроводной 44
 - — коаксиальной 38
 - — микрополосковой 67
 - — симметричной полосковой 62
 - нечетной и четной мод в связанных микрополосковых линиях 74
 - — — — полосковых линиях 74
 - низших мод в волноводе круглом 57
 - — — — прямоугольном 53
- Трансформатор сопротивлений:**
 - многоступенчатый 173, 252
 - плавный 257
 - полуволновый 167
 - четвертьволновый 167
- Уравнение Лапласа** 88
 - Пуассона 89
- Уравнения конечно-разностные** 91
- Условия физической реализуемости:**
 - делителя мощности трехплечевого 273
 - линии 168
 - линий связанных 273
 - ответвителя шлейфного 265
- Фазовая диаграмма отрезка линии** 13
 - скорость 14, 68
- Фазочастотная характеристика (ФЧХ) фильтра** 211
- Функции Бесселя** 56
- Характеристическое сопротивление мод ТЕ и TM 50, 51**
- Частота среза** 209
- Частотная характеристика (АЧХ):**
 - перехода плавного 258
 - фильтра верхних частот 223
 - нижних частот 210
 - полосового 224
- Частотное преобразование фильтров** 223, 225
- Четырехполюсник** 190
 - взаимный 194
- Число звеньев в фильтре:**
 - Баттерворта 215
 - Чебышева 215

Широкополосное согласование	173	фильтра верхних частот	224	
Шлейф	174	— нижних частот	222, 241	
Эквивалентная схема:		— полосового	225, 245	
неоднородности	240	Электрическая длина отрезка линии		252
ответвителя шлейфного	263	Элементы цепи сосредоточенные		8
отрезка линии	9, 17	— — с распределенными параметрами	8	
— в виде цепи П-образной	19	Эффективная диэлектрическая проницаемость		68
— — — — Т-образной	17, 231	— ширина полоски	69	

ОГЛАВЛЕНИЕ

Стр

Предисловие к русскому изданию	5
Предисловие	7
Глава 1. Основные свойства линий передачи.	8
1.1. Волновое сопротивление линии на сосредоточенных элементах.	8
1.2. Основные параметры линий передачи	10
1.3. Четырехполюсник, эквивалентный отрезку линии передачи	17
1.4. Трансформация сопротивлений	19
1.5. Короткозамкнутые и разомкнутые на конце отрезки линии	25
1.6. Режим полного отражения	26
1.7. Линия при чисто активном либо реактивном сопротивлении нагрузки	30
Список литературы	37
Глава 2. Линии передачи	37
2.1. Коаксиальная линия	38
2.2. Двухпроводная линия	44
2.3. Прямоугольный волновод	49
2.4. Круглый волновод	56
2.5. Симметричная полосковая линия	61
2.6. Микрополосковая линия	67
2.7. Четная и нечетная моды в связанных полосковых линиях	74
2.7.1. Связанные симметричные полосковые линии	75
2.7.2. Связанные микрополосковые линии	80
Список литературы	86
Глава 3. Численные методы решения уравнения Лапласа	87
3.1. Уравнение Лапласа	88
3.2. Конечно-разностная аппроксимация уравнения Лапласа	89
3.2.1. Однородный диэлектрик. Равномерные сетки	90
3.2.2. Однородный диэлектрик. Неравномерные сетки	93
3.2.3. Однородный диэлектрик. Криволинейные границы	95
3.2.4. Однородный диэлектрик. Цилиндрические координаты	96
3.2.5. Слоистый диэлектрик	98
3.2.6. Методы, ускоряющие решение систем из конечно-разностных уравнений	100

3.3. Определение погонной емкости	103
3.4. Расчет микрополосковой линии	105
3.4.1. Одиночная линия	105
3.4.2. Связанная линия	108
3.5. Метод Монте-Карло	109
3.6. Закон Гаусса	110
3.7. Метод моментов	119
Список литературы	129
Глава 4. Согласующие устройства на сосредоточенных и распределенных элементах.	
Методы согласования	130
4.1. Диаграмма Смита	130
4.1.1. Диаграмма проводимостей	139
4.2. Диаграмма Смита при отрицательных значениях активного сопротивления	147
4.3. Согласующие цепи на сосредоточенных элементах	151
4.3.1. Резистивная Г-образная согласующая цепь	151
4.3.2. Согласующие цепи на реактивных элементах	153
4.3.3. Аттенюаторы на сосредоточенных элементах	159
4.4. Полупроводниковые и четвертьволновые отрезки линий передачи	166
4.5. Согласующие шлейфы	174
4.6. Анализ каскадных цепей	185
4.6.1. ABCD-матрицы	189
4.6.2. ABCD-матрицы простейших четырехполюсников	191
4.6.3. Матрица рассеяния	197
Глава 5. СВЧ цепи на отрезках линий передачи	209
5.1. Проектирование фильтров низких частот на сосредоточенных элементах	209
5.1.1. Фильтры верхних частот	223
5.1.2. Переход от фильтра-прототипа низких частот к полосовому фильтру	224
5.2. Фильтры низких частот на элементах с распределенными параметрами	230
5.2.1. Влияние неоднородностей	240
5.3. Проектирование фильтров верхних частот на элементах с распределенными параметрами	241
5.4. Проектирование полосовых фильтров на элементах с распределенными параметрами	243
5.5. Ступенчатые трансформаторы	252
5.6. Плавные переходы	257
5.7. Шлейфные ответвители	262
5.8. Кольцевой мост (180° -ное гибридное сочленение)	266
5.9. Делитель (сумматор) мощности	269
5.10. Ответвитель Ланге	273
Список литературы	280
Приложение А. Основные соотношения для обратных тригонометрических функций	281
Приложение В. Основные соотношения для гиперболических функций	281
Приложение С. Формулы расчета фазового сдвига и времени задержки для фильтров Баттерворта или Чебышева n-го порядка	282
Приложение Д. Перечень вычислительных программ	282
Предметный указатель	284